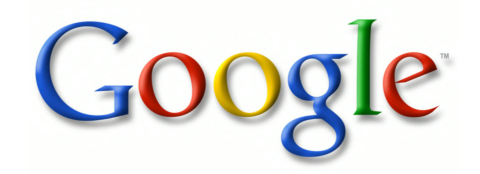
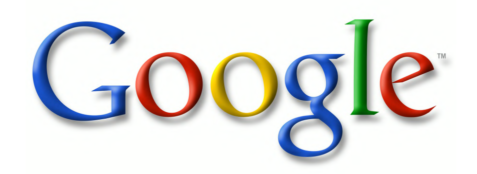




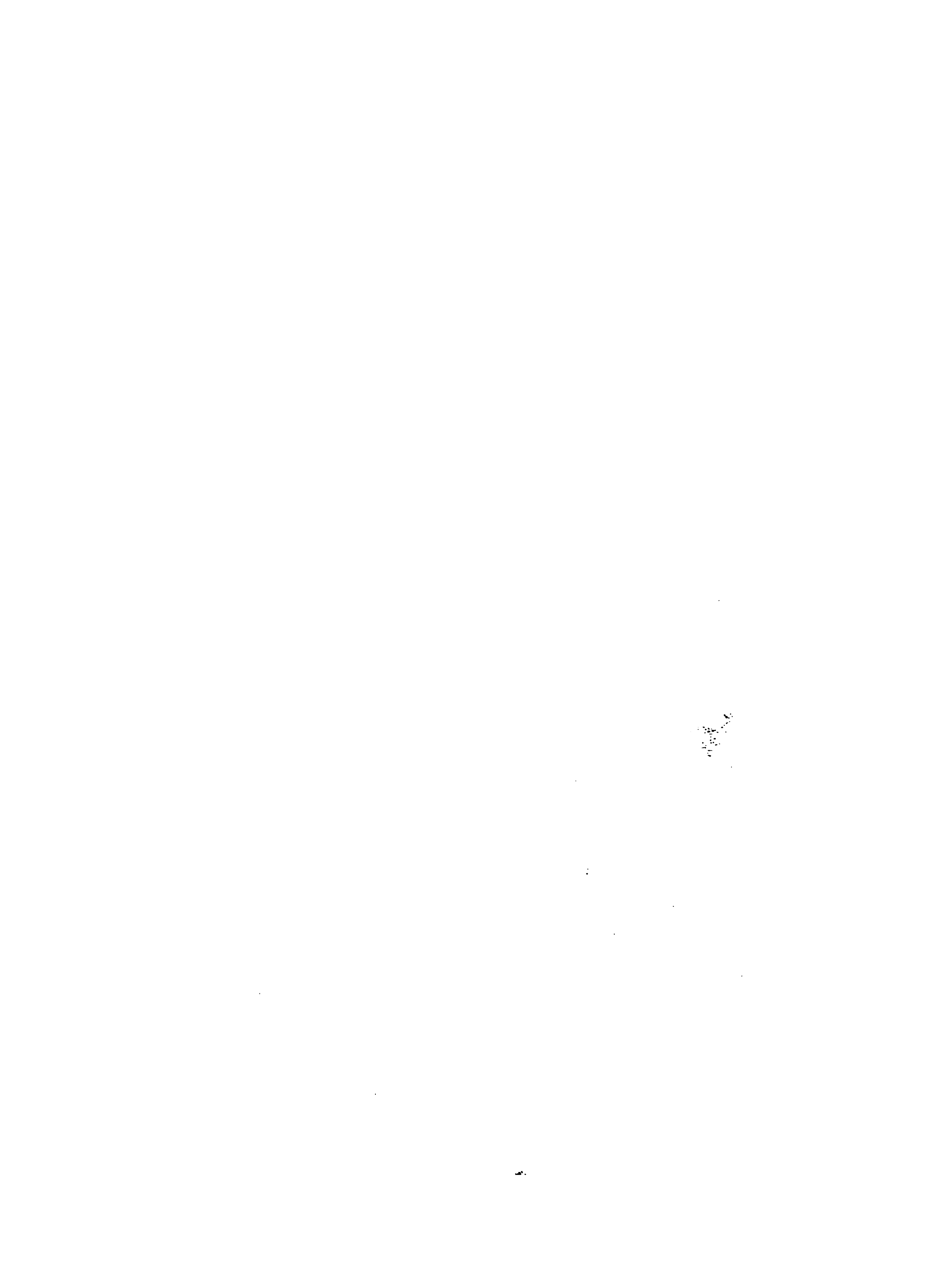

NYPL RESEARCH LIBRARIES
3 3433 06644364 3











GRUNDZÜGE

EINER

VIBRATIONSTHEORIE

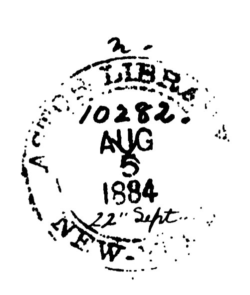
DER

NATUR.

VON

BARON N. DELLINGSHAUSEN.

REVAL,
VERLAG VON FRANZ KLUGE.
1872.



Vorrede.

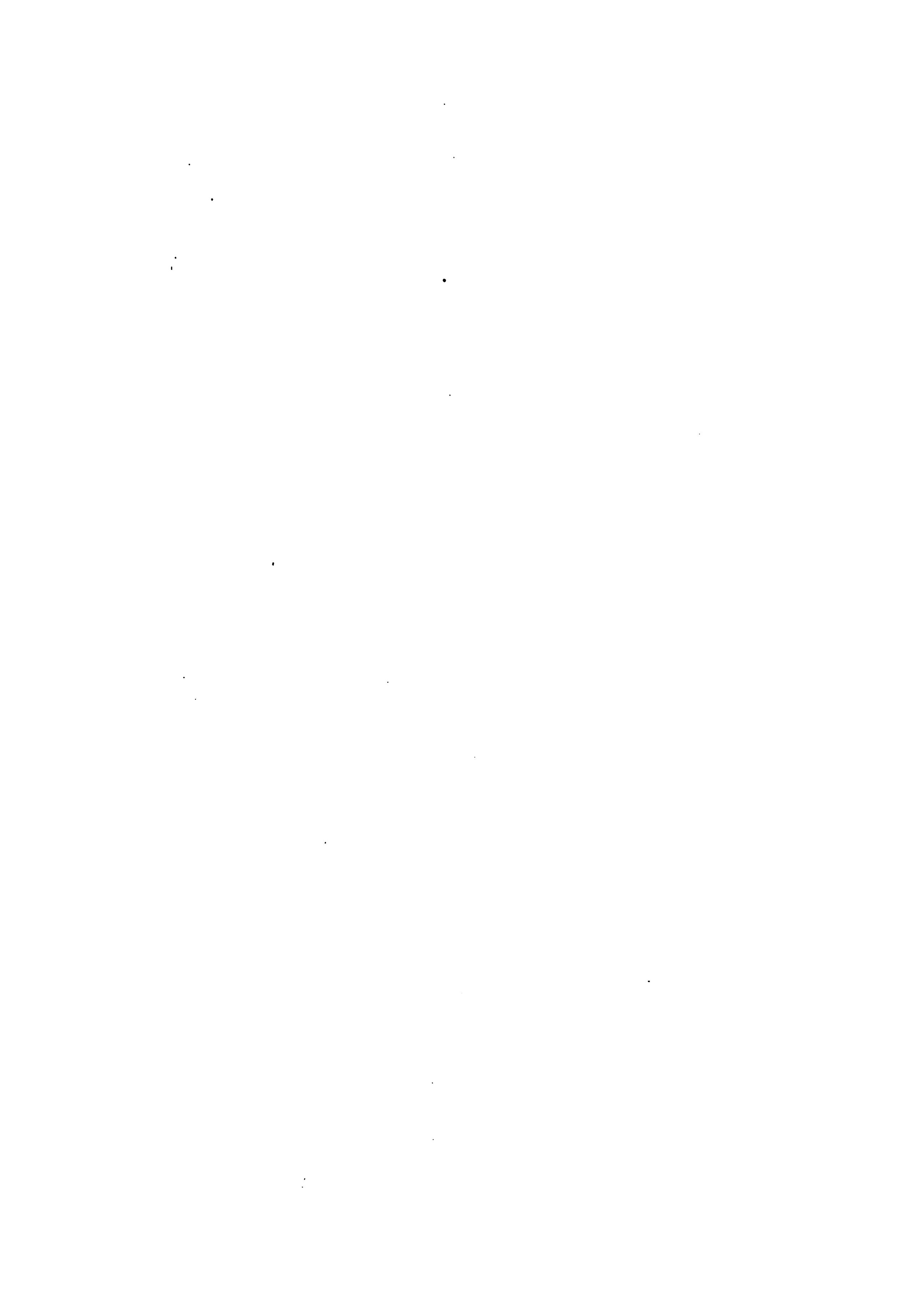
Bereits im Jahre 1851 hatte der Verfasser dieses Werkes in einer bei Otto Wigand in Leipzig unter dem Titel: „Versuch einer speculativen Physik“ erschienenen Arbeit sich die Aufgabe gestellt, von einem absoluten Anfange, dem Raume und der Zeit, ausgehend, das Wesen der Materie und die Gesammtheit der Naturerscheinungen auf speculativem Wege, aber in Uebereinstimmung mit der später zur Geltung gekommenen mechanischen Wärmetheorie, durch Bewegung zu construiren. Diese Arbeit konnte jedoch wegen der gedrängten Kürze vieler Sätze, von denen manche die genaue Kenntniss der Physik und der Chemie voraussetzten, weder bei den Laien, denen die erforderliche Uebersicht dieser Wissenschaften abging, Anklang finden, noch wegen ihrer deductiven Richtung die Zustimmung der empirischen Naturforscher erlangen. Der Verfasser ist sich der Mängel seines Erstlingswerkes vollkommen bewusst und ist schon lange mit der Absicht umgegangen, es einer vollständigen Umarbeitung zu unterwerfen. Anderweitige Beschäftigungen haben ihn jedoch verhindert, seine ganze Zeit der Wissenschaft zu widmen und diese Absicht früher auszuführen, während die ihm gebotene Thätigkeit ihn gerade darauf hinwies, in einem fortwährenden Zusammenhange mit den Fortschritten der Physik und der Chemie zu bleiben; so ist es ihm möglich geworden, durch ein tieferes und gründlicheres Eingehen in diese beiden Wissenschaften seine Ansichten vielfach zu berichtigen und zu

vervollständigen, zugleich aber auch durch ein jahrelanges, weiteres Studium die in seinem „Versuche einer speculativen Physik“ ausgesprochenen, wissenschaftlichen Grundsätze zu bestätigen und zu entwickeln. Es war natürlich, dass mit der wachsenden Sicherheit seiner Ueberzeugung auch der Wunsch von Neuem rege wurde, die Resultate seiner Forschungen der gelehrten Welt vorlegen zu können; es handelte sich nur darum, die richtige Form aufzufinden, in welcher es geschehen sollte, ohne in das eine oder andere Extrem zu verfallen. Sollte das neue Werk kurz und bündig sein, so stellte sich die frühere deductive Richtung nur zu leicht wieder ein, und diese konnte wiederum für eine blosse Speculation ausgegeben werden; wurden die durch Beobachtung gegebenen Thatsachen zu ausführlich behandelt, so nahm das Werk die Form eines Lehrbuchs der Physik an, in dem die theoretischen Resultate unter der Masse der mitgetheilten Versuche und Experimente verschwanden. In diesem Werke nun glaubt der Verfasser den richtigen Weg eingeschlagen zu haben; er hat sich einer jeden Speculation enthalten und die Naturerscheinungen selbst reden lassen, von diesen aber nur diejenigen Vibrationserscheinungen ausführlicher behandelt, deren Kenntniss zur Begründung der theoretischen Grundsätze nothwendig war. Das vorliegende Werk ist deshalb eine vollkommen neue Arbeit; es unterscheidet sich von dem „Versuche einer speculativen Physik“ sowohl durch die Reihenfolge der Darstellungen, als auch durch die dabei befolgte Methode und stimmt damit nur in den schliesslichen Resultaten überein, die dort auf einem philosophisch-deductiven Wege erreicht worden sind, hier aber auf dem Wege der Induction durch die genaue Analyse und Kritik der beobachteten Erscheinungen nachgewiesen werden.

Wenn der Verfasser, trotz der tiefen Dankbarkeit, welche er gegen diejenigen Männer empfindet, welche ihn durch ihre

wissenschaftlichen Arbeiten in die Lage versetzt haben, sich einen reichhaltigen Schatz von Kenntnissen zu erwerben, sich dennoch veranlasst gesehen hat, gegen einige von ihnen vertretene Meinungen widersprechend aufzutreten, so möge man ihm diesen Widerspruch, im Interesse der Wissenschaft und in Anerkennung seines regen Wunsches, an der Förderung des theoretischen Theils der Naturwissenschaften mitarbeiten zu können, zu Gute halten und seine Ansichten entweder annehmen oder — widerlegen.

Der Verfasser glaubt, bei aller Bescheidenheit, die Erreichung des Zieles, nach dem die Wissenschaft strebt, die Erkenntniss der inneren Constitution der Körper wesentlich gefördert zu haben; er verkennt jedoch nicht, dass seine Arbeit nur ein kleiner Beitrag ist zu Demjenigen, was noch zu leisten übrig bleibt; deshalb werden auch in diesem Werke noch viele Lücken und vielleicht auch manche Irrthümer vorkommen. Der Verfasser ist auf eine scharfe Beurtheilung gefasst; weit entfernt, sie zu fürchten, wird sie ihm erwünscht sein, überzeugt wie er ist, dass jede gerechte und vorurtheilsfreie Kritik nur dazu beitragen kann, den Fortschritt der Naturerkenntniss zu befördern.



Inhalts-Verzeichniss.

Elemente der Naturtheorie.

Von den Gasen.

Von den Flüssigkeiten und Dämpfen.

Von den festen Körpern.

Das chemische Verhalten der Körper.

Elektricität und Magnetismus.

Gravitation und Schwere.

Naturphilosophie.



Elemente der Naturtheorie.

§ 1. **Die Wärme eine innere Bewegung der Körper.** Nähert man sich einem stark erwärmten Körper, etwa dem Feuer eines Ofens, so empfindet man eine brennende Hitze, und doch ist die Luft zwischen uns und dem Feuer nicht bis zu einem entsprechenden Grade erwärmt, denn diese Hitze verschwindet augenblicklich, sobald man einen Schirm vorhält, ganz ebenso wie man einen leuchtenden Körper nicht mehr sieht, wenn er durch einen undurchsichtigen Körper verdeckt wird. Die Sonnenstrahlen treffen unsere Erde und erwärmen die Erdoberfläche, während die höheren Regionen der Luft kalt bleiben; die Wärme der Sonne geht also durch die Atmosphäre hindurch, ebenso wie das Licht, ohne von ihr absorbirt zu werden. Das sind Erscheinungen der strahlenden Wärme, die von den erwärmten Körpern, wie das Licht von den leuchtenden Körpern, ausgeht und sich ebenso wie dieses nach allen Seiten verbreitet.

Dringen die Wärmestrahlen in einen festen oder flüssigen Körper ein, so werden sie von ihm entweder absorbirt und in ruhende Wärme verwandelt, oder sie gehen, ohne eine dauernde Erwärmung in dem Körper hervorzubringen, durch denselben hindurch. Man theilt deshalb die Körper, in Bezug auf ihre Durchstrahlbarkeit durch die Wärme, in athermane und diathermane Körper ein, d. h. in solche, welche sich gegen die Wärmestrahlen verhalten, wie durchsichtige und undurchsichtige Körper gegen das Licht.

Die Durchstrahlbarkeit der Körper durch die Wärme ist jedoch häufig eine verschiedene, je nach der Quelle, von welcher die Wärmestrahlen kommen. Es geht daraus hervor, dass nicht alle Wärmestrahlen gleicher Natur sind, denn sonst müssten die diathermanen Körper die Strahlen aller Wärmequellen in gleichem Verhältnisse durchlassen. Dieser Unterschied der Wärmestrahlen tritt noch deutlicher hervor, wenn man sie durch mehrere hinter einander aufgestellte Körper gehen lässt. Wenn die Wärmestrahlen, welche z. B. durch eine Glasplatte gegangen sind, auf eine Alaunplatte fallen, so werden sie von dieser gänzlich absorbirt, während eine Alaunplatte fast alle Wärmestrahlen durchlässt, welche zuvor durch eine Platte von Citronensäure gegangen sind. Diese Erscheinung hat die grösste Aehnlichkeit mit dem Durchgange des Lichtes durch gefärbte Mittel; Lichtstrahlen, welche durch ein grünes Glas gegangen sind, werden von anderen grünen Gläsern leicht hindurchgelassen; sie werden aber absorbirt, wenn man sie auf ein rothes Glas fallen lässt. Die Unterschiede zwischen den Wärmestrahlen sind also den Verschiedenheiten der Farben beim Lichte ganz analog, und in diesem Sinne kann man auch von einer Farbe der Wärmestrahlen sprechen.

Die Wärmestrahlen werden, wie die Lichtstrahlen, an der Oberfläche der Körper entweder regelmässig reflectirt oder unregelmässig zerstreut, diffundirt. Die regelmässige Reflexion der Wärmestrahlen findet ganz nach denselben Gesetzen statt, wie die der Lichtstrahlen; auch bei ihnen ist der Reflexionswinkel dem Einfallswinkel gleich, wie man sich durch einen Versuch mit einem Hohlspiegel leicht davon überzeugen kann, da der Brennpunkt der Wärmestrahlen mit dem der Lichtstrahlen zusammenfällt. Die von den Körpern unregelmässig reflectirten Wärmestrahlen haben häufig eine andere Zusammensetzung, als diejenigen, welche direct von der Wärmequelle kommen; sie werden deshalb auch von den diathermanen Körpern in einem anderen Verhältnisse hindurchgelassen. Die Körper absorbiren also an ihrer Oberfläche Wärmestrahlen von einer bestimmten Farbe, während sie andere zerstreuen; sie besitzen eine Wärmefarbe, ganz ebenso wie die meisten Körper

dadurch farbig erscheinen, dass sie von dem auf sie fallenden weissen Lichte nur einen Theil reflectiren. Nur die von den Metallflächen diffundirten Wärmestrahlen sind den von der Wärmequelle kommenden Strahlen gleich; die Metallflächen diffundiren also alle Wärmestrahlen in derselben Weise; sie verhalten sich gegen die Wärmestrahlen, wie die weissen Körper gegen das Licht.

Wie die Lichtstrahlen, so werden auch die Wärmestrahlen bei ihrem Uebergange aus einem Mittel in ein anderes gebrochen. Wird diese Brechung durch ein Prisma bewirkt, so erleiden sie eine eben solche Dispersion, wie die Lichtstrahlen. Man kann diese Erscheinung bei der genauen Beobachtung eines Sonnenspectrums erkennen. Es stellt sich dabei heraus, dass die Erwärmung an dem violetten Ende desselben sehr unbedeutend ist, und dass sie gegen das rothe Ende des Spectrums hin wächst. Anderweitige Beobachtungen haben dargethan, dass das Wärmespectrum noch über das rothe Ende des Sonnenspectrums hinausreicht und dass diese thermische Verlängerung einen Raum einnimmt, welcher nahezu ebenso lang ist, wie der sichtbare Theil des Spectrums. Da die rothen Strahlen am wenigsten brechbar sind, so folgt daraus, dass ein Theil der Wärmestrahlen noch von geringerer Brechbarkeit ist als die Lichtstrahlen. Die Wärmestrahlen jeder Brechbarkeit zwischen dem äussersten Roth und dem äussersten Violett werden von Steinsalz, Bergkrystall, Alaun, Glas, Wasser gleich vollständig durchgelassen; innerhalb des sichtbaren Spectrums sind also alle farblos durchsichtigen Körper auch gleich diatherman. Die ungleiche Diathermanität der genannten Substanzen kann deshalb nur darin bestehen, dass sie sich gegen diejenigen Wärmestrahlen ungleich verhalten, welche noch weniger brechbar sind als die äussersten rothen Strahlen. Durch das gleiche Verhalten der farblosen, diathermanen Körper gegen die Licht- und Wärmestrahlen von gleicher Brechbarkeit wird der Beweis geliefert, dass beide vollkommen gleichartig sind. —

Die eben erwähnten Erscheinungen würden schon genügen, um die durchgängige Aehnlichkeit des Lichtes und der strahlenden Wärme zu begründen. Es giebt jedoch noch viele

andere Erscheinungen, welche dieses Resultat der experimentellen Wissenschaft über alle Zweifel erheben. Wie bei dem Lichte, so hat man auch bei der strahlenden Wärme Interferenz- und Beugungserscheinungen, Polarisation und doppelte Brechung beobachtet.

Die Interferenzerscheinungen sind es hauptsächlich, welche den unwiderlegbaren Beweis dafür liefern, dass das Licht eine Wirkung von Vibrationen ist. Das gegenseitige sich Verstärken und Vernichten, welches man bei dem Zusammenwirken zweier Lichtstrahlen beobachtet, findet seine einfachste Erklärung in der Annahme von Bewegungen, welche, wenn sie gleich gerichtet sind, sich gegenseitig unterstützen, bei entgegengesetzter Richtung aber sich gegenseitig aufheben und das schwingende Theilchen in Ruhe lassen. Ruhe ist aber in Bezug auf das Licht Finsterniss. Je nachdem wie die von zwei nahegelegenen Punkten ausgehenden, vollkommen gleichartigen Lichtwellen zusammentreffen, tritt deshalb entweder, wenn ihre Schwingungen nach einer Seite gerichtet sind, verstärktes Licht ein, oder man beobachtet, wenn ihre Schwingungen entgegengesetzt sind, auf dem Schirme, auf welchem man die Lichtstrahlen auffängt, dunkle Streifen, obgleich die Stelle von beiden Lichtquellen gleichzeitig beleuchtet wird. Wenn die Interferenzerscheinungen somit den Beweis liefern, dass das Licht eine Bewegung ist, so sind dagegen die Erscheinungen der Polarisation und der doppelten Brechung besonders dazu geeignet, diese Bewegung näher zu bestimmen und sie als transversale Vibrationen erkennen zu lassen, d. h. als solche Vibrationen, deren Schwingungsrichtung senkrecht zu ihrer Fortpflanzungsrichtung ist. — Der Unterschied zwischen dem gewöhnlichen und polarisirten Lichte erklärt sich dadurch, dass bei ersterem die Richtung der Schwingungen senkrecht um die Richtung des Lichtstrahls beständig nach allen Seiten variirt, dieser deshalb auch nach allen Seiten sich auf gleiche Weise verhält; ist dagegen ein Lichtstrahl dadurch polarisirt, dass die Richtung seiner Schwingungen durch Reflexion oder durch Brechung in einer bestimmten Ebene fixirt worden ist, so kann er auch nur dann von Neuem reflectirt oder gebrochen werden, wenn seine Schwingungen in derselben

Ebene stattfinden, in welcher die von dem reflectirenden oder brechenden Körper zurückgeworfenen oder durchgelassenen Lichtschwingungen vor sich gehen.

Von derartigen Anschauungen ausgehend, hat sich die mathematische Vibrationstheorie des Lichtes bis zu einer Vollkommenheit entwickelt, die nichts zu wünschen übrig lässt. Dass das Licht die Wirkung von transversalen Vibrationen ist, welche, von den leuchtenden Körpern ausgehend, durch Wellen nach allen Richtungen fortgepflanzt werden, lässt sich deshalb als eine nunmehr in der Wissenschaft begründete Thatsache betrachten.

Wenn es aber demnach feststeht, dass das Licht eine Wirkung von Vibrationen ist, so folgt daraus wegen der Aehnlichkeit der strahlenden Wärme mit den Erscheinungen des Lichtes, und da man bei ihr ebenfalls die Erscheinungen der Interferenz, der Polarisation und der doppelten Brechung nachgewiesen hat, dass sie auch nur die Wirkung von eben solchen Vibrationen sein kann. Nach diesem Resultate liegt der Schluss nahe, dass die Wärme überhaupt eine innere Vibrationsbewegung der Körper sei. Was aber besonders dazu beiträgt, diese Schlussfolgerung zu bestätigen, und dahin führt, die Wärme als ein Phänomen der Bewegung aufzufassen, ist die Wärmeproduction durch mechanische Mittel und namentlich durch Reibung. Schon die Wilden verstanden durch Reiben trockener Hölzer an einander Feuer anzumachen. Die Räder erhitzen sich, wenn die Reibung an der Axe nicht durch Oel oder Fett verhindert wird. Zwei Eisstücke, welche bei 0° Temperatur an einander gerieben werden, schmelzen, wobei augenscheinlich die Bewegung allein die Ursache der entwickelten Wärme ist. Wäre die Wärme keine Bewegung, sondern ein imponderabeler Wärmestoff, dessen noch häufig erwähnt wird, so könnte man in all den Fällen, wo die Wärme durch mechanische Mittel producirt wird, sich keine Rechenschaft über ihren Ursprung geben, es sei denn, dass der Wärmestoff aus Nichts hervorgehen könnte, was unmöglich ist.

Das entscheidende Zeugniss dafür, dass die Wärme eine Bewegung ist, hat jedoch die mechanische Wärmetheorie ge-

liefert, indem sie nachwies, dass die durch mechanische Mittel producirte Wärme zu der dabei geleisteten Arbeit, so wie die geleistete Arbeit zu der dabei verbrauchten Wärme in einem bestimmten Verhältnisse stehen.

Graf Rumfort war der Erste (1798), welcher diese Erscheinung bestimmter auffasste und den Zusammenhang zwischen der verbrauchten Arbeit und der erzeugten Wärmemenge zu ermitteln suchte. Er verglich die Arbeit, die beim Ausbohren eines Kanonenlaufes aufgewendet wurde, mit der Stärke der Erwärmung des Rohres, welche Erwärmung er durch die Temperaturerhöhung von Wasser bestimmte, welches das Rohr umgab. Sein Versuch ergab jedoch kein zuverlässiges Resultat, weil die Wärmeverluste nach aussen nicht berücksichtigt wurden, und weil hier nur ein Theil der Arbeit auf Vermehrung der fühlbaren Wärme, ein anderer Theil aber auf das Abtrennen der Metalltheile beim Bohren verwendet wurde.

Das grosse Verdienst, den Satz über Aequivalenz von Wärme und Arbeit zuerst in bestimmter Weise aufgestellt zu haben, gebührt Dr. J. R. Mayer in Heilbronn. Er sprach es 1842 aus, dass man ausfindig machen müsse, wie hoch ein Gewicht über den Erdboden zu erheben sei, damit seine Fallkraft äquivalent sei der Erwärmung eines gleichen Gewichtes Wasser von 0° auf 1° C. Mayer hat daher zuerst erkannt, dass die durch Arbeitsverrichtung erzeugte Wärmemenge der aufgewandten Arbeit proportional ist.

Zum Messen von Wärmemengen nimmt man bekanntlich als Einheit diejenige Wärmemenge an, durch welche die Gewichtseinheit Wasser von 0° auf 1° Celsius erwärmt wird. Wenn nun wirklich Wärme nur Bewegung ist, so kann man, wie Mayer zuerst geschlossen hat, Wärmemengen auch in gleicher Art messen wie Arbeit, nur muss bekannt sein, welche Wärmemenge der Arbeitseinheit oder welche Arbeit einer Wärmeeinheit entspricht. Diese Frage hat durch die schönen und vielartigen Versuche von Joule in unzweifelhafter Weise ihre Beantwortung gefunden.

Bei einer Versuchsreihe befanden sich in einem mit Quecksilber gefüllten Gefässe zwei Metallscheiben, von denen die eine

festlag, die andere aber durch einen belasteten Hebel gegen die erstere gepresst und durch sinkende Gewichte in Umdrehung versetzt wurde. Die Grösse der Gewichte und die Höhe, um welche sie niedersanken, ergaben, unter Anbringung der erforderlichen Correcturen, diejenige Arbeit, welche zur Ueberwindung der Reibung verwendet wurde. Aus der Temperaturerhöhung des Quecksilbers und unter Berücksichtigung der durch Strahlung nach aussen verlorenen Wärmemenge schloss Joule dagegen auf die Menge der durch die Reibung erzeugten Wärme. Die unter verschiedenen Verhältnissen ausgeführten Experimente ergaben alle die gleiche Beziehung zwischen der aufgewandten Arbeit und der erzeugten Wärmemenge. Die anzuwendende Arbeit, um eine Wärmeeinheit zu produciren, oder das mechanische Wärmeäquivalent, stellte sich nach diesen Versuchen im Mittel auf 425,18 Meterkilogramm heraus.

Bei einer anderen Versuchsreihe wurde die Reibung zwischen festen und flüssigen Körpern erzeugt. In einem Gefässe befand sich Wasser oder Quecksilber und ein Rührapparat, der durch sinkende Gewichte in Umdrehung versetzt wurde. Auch diese Versuche führten zu demselben Resultate, wie die vorher genannten. Joule fand für das mechanische Wärmeäquivalent für Messing in Wasser 423,92, für Eisen in Quecksilber 424,68 Meterkilogramm.

Bei einem weiteren Versuche comprimirte Joule mit Hülfe einer Pumpe atmosphärische Luft und presste sie in einen kupfernen Ballon, der in einem Wassercalorimeter stand, bis der Druck auf 22 Atmosphären gestiegen war. Aus der Temperaturerhöhung des Wassers im Calorimeter ergab sich die erzeugte Wärmemenge, während die in Wärme umgesetzte Compressionsarbeit eben die Arbeit ist, die auf Bewegung der Druckpumpe verbraucht wurde. Diese Versuche, die allerdings nicht die Zuverlässigkeit der oben erwähnten besitzen, weil die Arbeitsverluste an der Pumpe, besonders die Kolbenreibung, schwer zu ermitteln sind, ergaben den Werth von 437,77 Meterkilogramm als mechanisches Wärmeäquivalent.

Aehnliche Versuche sind seit Joule in verschiedener Art unternommen worden. Der sinnreichste von allen ist ein Versuch

von Hirn. Zwei schwere prismatische Blöcke, der eine aus Holz, der andere aus Eisen, wurden pendelartig aufgehangen, so aber, dass ihre Axen in einer geraden Linie lagen. Zwischen dem Holzblocke und dem Eisenblocke war ein kleiner hohler Bleicylinder angebracht. Man erhob nun den Eisenblock auf eine gewisse Höhe und liess ihn frei herabfallen, so dass er in seiner tiefsten Lage gegen den Bleicylinder stiess und dabei die Hinterlage desselben, den Holzblock, auf eine gewisse Höhe hinaufwarf. In Folge des Stosses wurde der Bleicylinder comprimirt und erwärmt. Die erzeugte Wärmemenge liess sich auf die Weise bestimmen, dass man unmittelbar nach dem Stosse die Höhlung des Cylinders mit einer gemessenen Menge Wasser von bestimmter Temperatur füllte und die Temperaturerhöhung beobachtete. Die Arbeit, welche im Augenblicke des Stosses im Eisenblocke enthalten war, berechnete sich direct aus dem Gewichte und der Fallhöhe desselben. Diese Arbeit ist jedoch keineswegs allein zur Wärmeerzeugung verwendet worden, sondern auch um die beiden Blöcke nach dem Stosse wieder in Bewegung zu versetzen. Hirn beobachtete deshalb, wie hoch der eiserne Block nach dem Stosse wieder zurücksprang und auf welche Höhe sich nach der anderen Seite der Holzblock erhob. Aus den Gewichten und den Erhöhungen beider ergab sich die in den Massen nach dem Zusammenstossen noch enthaltene Arbeit und somit auch diejenige Arbeit, welche durch die unvollkommene Elasticität des Bleies absorbirt und in dem Bleicylinder in Wärme umgesetzt worden war. Hirn fand auf diesem Wege das mechanische Aequivalent der Wärmeeinheit gleich 425 Meterkilogrammen. —

Durch die soeben erwähnten Versuche und durch manche andere ist somit dargethan, dass man in einem Körper durch mechanische Mittel dieselben Erscheinungen hervorzubringen vermag, wie durch directe Wärmemittheilung; umgekehrt liegen auch Beobachtungen vor, dass bei einem Körper, wenn er unter Ueberwindung eines äusseren Druckes sich ausdehnt, diejenigen Aenderungen eintreten, die sonst nur bei Wärmeverlust der Körper durch Ausstrahlung oder Ableitung stattfinden. Zunächst ist auf die längst bekannte Thatsache hinzuweisen, dass die

Temperatur eines Gases abnimmt, wenn sich dasselbe unter Drucküberwindung, also arbeitverrichtend, ausdehnt; es verschwindet Wärme, diese findet sich aber in der gewonnenen Arbeit wieder. Genauere Beobachtungen über das bestehende Verhältniss der Wärme und Arbeit liegen zwar für die Gase nicht vor; für Dampf ist dagegen der betreffende Nachweis von Hirn geliefert worden.

Hirn beobachtete, welche Wassermenge in einer bestimmten Zeit in einem Dampfkessel einer grossen Dampfmaschine in Dampf verwandelt und in den Dampfcylinder geführt wurde. Hierauf wurde bestimmt, welche Wärmemenge der Dampf bei seinem Eintritte in den Cylinder enthielt und diejenige, welche er noch bei seinem Austritte besass, und die Differenz beider mit der geleisteten Arbeit verglichen. Es ergab sich, dass für jede verschwundene Wärmeeinheit 399 bis 427 Meterkilogramm Arbeit geleistet wurden; das Mittel aus allen Versuchen betrug 413 Meterkilogramm, also nahezu den von Joule für das mechanische Wärmeäquivalent gegebenen Werth, wobei die Abweichungen sich leicht durch die Schwierigkeiten erklären lassen, welche bei Versuchen in so grossartigem Maassstabe zu überwinden sind.

Auf Grundlage dieser Beobachtungen wird in der mechanischen Wärmetheorie angenommen, dass ebenso wie man aus Wärme Arbeit gewinnen, man auch umgekehrt durch Arbeit Wärme erzeugen kann, und der Satz, „dass Wärme und Arbeit äquivalent sind", als erwiesen betrachtet. Als Mittel aus allen Versuchen ist das Arbeitsäquivalent der Wärmeeinheit auf 424 Meterkilogramm festgestellt worden; $^1/_{424}$ Wärmeeinheit ist dann das Wärmeäquivalent der Arbeitseinheit.

Auf diese Grundsätze gestützt, ist es der mechanischen Wärmetheorie gelungen, indem sie die in den Körpern enthaltene Wärme als einen in ihnen durch die inneren Bewegungen angehäuften Arbeitsvorrath betrachtet und von ganz allgemeinen Gleichungen ausgeht, nicht allein zu Resultaten zu gelangen, welche mit der Erfahrung vollkommen übereinstimmen, sondern auch den oben angenommenen Werth für das mechanische Wärmeäquivalent auf rein theoretischem Wege zu bestätigen.

Sie hat dadurch den Beweis geliefert, dass wir die Gesetze, welche wir an den äusseren Bewegungen der Körper kennen lernen, auch auf ihre inneren Bewegungen anwenden können, und dass wir folglich berechtigt sind, diese, wie jene, einer und derselben mathematischen Behandlungsweise zu unterwerfen.

§ 2. **Wärmevibrationen.** In der mechanischen Wärmetheorie wird einfach angenommen, dass die Wärme eine innere Bewegung der Körper sei, ohne dieser Annahme eine bestimmte Vorstellung über die Art dieser Bewegung zu Grunde zu legen. Es lässt sich jedoch erwarten, dass gerade die Ermittelung dieser Bewegungsart, die wir als Wärme bezeichnen, zu Resultaten führen müsste, welche nicht geringer wären als diejenigen, zu denen die Vibrationstheorie des Lichtes durch ihre bestimmte Voraussetzung transversaler Vibrationen gelangt ist.

Ein dahinzielender Versuch ist von Krönig und Clausius gemacht worden. Krönig nimmt an (Grundzüge einer Theorie der Gase. Pog. An. Bd. XCIX.), dass die Molecüle in den Gasen und Dämpfen sich in gerader Linie mit constanter Geschwindigkeit fortbewegen, bis sie gegen andere Molecüle oder gegen eine für sie undurchdringliche Wand stossen. Clausius (Abhandlungen über die mechanische Wärmetheorie. Abh. XIV.) erklärt sich mit der Ansicht von Krönig einverstanden, fügt aber zu den geradlinigen Bewegungen der Molecüle noch rotirende und vibrirende Bewegungen hinzu. Nach Beiden ist die Temperatur der Gase dem Quadrate der Geschwindigkeit, mit welcher sich die Molecüle bewegen, proportional.

Die Vorstellung, welche sich Krönig und Clausius über die innere Constitution der Gase gebildet haben, befriedigt uns nicht. Vor Allem vermissen wir in ihr eine genügende Grundlage, um darauf eine allgemeine Naturtheorie aufbauen zu können. Man kann sich keine Rechenschaft über die Ursache geben, welche die Molecüle zu einer Bewegung veranlasst. Der Vergleich, welchen Krönig zwischen den Gasen und vollkommen elastischen Kugeln, welche in einem ebenfalls elastischen Kasten geschüttelt werden, anstellt, lässt die innere Bewegung der Gase

als ein wirres, ungeordnetes Durcheinandertreiben der Atome erscheinen, welches der sonst so strengen Gesetzmässigkeit der Natur widerspricht. Die von Clausius hinzugefügten, drehenden und vibrirenden Bewegungen tragen nicht dazu bei, den innern Zustand der Körper zu ordnen oder aufzuklären. Die Art der Vibrationen ist nicht hinreichend präcisirt; es ist keine Rücksicht auf die verschiedene Dauer der Schwingungen genommen; die Annahme eines imponderabelen Wärmeäthers ist noch als zulässig erachtet; mit einem Worte man sieht, dass in dieser Hinsicht die mechanische Wärmetheorie noch mit allen Vorurtheilen der atomistischen Theorie zu kämpfen hat. —

Wir glauben, dass man, um zu der Erkenntniss der inneren Constitution der Körper zu gelangen, nicht von einer willkürlich aufgestellten Hypothese ausgehen darf, sondern dass man einfach nur die Naturerscheinungen selbst zu befragen hat. Nun ist uns aber keine Erscheinung bekannt, nach welcher man berechtigt wäre, eine geradlinige Bewegung der Atome anzunehmen, schon deshalb, weil wir von den Atomen überhaupt nichts wissen können. Dagegen besitzen wir in den Erscheinungen der strahlenden Wärme den empirischen Beweis dafür, dass sie, wie das Licht, eine Wirkung von Vibrationen sind. Von den Vibrationen wissen wir aber, dass sie stets nur von eben solchen Bewegungen ausgehen. An der Stelle, wo ein Stein ins Wasser fällt, sieht man abwechselnd Erhöhungen und Vertiefungen entstehen und von dieser schwingenden Bewegung aus die Wasserwellen sich auf der Oberfläche des Wassers verbreiten. Die Schwingungen der Saiten eines Claviers theilen sich dem Resonanzboden mit. Die Töne einer Orgelpfeife gehen von den stehenden Schwingungen der Luft in derselben aus. Ein erhitzter Körper ist somit nur dadurch im Stande, Vibrationsbewegungen als strahlende Wärme auszusenden, weil er selbst sich in einem eben solchen Vibrationszustande befindet. Da aber zwischen der Wärme eines erhitzten Körpers und der Wärme derjenigen Körper, welche wegen der Gleichheit der Temperatur mit ihrer Umgebung nicht die Erscheinungen der strahlenden Wärme zeigen können, nur ein Unterschied dem Grade nach besteht, so werden wir dahin geführt,

die innere Bewegung der Körper, die wir als Wärme bezeichnen, als eine Vibrationsbewegung zu bestimmen.

Von dieser Thatsache ausgehend, können wir weiter schliessen, wenn wir die verschiedenen Vibrationserscheinungen in der Natur beobachten und untersuchen und die an ihnen erkannten Gesetze auf die innere Bewegung der Körper anwenden. Auf diese Weise sind wir im Stande, uns von den Vibrationen eine vollkommen genaue Vorstellung zu machen. Man braucht nur das Pendel einer Wanduhr anzusehen, um seine Schwingungen zu erblicken und um die Art der Bewegung, die wir als Vibrationen bezeichnen, zu erkennen. Aehnliche Bewegungen führt auch eine tönende Saite aus, wenn sie um ihre Ruhelage oscillirt, in Folge dessen sie als schattenartig und geschwollen erscheint. Die Schwingungen des Wassers, während des Durchganges der Wellen, sind von den Gebrüder Weber in einer gläsernen Wasserrinne an den kleinen Körperchen beobachtet worden, welche von gleichem specifischen Gewichte, wie das Wasser, in demselben suspendirt sind. Die Erscheinungen des Schalles und des Lichtes endlich sind durch eben solche Vibrationen erklärt worden, obwohl man sie bei ihnen nicht sinnlich wahrnehmen kann.

Der Entstehung der Vibrationsbewegungen geht stets in einem Körper die Störung seines inneren Gleichgewichtes voraus. Es werden dadurch Kräfte in Wirksamkeit gesetzt — bei dem Pendel und den Wasserwellen die Schwere, in anderen Fällen die Elasticität —, welche das Streben haben, die aus ihrem gewöhnlichen Orte verschobenen Theile wieder dahin zurückzuführen, ihnen aber bei dieser Bewegung eine Geschwindigkeit ertheilen, durch welche sie, auf ihrer Gleichgewichtslage angelangt, über dieselbe hinausgeführt werden und in Folge dessen eine Verschiebung auf die andere Seite ihrer Ruhelage erleiden. Dieselben Kräfte widersetzen sich nun dieser weiteren Bewegung, verzögern sie, heben sie endlich ganz auf und veranlassen hierauf die aus ihrer Ruhe gestörten Theile mit einer beschleunigten Bewegung wieder zu ihrer Gleichgewichtslage zurückzukehren, wonach der soeben geschilderte Vorgang von Neuem beginnt.

Die Vibrationen sind somit periodische, hin- und hergehende Bewegungen, welche zwischen zwei bestimmten Punkten vor sich gehen, wobei die schwingenden Theile ihre Bahn bald mit einer beschleunigten, bald mit einer verzögerten Bewegung durchlaufen, das Maximum ihrer Geschwindigkeit auf ihrer Gleichgewichtslage erreichen, an den beiden Enden ihres Weges aber momentan in Ruhe sind.

Genau dieselbe Vorstellung haben wir uns auch von den Wärmevibrationen zu machen. Wir haben somit bei ihnen, wie bei allen Vibrationserscheinungen in der Natur, folgende Elemente zu unterscheiden:

Eine Amplitude oder die Grösse der Entfernung, welche die schwingenden Theile von ihrer Gleichgewichtslage erreichen.

Eine veränderliche Geschwindigkeit, mit welcher die Amplitude durchlaufen wird, und die bald eine beschleunigte, bald eine verzögerte ist.

Eine Vibrationsintensität oder das Maximum der Geschwindigkeit, welches auf der Gleichgewichtslage erreicht wird.

Eine Vibrationsdauer oder die Zeit, welche zu einem Hin- und Hergange erforderlich ist.

Das in den Körpern von den Wärmevibrationen Bewegte bezeichnen wir als Materie. Wir wissen jedoch nicht, was die Materie an sich ist, und es fehlen uns auch alle Mittel, um über diese Frage im Beginn unserer Untersuchungen zu entscheiden. In den naturphilosophischen Systemen sucht man zuerst durch Speculation das Wesen der Materie zu erforschen, um dann von der gewonnenen Grundlage aus die verschiedenen Naturerscheinungen zu erklären. Diese Verfahrungsweise bringt jedoch, da sie nicht auf der allein sicheren Quelle des Wissens, auf der sinnlichen Wahrnehmung, begründet ist, auch nicht die Ueberzeugung ihrer Unfehlbarkeit mit sich, und es bleibt immer zweifelhaft, ob die erlangten speculativen Resultate der Wirklichkeit entsprechend sind oder nicht. Wir haben deshalb einen anderen, den inductiven Weg gewählt, auf dem wir erst durch die Erklärung der Naturerscheinungen, d. h. durch das Zurückführen der beobachteten Erscheinungen auf andere ebenfalls durch die Erfahrung gegebene Thatsachen, zu

der ihnen allen zu Grunde liegenden Einheit und somit auch zu dem Wesen der Materie gelangen wollen. Das Wesen der Materie bleibt also fürs Erste unbestimmt, ein Unbekanntes, welches, wie in den mathematischen Gleichungen, erst durch weitere Forschungen ermittelt werden soll. —

Die Materie ist elastisch. Aus der mechanischen Wärmetheorie wissen wir, dass eine verschwindende äussere Arbeit sich in Wärme, in eine innere Arbeit, verwandelt und dass Wärme wieder in Arbeit übergeht. Die Materie ist also vollkommen elastisch; sie duldet keinen Verlust an lebendiger Kraft. Die Elasticität der Materie ist das Streben derselben, die in ihrem Innern durch die Wärmevibrationen gestörte Ruhe wiederherzustellen, trägt aber, indem sie den zu ihrer Gleichgewichtslage zurückkehrenden Theilen immer wieder dieselbe Geschwindigkeit ertheilt, nur dazu bei, die innere Bewegung der Körper aufrecht zu erhalten. Worauf diese Eigenschaft der Materie, die wir als ihre Elasticität bezeichnen, beruht, ist uns zwar noch vollkommen unbekannt; wir können sie aber durch das Fortbestehen der Wärmevibrationen als eine empirisch gegebene Thatsache constatiren und sie als Princip der Erhaltung der lebendigen Kräfte unseren weiteren Untersuchungen zu Grunde legen.

§ 3. **Wärmewellen.** Die meisten Vibrationen, welche wir zu beobachten die Gelegenheit haben, werden durch Wellen weiter fortgepflanzt. Am deutlichsten erkennt man diesen Vorgang, weil sinnlich wahrnehmbar, an einem Seile.

Wenn man ein gespanntes Seil in der Nähe des einen Befestigungspunktes durch einen plötzlichen Stoss in der Richtung nach aufwärts erschüttert und dann sich selbst überlässt, so wird dadurch in dem Augenblicke des Stosses nur die Strecke des Seils, welche der gestossenen Stelle zunächst liegt, aus ihrer Ruhelage gebracht; es bildet sich hier eine Ausbeugung oder Krümmung, welche sich von einem Theile des Seiles dem anderen mittheilt und dasselbe von einem Ende bis zum anderen durchläuft. Es werden hiebei, bevor der Stoss vollendet ist, deshalb nicht alle Punkte des Seils gleichzeitig aus ihrer Lage gebracht, weil der Stoss viel schneller beendigt ist, als er sich

der ganzen Länge des Seils mittheilen kann. Die aus ihrem Orte durch den Stoss verschobenen Theile veranlassen durch die Elasticität des Seiles die ihnen zunächst liegenden Theile zu einer gleichen Bewegung nach aufwärts, während sie selbst zu ihrer Ruhelage zurückkehren. Indem sich diese schwingende Bewegung, zunächst nach aufwärts und dann wieder nach abwärts, von einem Theile des Seiles dem anderen mittheilt, entsteht die scheinbare Bewegung einer Welle, die jedoch nur eine Form ist, welche während der Fortpflanzung der Bewegung immer von anderen Theilen des Seiles gebildet wird.

Um die Stelle, an welcher ein Stein ins Wasser fällt, bilden sich nach einander mehrere kreisförmige und concentrische Unebenheiten, welche sich auf der ruhigen Wasseroberfläche fortpflanzen und sich dabei immer mehr und mehr erweitern. An dem Entstehungspunkte der Wellen tritt bald wieder Ruhe ein, während die entstandenen kreisförmigen Erhöhungen, sich nach allen Seiten ausbreitend, allmählig flacher werden und sich endlich im Spiegel der Flüssigkeit wieder verlieren. Die Bewegung der Wellen auf der Oberfläche des Wassers ist jedoch mit der Bewegung der einzelnen Wassertheilchen nicht zu verwechseln; während eine Welle sich erweiternd in einer bestimmten Richtung fortschreitet, nehmen die einzelnen Wassertheilchen an dieser Bewegung keinen Antheil, denn wenn ein Stückchen Holz auf dem Wasser schwimmt, so sieht man, wie es sich abwechselnd hebt und dann wieder senkt, während die Wellen gleichsam unter ihm hinwegzuziehen scheinen. Wären die Wellen eine fortschreitende Bewegung der ganzen Wassermasse, so müsste das Stückchen Holz, wie auf einem Flusse, mit fortgerissen werden. Die Wellen sind nur eine Form, welche von den Wassertheilchen nach einander eingenommen wird, während die Bewegung der einzelnen Wassertheilchen in einem Auf- und Abschwingen besteht.

Die Bahn, welche die einzelnen Flüssigkeitstheilchen bei dem Fortschreiten einer Welle beschreiben, haben zuerst die Gebrüder Weber beobachtet und untersucht. Sie bedienten sich hiezu einer Wellenrinne, eines langen schmalen Kastens, dessen Seitenwände aus Glas bestanden. Wenn man eine solche

Wellenrinne bis zu einer gewissen Höhe mit Wasser füllt und in demselben eine Bewegung erregt, so hat man den überraschenden Anblick, den senkrechten Durchschnitt der erregten Wellen durch die Glaswände zu sehen, und kann ihn mit der Linie des Niveau vergleichen. Man sieht aber auch, wenn man durch die Glaswände und das Wasser hindurch gegen das Licht blickt, die Bewegung der im Innern des Wassers schwebenden festen Theilchen von gleichem specifischen Gewichte wie das Wasser, und kann somit an ihnen die im Innern des Wassers stattfindenden Bewegungen erkennen.

Die Wassertheilchen beschreiben in einer verticalen Ebene kleine, meist elliptische Bahnen, deren senkrechte Axen mit zunehmender Tiefe in einem stärkeren Verhältnisse abnehmen als die horizontalen, so dass in einem gewissen Abstande unter der Oberfläche nur ein geringes, horizontales Hin- und Herschwanken übrig bleibt. An der Oberfläche der Flüssigkeit haben diese Bahnen annähernd die Kreisform.

Die wirkende Kraft bei der Wellenbewegung in einer Flüssigkeit ist die Schwere; wenn durch irgend eine Ursache in einer Wassermasse eine Erhöhung oder Vertiefung hervorgebracht wird, so wirkt alsbald die Schwere der einzelnen Wassertheilchen und sucht das gestörte Gleichgewicht wieder herzustellen. Die höher liegenden Theile üben einen Druck auf die zunächst befindlichen, tiefer gelegenen Wassertheile aus und veranlassen diese zu einer emporsteigenden Bewegung, während sie selbst sich abwärts bewegen und durch die erlangte Geschwindigkeit unter das Niveau der Wasserfläche herabsinken. Dadurch wird eine Undulationsbewegung hervorgebracht, welche sich von Theilchen zu Theilchen fortpflanzt und als Welle an der Oberfläche der Flüssigkeit erscheint. Ein Theil der Welle ist dabei stets über der horizontalen Oberfläche der ruhenden Flüssigkeit erhaben, ein anderer Theil unter ihr vertieft. Man bezeichnet die über dem Niveau erhabenen Theile einer Welle als Wellenberge, die unter demselben vertieften als Wellenthäler.

Während ein Wassertheilchen eine Oscillation vollbringt, befindet es sich nach einander an allen Stellen einer Welle.

Wird ein noch in Ruhe befindliches Wassertheilchen durch den Druck eines ihn erreichenden Wellenberges zu einer aufwärts gerichteten Bewegung veranlasst, so steigt es an der vorderen Hälfte des Wellenberges in die Höhe. Auf dem Gipfel desselben angelangt, beginnt es seine abwärts gerichtete Bewegung und sinkt dabei am hinteren Theile des stetig vorwärtsschreitenden Wellenberges hinab. — Durch die bei seiner niedergehenden Bewegung erlangte Geschwindigkeit wird das Wassertheilchen bis unter das Niveau der Wasseroberfläche geführt und dadurch eine Vertiefung oder ein Wellenthal gebildet. Wenn die abwärts gerichtete Geschwindigkeit des Wassertheilchens gleich Null geworden ist, so befindet es sich im Boden des Wellenthals und beginnt von da an durch den Druck der folgenden Welle seine aufwärts gerichtete Bewegung von Neuem. Die Fortpflanzung der Wellen wird durch den Umstand bedingt, dass die nebeneinander liegenden Wassertheile nicht gleichzeitig ihre Bewegung beginnen. Indem immer wieder neue Wassertheile durch ihre emporsteigende Bewegung zur Bildung des Wellenberges beitragen und durch ihre niedergehende Bewegung die Entstehung eines Wellenthales veranlassen, schreiten diese selbst gleichmässig auf der Oberfläche des Wassers fort.

Auf ähnliche Weise wird auch die Fortpflanzung des Schalles erklärt, mit dem Unterschiede nur, dass die Schwingungen der Luft nicht senkrecht zu der Fortpflanzung des Schalles vor sich gehen, sondern in derselben Richtung erfolgen.

Wenn eine Saite zwischen zwei Punkten ausgespannt ist und aus ihrer Gleichgewichtslage gebracht wird, so führt sie eine Reihe von Schwingungen aus, die immer schwächer werden, bis die Saite wieder zur Ruhe zurückkehrt. Wir sehen das Zittern der Saite und hören einen Ton. Die Saite vollbringt ihre Schwingungen mit einer ungleichförmigen Bewegung: mit einer beschleunigten, wenn sie zu ihrer Ruhelage zurückkehrt, mit einer verzögerten, wenn sie sich von ihr entfernt. — Kehrt nun eine Saite mit einer beschleunigten Bewegung zu ihrer Gleichgewichtslage zurück, so überträgt sie ihre Bewegung auf die ihr zunächst liegenden Lufttheile und stösst sie gegen einander. Da die aus ihrem Orte verschobenen Lufttheile sich

nicht momentan über den ganzen Luftkreis vertheilen können, so werden sie durch den Stoss der Saite etwas zusammengedrückt, wodurch eine Verdichtung entsteht, welche unmittelbar an der Saite am stärksten ist und, von ihr aus allmälig abnehmend, sich auf eine gewisse Entfernung erstreckt.

Von dem Augenblicke an, in welchem die Saite durch ihre Ruhelage passirt ist, fängt ihre Geschwindigkeit an abzunehmen. Da die vor der Saite liegenden Luftschichten in diesem Momente eine eben so grosse und bald eine grössere Geschwindigkeit besitzen als sie selbst, so kann sie nicht mehr zur Vergrösserung ihrer Bewegung und ihrer Verdichtung beitragen; es übernimmt die ihr zunächst liegende Luftschicht den empfangenen Stoss weiter fortzupflanzen. Durch die Elasticität der Luft überträgt sie ihre Geschwindigkeit auf die ihr zunächst liegende zweite Luftschicht und geht selbst durch den Widerstand dieser in eine verzögerte Bewegung über; diese zweite Luftschicht theilt den Stoss einer dritten mit und diese einer vierten, fünften u. s. w. — So pflanzt sich die von der Saite angeregte Bewegung von einer Luftschicht zur anderen weiter fort. Da aber in dem verdichteten Theile der Luft die zu der Saite näher liegenden Luftschichten eine grössere Geschwindigkeit haben als die entfernteren, so werden diese durch den Stoss der ersteren zusammengedrückt und verdichtet, wodurch also mit der Bewegung auch die Verdichtung zugleich weiter fortgepflanzt wird.

Hat die Saite ihre grösste Entfernung von ihrer Gleichgewichtslage erreicht, so ist sie momentan in Ruhe; von da an kehrt sie mit einer beschleunigten Bewegung zu ihrer Gleichgewichtslage zurück. Die ihr zunächst liegenden Luftschichten treten, indem sie der Bewegung der Saite folgen, ebenfalls nach einander eine rückgängige Bewegung an. Da aber die der Saite näher liegenden Luftschichten diese Bewegung früher beginnen, als die weiter liegenden, so entfernen sie sich von einander, und es entsteht eine Verdünnung der Luft, die ihr Maximum in dem Momente erreicht, in dem die Saite zum zweiten Male, aber in entgegengesetzter Richtung, ihre Ruhelage passirt.

Von da an wird die Bewegung der Saite wieder eine verzögerte; die ihr zunächst liegende Luftschicht wird dadurch ebenfalls in ihrer Bewegung aufgehalten und von den nachfolgenden Luftschichten eingeholt; dadurch nimmt die Verdünnung in ihr ab, bis sie die gewöhnliche Dichtigkeit der Luft wieder erreicht. Indem sich dieser Vorgang in den verschiedenen Luftschichten wiederholt, wird die rückwärtsgerichtete Bewegung und die Verdünnung, wie die Verdichtung, weiter fortgepflanzt.

Während die Luft von einer Verdichtung und Verdünnung durchlaufen wird, führen die einzelnen Luftschichten eine vollständige Vibrationsbewegung aus. Wird eine Luftschicht von einer Verdichtung erreicht, so bewegt sie sich zuerst mit einer beschleunigten Geschwindigkeit in derselben Richtung, in welcher die Fortpflanzung der Verdichtung geschieht, bis sie mit dem Maximum ihrer Geschwindigkeit auch das Maximum ihrer Verdichtung erreicht; von da an geht ihre Bewegung in eine verzögerte über; die Luftschicht erreicht das äusserste Ende ihrer Bahn, sobald die Luft in ihr den gewöhnlichen Dichtigkeitszustand wieder angenommen hat. In der auf die Verdichtung folgenden Verdünnung findet eine rückwärtsgehende Bewegung statt, die zuerst wieder eine beschleunigte ist, bis die Luftschicht mit dem Maximum der Verdünnung auch zugleich das Maximum einer rückwärtsgerichteten Geschwindigkeit erreicht. Von da an geht die Bewegung wieder in eine verzögerte über; die Luftschicht erreicht ihre Gleichgewichtslage mit einer Geschwindigkeit gleich Null und würde daselbst in Ruhe verharren, wenn sie nicht durch darauf folgende, von der Saite ausgehende Verdichtungen und Verdünnungen zu neuen Bewegungen angeregt werden würde. Indem diese Bewegungen bis zu unserem Ohre gelangen, bringen sie in ihm die Empfindung des Schalles hervor.

Verdichtung und Verdünnung, zusammengenommen, bilden eine Schallwelle. In vielen Stücken gleichen die Schallwellen den Wasserwellen, sowie denjenigen Wellen, die wir an einem Seile kennen lernen; der verdichtete Theil der Schallwelle entspricht einem Wellenberge, der verdünnte Theil einem Wellenthale. Die Schallwellen unterscheiden sich aber von den anderen

Wellen dadurch, dass ihre Schwingungsrichtung nicht senkrecht zu der Fortpflanzungsrichtung der Wellen ist, sondern dass sie mit dieser zusammenfällt. Diese letzte Art von Wellen nennt man auch longitudinale Wellen zur Unterscheidung von denjenigen, bei welchen die Schwingungsrichtung senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung der Wellen ist, und die deshalb als transversale Wellen bezeichnet werden.

Bei den transversalen Wellen bildet die Länge eines Wellenberges und eines Wellenthales eine Wellenlänge; ebenso bezeichnet man bei den longitudinalen Wellen die Breite einer Verdichtung und Verdünnung zusammengenommen als eine Wellenlänge. Da die Bewegungen, nachdem eine ganze Welle an einem Punkte vorübergegangen ist, sich immer in derselben Art wiederholen, so folgt daraus, dass diejenigen Theile, welche in der Fortpflanzungsrichtung der Wellen um eine ganze Wellenlänge oder um ein Vielfaches derselben von einander entfernt sind, sich stets in einem gleichen Schwingungszustande befinden, d. h. sie bewegen sich mit gleicher Geschwindigkeit nach derselben Richtung hin. In der Entfernung einer halben Wellenlänge oder eines ungeraden Vielfachen derselben sind dagegen die schwingenden Theile zwar auch von gleichen, aber entgegengesetzten Geschwindigkeiten afficirt, sie befinden sich in entgegengesetzten Schwingungszuständen.

Während der Zeit, welche ein schwingendes Theilchen braucht, um eine ganze Vibration auszuführen, pflanzen sich die Wellen um eine Wellenlänge weiter fort. Bezeichnen wir also mit w die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen, d. h. den Weg, den die Wellen in der Zeiteinheit zurücklegen, mit L die Wellenlänge und mit T die Dauer der Vibrationen, so erhalten wir die Proportion

$$w : 1 = L : T$$

woraus

$$w = \frac{L}{T}, \qquad (1)$$

d. h. die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen ist gleich der Wellenlänge, dividirt durch die Dauer der Vibrationen.

Die Wellen pflanzen sich fort, je nachdem in welchem Körper sie stattfinden: entweder auf einer Linie, wie die Wellen an einem Seil, oder auf einer Ebene, wie die kreisförmigen Wasserwellen, oder endlich sie verbreiten sich im Raume nach allen Richtungen hin, wie der Schall; in diesem Falle bilden die nebeneinander liegenden und in einem gleichen Schwingungszustande sich befindenden Theile eine Wellenfläche, die, je nachdem ob die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen nach allen Richtungen eine gleiche oder eine verschiedene ist, entweder eine Kugelform oder eine ellipsoidische Form annimmt.

Durch die Anwendung dieser Gesetze, welche wir durch die Beobachtung der verschiedenen Vibrationsbewegungen in der Natur kennen lernen, auf die Erscheinungen des Lichtes sind diese durch die Fortpflanzung transversaler Wellen vollständig erklärt und dadurch der Beweis geliefert worden, dass eine befriedigende Erklärung der Naturerscheinungen wohl möglich ist. Es lässt sich, wegen der Allgemeinheit der Naturgesetze, erwarten, dass eine gleiche Verfahrungsweise in Bezug auf die Wärmevibrationen auch zu demselben Resultate führen muss. Wir nehmen deshalb an, dass die Wärmevibrationen ganz auf dieselbe Weise, wie der Schall und das Licht, durch Wellen weiter fortgepflanzt werden.

Die Fortpflanzung der Wärmewellen beobachten wir direct an den Erscheinungen der strahlenden Wärme, welche von einem über seine Umgebung erwärmten Körper ausgeht. Es findet aber auch zwischen Körpern von gleicher Temperatur ein beständiger Austausch von Wärmewellen statt, wie es durch das scheinbare Ausstrahlen von Kälte bewiesen wird. Bringt man in den Brennpunkt eines Hohlspiegels ein Stück Eis, so sinkt ein in dem Brennpunkte eines anderen gegenüberstehenden Brennspiegels befindliches Thermometer unter die Temperatur der ihn umgebenden Luft herab. Augenscheinlich sendet das Thermometer mehr Wärme in Form von Wärmewellen aus, als es aus dem Brennpunkte des anderen Hohlspiegels wiedererhält. Es findet also zwischen den Körpern ein beständiger Austausch von Wärmewellen statt; jeder Körper theilt seine

innere Bewegung den anderen mit und erhält sie bei einer sich gleichbleibenden Temperatur durch eine gleiche Einstrahlung von Wärmewellen wiederersetzt. Dieser Zustand wird als das *bewegliche Gleichgewicht* der Wärme bezeichnet.

Dieser gegenseitige Austausch von Wärme findet aber nicht blos zwischen verschiedenen Körpern, sondern auch zwischen den verschiedenen Theilen eines und desselben Körpers statt. Jeder Punkt desselben theilt seine Bewegungen, vermittelst Wärmewellen, allen übrigen Theilen des Körpers mit und wird seinerseits durch die von den anderen Theilen des Körpers ausgehenden Wärmewellen in Bewegung versetzt. Es findet also im Innern eines jeden Körpers ein beständiges Durchkreuzen und Interferiren der Wärmewellen statt.

Fig. 1.

Es seien, Fig. 1, A und B zwei Punkte innerhalb eines homogenen Körpers. Es mögen ferner die in der Figur gezogenen Kreise die Durchschnitte der aus A und B ausgegangenen kugelförmigen Wärmewellen in der Entfernung einer Wellenlänge von einander darstellen. Diese Wellen müssen nothwendigerweise ihrer allseitigen Ausbreitung wegen, wie es auch schon aus der Figur zu ersehen ist, während ihrer Fortpflanzung auf einander treffen. Es fragt sich, was die Folge eines solchen sich Begegnens der Wärmewellen sein wird. Um diese Frage zu beantworten, müssen wir uns wieder zu den uns bekannten Vibrationserscheinungen wenden und den Vorgang untersuchen, welcher dann eintritt, wenn zwei in entgegengesetzter Richtung fortschreitende Wellen auf einander treffen.

§ 4. **Stehende Wärmewellen oder Vibrationsatome.** Wenn die an einem Seile in der Nähe des einen Befestigungspunktes durch einen plötzlichen Stoss nach aufwärts bewirkte Ausbeugung die ganze Länge des Seils durchlaufen hat, so wird sie, an dem anderen Befestigungspunkte angelangt, von diesem zurückgeworfen, und bewegt sich auf dem Seile in entgegengesetzter Richtung zurück, mit dem Unterschiede jedoch, dass

die Welle, welche vordem, als Wellenberg, ihre Ausbeugung nach oben wendete, sich nun in eine nach unten gerichtete Ausbeugung, in ein Wellenthal, verwandelt hat. Ist nun unterdessen durch einen nach aufwärts gerichteten Stoss ein neuer, ganz gleicher Wellenberg erregt worden, so durchläuft er ebenfalls das Seil und trifft nothwendigerweise auf seinem Wege mit dem an dem einen Befestigungspunkte reflectirten Wellenthale zusammen. Der zwischen dem Wellenberge und dem Wellenthale im Moment ihres Zusammentreffens befindliche Punkt wird von dem Wellenberge nach oben, von dem Wellenthale nach unten getrieben, also gleichzeitig von zwei gleichen aber entgegengesetzten Bewegungen afficirt und muss deshalb in Ruhe bleiben; er bildet sich zu einem festen unbeweglichen Knotenpunkte oder Schwingungsknoten aus, von dem aus die Wellen ganz auf dieselbe Weise zurückgeworfen werden, wie an den Stellen, wo das Seil befestigt ist. Werden nun an einem Seile nach einander mehrere gleiche Wellen angeregt, so wiederholt sich derselbe Vorgang jedesmal, wenn ein Wellenberg und ein Wellenthal in entgegengesetzter Richtung fortschreitend zusammentreffen, bis endlich alle Bewegung der Wellen aufhört und das Seil durch feste unbewegliche Knotenpunkte in mehrere gleiche Theile getheilt wird, von denen jeder solche Schwingungen vollbringt, wie eine Saite, wenn sie ihrer ganzen Länge nach zwischen zwei festen Punkten schwingt. Man unterscheidet deshalb zwei Arten von Wellen: fortschreitende und stehende Wellen. Bei den fortschreitenden Wellen gerathen die Theile des schwingenden Körpers nur nach einander in Bewegung, wodurch die Bewegung der Wellen entsteht. Bei den stehenden Wellen, wie bei den Schwingungen einer Saite, beginnen alle Theile des Körpers gleichzeitig ihre Bewegung, gehen gleichzeitig durch ihre Gleichgewichtslage und erreichen gleichzeitig ihre grösste Ausweichung auf der einen und der anderen Seite derselben, wobei stets die in einem entgegengesetzten Schwingungszustande befindlichen Theile des Körpers durch feste unbewegliche Knotenpunkte von einander getrennt sind.

Die Bildung solcher Knotenpunkte lässt sich auch an einer gespannten Saite beobachten. Wenn man eine gespannte Saite

durch einen Steg in zwei ungleiche Theile theilt und dann den kleineren Theil mit einem Fidelbogen streicht, so geräth auch der andere Theil in Vibrationen und zwar so, dass in gleichen Entfernungen von einander sich feste Knotenpunkte bilden, zwischen denen die Saite dann ihre stehenden Schwingungen vollbringt. Die Schwingungsknoten lassen sich dadurch nachweisen, dass man an verschiedenen Stellen der Saite leichte Papierreiterchen aufsetzt, welche überall sonst abgeworfen werden, während sie auf den Knotenpunkten sitzen bleiben.

Erregt man in einem grösseren, mit einer Flüssigkeit gefüllten Gefässe immer von Neuem Wellen von gleicher Wellenlänge, so hat man die Gelegenheit, die Bildung der stehenden Wellen auf der Oberfläche der Flüssigkeit zu beobachten. Die directen Wellen stossen in allen Richtungen mit den von den Rändern des Gefässes zurückgeworfenen Wellen zusammen, und mit einem Male hört alles Fortschreiten der Wellen, welches man bis dahin sehen konnte, auf, und statt dessen erblickt man eine gewisse Anzahl regelmässig vertheilter, kegelförmiger Erhabenheiten, zwischen denen und von ihnen durch feste Knotenlinien getrennt, gleichfalls sehr regelmässig, trichterförmige Thäler liegen. Die kegelförmigen Erhabenheiten schreiten nicht mehr vorwärts, wie vordem die Wellenberge, aus denen sie entstanden sind, sondern sie befinden sich nur in einer schwingenden Bewegung, durch welche sie niedersinken, um an demselben Orte trichterförmige Vertiefungen zu bilden, während die trichterförmigen Thäler zu gleicher Zeit sich erheben und kegelförmige Erhabenheiten hervorbringen. So verwandeln sich abwechselnd die kegelförmigen Berge in trichterförmige Thäler und die trichterförmigen Thäler in kegelförmige Berge, während dazwischen momentan, beim Durchgange der schwingenden Theile durch ihre Gleichgewichtslage, die Oberfläche der Flüssigkeit vollkommen eben erscheint. Diese stehende Schwingung dauert einige Zeit ununterbrochen fort, ohne dass man neue Wellen zu erregen braucht. Die Oberfläche der Flüssigkeit ist dabei durch unbewegliche Knotenlinien in regelmässige Abtheilungen getheilt, von denen die neben einander liegenden sich stets in einem entgegengesetzten Schwingungs-

zustand befinden müssen, denn nur unter dieser Bedingung werden die Knotenlinien gleichzeitig von gleichen aber entgegengesetzten Bewegungen afficirt und dadurch ihre Unbeweglichkeit, sowie die Fortdauer der stehenden Wellen begründet.

Durch das Zusammentreffen in entgegengesetzter Richtung sich fortpflanzender Schallwellen können unter gewissen Umständen, wie bei den Wellen an einem Seile und bei den Wasserwellen, stehende Wellen entstehen. Tritt nämlich die Verdichtung einer Schallwelle in eine an einem Ende geschlossene Röhre, so wird sie am Boden derselben reflectirt und muss in umgekehrter Richtung wieder zurückgehen. Trifft nun eine solche reflectirte Verdichtung, nachdem sie momentan mit der ihr folgenden Verdünnung zusammengefallen ist, in der Entfernung einer halben Welle vom Boden der Röhre auf eine zweite in die Röhre eintretende Verdichtung, so wird die zwischen beiden im Moment des Zusammentreffens befindliche Luftschicht unbeweglich, da sie von den beiden Verdichtungen in der Richtung ihrer Fortpflanzung, also nach entgegengesetzten Richtungen, getrieben wird. Die Luftschicht bildet sich zu einem festen Schwingungsknoten aus, von dem die Verdichtungen auf eben dieselbe Weise zurückgeworfen werden, wie von dem geschlossenen Ende der Röhre. Nachdem die zweite Verdichtung von dem entstandenen Schwingungsknoten reflectirt worden ist, trifft sie in der Entfernung einer weiteren halben Wellenlänge auf eine dritte in die Röhre eintretende Verdichtung u. s. w. Derselbe Vorgang wiederholt sich so lange, bis die Luft auf der ganzen Länge der Röhre in eine stehende Schwingung versetzt worden ist. Damit die Unbeweglichkeit der Schwingungsknoten aufrechterhalten werde, müssen die benachbarten stehenden Luftwellen stets in einem entgegengesetzten Schwingungszustande sein. In den anstossenden Wellen findet deshalb an der sie trennenden Knotenfläche immer gleichzeitig entweder eine Verdichtung oder Verdünnung statt. Wenn also die Verdichtung in der einen Welle rechts ist, so ist sie in der anderen links, wenn die Verdünnung in der einen links, so ist sie in der anderen rechts. Hat an einem Ende einer stehenden Luftwelle die Verdichtung ihr Maximum erreicht, so hat sich

gleichzeitig am anderen Ende eine Verdünnung ausgebildet. Indem Beide von den unbeweglichen Schwingungsknoten zurückgeworfen werden und dadurch sich in entgegengesetzter Richtung bewegen, fallen sie zusammen, wodurch die Luft momentan ihren gewöhnlichen Dichtigkeitszustand annimmt. Während sich an den Schwingungsknoten abwechselnd Verdichtungen und Verdünnungen bilden, oscilliren die zwischen den Knotenflächen liegenden Luftschichten hin und her. Die Amplitude der Luftschichten ist durch den Einfluss der unbeweglichen Schwingungsknoten in der Nähe derselben nur gering; sie bewegen sich nur etwas nach links und nach rechts. Die Grösse der Excursionen wächst aber mit der Entfernung von den Schwingungsknoten und erreicht folglich ihr Maximum in der Mitte der stehenden Wellen. Hier tritt dagegen kein Wechsel in dem Dichtigkeitszustande der Luft ein, da die von den Knotenpunkten reflectirten Verdichtungen und Verdünnungen an diesem Orte zusammenfallen und sich dadurch gegenseitig aufheben.

Die Länge der stehenden Wellen, d. h. die Entfernung von einem Knotenpunkte zum anderen ist immer nur halb so gross als die Länge der fortschreitenden Wellen, aus deren Zusammenwirken sie entstanden sind. Bei den transversalen Wellen bildet sich ein Schwingungsknoten zwischen jedem Wellenberge und jedem Wellenthale. Bei den longitudinalen Wellen entstehen die Schwingungsknoten dort, wo die Verdichtungen zusammentreffen. Ist an dem einen Schwingungsknoten die Hälfte der Verdichtung zurückgeworfen, so ist am anderen Ende der stehenden Welle die Hälfte der Verdünnung reflectirt, so dass auch bei den longitudinalen Wellen die Länge der stehenden Wellen nur die Hälfte der fortschreitenden Wellen beträgt. Auf der Bildung solcher stehenden Luftwellen beruht das Tönen der Orgelpfeifen, das so lange dauert, als die Unbeweglichkeit der äussersten Knotenflächen in der Röhre durch das Einblasen des Windes aufrechterhalten wird. —

Aus der gegebenen Darstellung geht das Gesetz hervor, dass fortschreitende Wellen mit Vibrationen von gleicher Dauer und Intensität sich in stehende Wellen verwandeln, wenn sie, in entgegengesetzter Richtung sich

fortpflanzend, aufeinandertreffen. Wenn wir dieses Gesetz auf die Wärmewellen anwenden, so gelangen wir zu dem Resultate, dass sich die Wärmewellen innerhalb eines homogenen Körpers, in dem wir die Wärmevibrationen bei gleichmässiger Temperatur von gleicher Dauer und gleicher Intensität voraussetzen können, bei ihrem Zusammentreffen in entgegengesetzter Richtung in stehende Wärmewellen verwandeln. Da aber innerhalb eines Körpers die Wärmewellen sich nicht allein nach allen Richtungen fortpflanzen, sondern auch in jeder Richtung auf andere ihnen entgegenkommende Wärmewellen treffen, so bilden sich auch nach allen Seiten zwischen den stehenden Wärmewellen feste Schwingungsknoten, welche, sich aneinanderschliessend, sich zu einer zusammenhängenden Knotenfläche vereinigen und somit auch die stehenden Wärmewellen von allen Seiten vollkommen umhüllen.

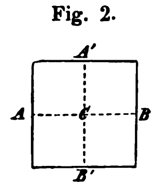
Wir müssen uns also den inneren Zustand der Körper auf die Weise vorstellen, als ob sie, wie die organischen Körper, aus Zellen gebildet wären, mit dem Unterschiede jedoch, dass die Zellenwände nicht aus einer feinen Membran, wie bei den Pflanzen, auch nicht aus Wachs, wie bei den Honigscheiben, bestehen, sondern aus den die einzelnen stehenden Wärmewellen von einander trennenden, unbeweglichen und vollkommen geschlossenen Knotenflächen gebildet werden. Diese Zellen wollen wir Vibrationsatome nennen. Die Vibrationsatome sind also stehende Wärmewellen, welche nach allen Seiten hin durch unbewegliche Knotenflächen von den anderen stehenden Wärmewellen des Körpers abgegrenzt werden. Innerhalb dieser festen Knotenflächen gehen die Wärmevibrationen vor sich. Da aber die stehenden Wellen aus dem Zusammenwirken fortschreitender Wellen hervorgehen, so folgt daraus, dass, obgleich bei der Bildung der stehenden Wärmewellen scheinbar jede Fortpflanzung fortschreitender Wärmewellen aufgehört hat, dennoch die inneren Bewegungen der Vibrationsatome von den Bewegungen in den anderen Vibrationsatomen des Körpers abhängig sind, und dass somit, nach wie vor, ein beständiges Strahlen der Wärme zwischen den verschiedenen Theilen eines Körpers angenommen werden kann.

Die Bewegung jedes einzelnen Punktes innerhalb eines Vibrationsatoms ist, wie bei allen zusammengesetzten Bewegungen, die Resultirende aller mitgetheilten Bewegungen. An den Knotenflächen ist sie gleich Null, da hier die fortschreitenden Wärmewellen sich in ihren bewegenden Wirkungen gegenseitig aufheben. Die Amplitude der stehenden Wärmevibrationen nimmt aber, wie bei den stehenden Wellen überhaupt, mit der Entfernung von den Knotenflächen zu und erreicht folglich ihr Maximum in der Mitte der Vibrationsatome. Wie bei der Interferenz der senkrecht zu einander polarisirten Lichtstrahlen die resultirenden Schwingungen entweder linear- oder circular- oder endlich elliptisch-polarisirte Vibrationen sind, so kann auch die Bahn, welche jeder Punkt innerhalb eines Vibrationsatoms durch seine Wärmevibrationen beschreibt, von der geraden Linie an sehr verschiedene Formen annehmen; im Allgemeinen wird sie aber aller Wahrscheinlichkeit nach eine doppelt gekrümmte Curve sein, um den aus allen Richtungen mitgetheilten Bewegungen Genüge leisten zu können.

Die Form der einzelnen Vibrationsatome eines Körpers kann ebenfalls, je nach der grösseren oder geringeren Regelmässigkeit der Wärmewellen, eine sehr verschiedene sein; sie muss aber stets der Art sein, dass die Vibrationsatome sich innig an einander lagern können, denn nur unter dieser Bedingung ist die Erhaltung der Knotenflächen zwischen den stehenden Wärmewellen möglich. Im Allgemeinen werden wir fürs Erste, der Einfachheit wegen, unseren Betrachtungen die Würfelform zu Grunde legen und nur dort, wo durch die äussere Erscheinung der Körper, wie bei den Krystallen, andere Formen angedeutet sind, auch diese zu berücksichtigen haben.

Wegen der allseitigen Fortpflanzung der Wärmewellen im Innern der Körper bleibt es sich gleich, ob die stehenden Wärmevibrationen als longitudinale oder als transversale betrachtet werden. Möge Figur 2 den Durchschnitt eines Vibrationsatoms darstellen. Betrachten wir die Bewegungen des Punktes C in der Richtung AB, so werden diese Bewegungen, wie überhaupt alle Componenten

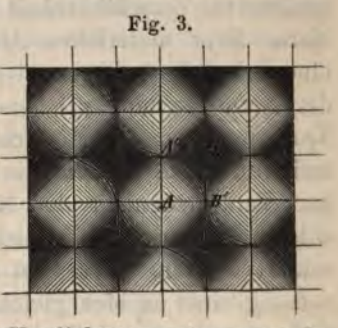
Fig. 2.



seiner Wärmevibrationen, nach allen Seiten fortgepflanzt, somit auch in den Richtungen AB und A′B′. In Bezug auf die Fortpflanzung der Wellen in der Richtung AB sind dann die erwähnten Bewegungen des Punktes C longitudinale Vibrationen; bei A und B finden, wie bei den Schwingungsknoten der stehenden Luftwellen in den Orgelpfeifen, abwechselnd Verdichtungen und Verdünnungen statt. Betrachten wir dagegen die Bewegungen des Punktes C ebenfalls in der Richtung AB, aber in Bezug auf die Fortpflanzung der Wärmewellen in der Richtung A′ B′, so erscheinen seine Schwingungen als transversale, die genau nach denselben Gesetzen erfolgen, wie die Schwingungen einer Saite. Die Linie A′ B′ oscillirt um ihre Gleichgewichtslage, wobei der Punkt C die grössten Bewegungen ausführt, während die Amplitude der übrigen Punkte um so kleiner wird, je näher sie zu den unbeweglichen Schwingungsknoten A′ und B′ liegen.

In Bezug auf die Gleichzeitigkeit der inneren Bewegungen geht aus den bekannten Gesetzen der stehenden Wellen hervor, dass die neben einander liegenden Vibrationsatome sich stets in einem entgegengesetzten Schwingungszustande befinden müssen, denn nur unter dieser Bedingung kann die Unbeweglichkeit der sie trennenden Knotenflächen aufrecht erhalten werden. Möge Fig. 3 den innern Zustand eines einfachen, homogenen Körpers auf einer Durchschnittsebene in einem Momente darstellen, in dem alle schwingenden Theile ihre volle Amplitude erreichen, in dem also die Verdichtungen und Verdünnungen sich vollständig an den Knotenflächen ausgebildet haben. Die Dichtigkeit der gezogenen Striche giebt uns ein Bild von dem Dichtigkeitszustande der Materie in den einzelnen Vibrationsatomen. Wenn bei B in einem Vibrationsatom eine Verdichtung ist, so muss nach derselben Seite hin in den daranstossenden Vibrationsatomen ebenfalls eine Verdichtung sein; wenn in einem Vibrationsatom die Verdünnung links oder unten ist, so muss sie in den benachbarten Vibrationsatomen rechts oder oben

Fig. 3.



sein. Ebenso ist es, wenn wir die stehenden Wärmevibrationen als transversale Schwingungen betrachten. Wenn die Linie A' B' in einem Vibrationsatom nach einer Seite gebogen ist, so sind die entsprechenden Theile in den benachbarten Vibrationsatomen nach der entgegengesetzten Seite verschoben. Somit wird die Knotenfläche AA' BB' stets von gleichen Bewegungen nach entgegengesetzten Richtungen afficirt und muss folglich in Ruhe bleiben.

Die Materie in den Körpern wird also durch feste Knotenflächen in Vibrationsatome getheilt, innerhalb welcher die Wärmevibrationen vor sich gehen. Mit der Erforschung dieser Thatsache haben wir zugleich die innere Constitution der Körper erkannt. Ist unsere Erkenntniss richtig, so muss in der ermittelten Thatsache die Ursache aller an den Körpern beobachteten Erscheinungen enthalten sein, wie es auch in der That durch die nachfolgenden Untersuchungen nachgewiesen wird.

§ 5. **Qualitative Verschiedenheit der Körper und Verschiedenheit der Temperatur.** Die Körper sind qualitativ von einander verschieden und verschieden an Temperatur. Es fragt sich nun, soll die qualitative Verschiedenheit der Körper der Materie selbst zugeschrieben werden, oder ist dieses Verhalten der Körper nur eine Erscheinung, welche an ihnen beobachtet wird. In der atomistischen Theorie wird die qualitative Verschiedenheit der Körper auf eine verschiedene Natur ihrer materiellen Atome zurückgeführt, damit aber nur eine Schranke gezogen, welche der gedeihlichen Entwickelung der Naturerkenntniss hemmend entgegentritt, weil durch diese Voraussetzung die Möglichkeit und die Nothwendigkeit jeder weiteren Erklärung ausgeschlossen wird. Will man die Ursache der Verschiedenheit der Körper ermitteln, so darf man eine solche Verschiedenheit nicht voraussetzen, sondern sie muss erklärt werden. Dieses ist aber nur möglich unter der Voraussetzung einer an sich gleichartigen Materie. Aus diesem Grunde, und um uns von allen selbstgeschaffenen Schranken bei der Entwickelung unserer Naturerkenntniss freizuhalten, nehmen wir, der sinnlichen Wahrnehmung scheinbar zuwider, die Materie

in allen Körpern als qualitativ gleichartig an; es wird somit unsere Aufgabe sein, die an den Körpern beobachteten Verschiedenheiten zu erklären.

Die Materie ist bewegt — äusserlich und innerlich. Die äussere Bewegung erkennen wir an der Ortsveränderung der Körper; die innere Bewegung bezeichnen wir als Wärme und haben sie als eine Vibrationsbewegung erkannt. Da wir die Materie als qualitativ gleichartig vorausgesetzt haben, so kann die Verschiedenheit der Körper nur auf einer Verschiedenheit ihrer Wärmevibrationen beruhen. Die Wärmevibrationen können aber nach zwei Seiten verschieden sein — verschieden an Dauer und an Intensität. Es fragt sich also, welche von diesen Verschiedenheiten der Wärmevibrationen entspricht der qualitativen Verschiedenheit der Körper, welche der Verschiedenheit der Temperatur?

Die Erscheinungen des Schalles und des Lichtes werden, wie die Wärme, durch Vibrationen hervorgebracht. Beim Schalle ist es mit Hülfe der Syrenen gelungen, für die verschiedenen Töne die Zahl der Schwingungen in der Zeiteinheit zu bestimmen. Es hat sich dabei herausgestellt, dass ein Ton um so höher ist, je mehr Schwingungen die Saite, welche ihn hören lässt, in der Zeiteinheit macht. Die Schwingungszahlen der harmonischen Töne, d. h. solcher Töne, welche zusammen angeschlagen einen angenehmen Eindruck hervorbringen, stehen in einem höchst einfachen Verhältnisse zu einander. Jede zunächst höhere Octave eines Tones macht in derselben Zeit genau doppelt so viel Schwingungen als dieser ihr zunächst tiefer gelegene Octavton. Die Schwingungszahlen der verschiedenen in der Musik gebrauchten Töne verhalten sich zu der Schwingungszahl ihres Grundtons: bei der Quinte, wie 3 zu 2; bei der Quarte wie 4 zu 3; bei der grossen Terz wie 5 zu 4; bei der kleinen Terz wie 6 zu 5. Die Duodecime macht 3 mal so viel Schwingungen als der Grundton. Die Schwingungszahl der Secunde verhält sich zur Schwingungszahl des Grundtons, wie 9:8; der Sexte wie 5:3; der kleinen Sexte wie 8:5; der Septime wie 15:8. Die qualitativ verschiedenen Töne werden also durch Schwingungen von verschiedener Dauer hervorgebracht. Wird

dagegen eine Saite stärker angeschlagen, so bleibt sich zwar der Ton qualitativ gleich, d. h. die Dauer der Schwingungen bleibt unverändert, die Luftschwingungen aber, welche den Ton bis zu unserem Ohre tragen, werden dadurch intensiver, deshalb auch der Eindruck, welchen sie hervorbringen, ein stärkerer. Die quantitative Verschiedenheit des Schalles, die verschiedene Stärke der Töne, beruht also auf der verschiedenen Intensität der Luftschwingungen, auf der grösseren oder geringeren Geschwindigkeit, mit welcher die Amplitude durchlaufen wird.

Ebenso ist es bei dem Lichte möglich gewesen, aus der Entfernung der Interferenzstreifen von einander auf die Länge der Lichtwellen zu schliessen. Dividirt man die bekannte Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes, 42000 Meilen in der Secunde, durch die gefundene Wellenlänge, so erhält man die Zahl der Schwingungen, durch welche die verschiedenfarbigen Lichtstrahlen hervorgebracht werden. Auf diese Weise ergeben sich für das mittlere rothe Licht

456000000000000

und für violettes Licht

667000000000000

Schwingungen in der Secunde. Wo dagegen zwei gleichfarbige Lichtstrahlen in gleichem Schwingungszustande zusammentreffen, d. h. wo die Intensität der Lichtschwingungen erhöht wird, tritt auch sofort ein verstärktes Licht hervor. Beim Lichte also wie beim Schalle werden seine qualitativen Verschiedenheiten — die Farben — ganz ebenso wie die Höhe und Tiefe der Töne durch eine verschiedene Dauer der Schwingungen bestimmt; die quantitativen Verschiedenheiten — die Stärke des Lichtes und des Schalles — sind dagegen von der Intensität der Schwingungen abhängig.

Setzen wir nun dasselbe Verhalten auch bei den Wärmevibrationen voraus, so können wir annehmen, dass die stehenden Wärmevibrationen in den qualitativ verschiedenen Körpern von verschiedener Dauer sind, dass dagegen das quantitative Verhalten der Wärme eines Körpers, seine Temperatur, eine verschiedene ist, wenn seine Wärmevibrationen von verschiedener Intensität sind,

d. h. dass ein Körper durch die Zunahme der Intensität seiner Wärmevibrationen erwärmt, durch die Abnahme derselben aber erkaltet wird.

Durch diese Bestimmung verlieren die inneren Bewegungen der Körper die ihnen bisher beigelegte beschränkte Bedeutung, nur für Wärmevibrationen zu gelten; sie sind es vielmehr, wodurch auch die anderweitigen Eigenschaften der Körper bedingt werden. Die Wärme, welche den Körpern durch ihre innern Schwingungen ertheilt wird, ist nur eine einseitige Bethätigung derselben, diejenige ihrer Intensität; in demselben Maasse tragen die Wärmevibrationen durch ihre verschiedene Dauer dazu bei — da nach unserer Voraussetzung die Materie an sich vollkommen gleichartig und unterschiedlos ist — das jedem Körper zukommende, ihm eigenthümliche, qualitative Verhalten zu begründen. Dieser fundamentale Grundsatz unserer Naturtheorie kann für den Augenblick nicht weiter bekräftigt werden, als durch den schon geschehenen Hinweis auf die analogen Verhältnisse beim Schalle und beim Lichte; der Beweis seiner Richtigkeit muss aus der leichten, ungezwungenen Erklärung der Naturerscheinungen hervorgehen. Die der Naturforschung von nun an gestellte Aufgabe besteht in nichts Anderem, als in der Ermittelung der — wenn auch fürs Erste nur — relativen Dauer der Wärmevibrationen, so wie in einem Zurückführen der an den Körpern beobachteten Verschiedenheiten auf diesen ihr qualitatives Verhalten bedingenden, quantitativen Unterschied. Durch die erlangte Erkenntniss sind wir aber bereits im Stande, die Verschiedenheit zwischen den einfachen und zusammengesetzten Körpern theoretisch zu begründen.

Aus dem Grundsatze, dass die Körper sich durch die verschiedene Dauer ihrer stehenden Wärmevibrationen von einander unterscheiden, folgt: dass in zusammengesetzten Körpern, die aus zwei oder mehreren einfachen Körpern bestehen, Wellensysteme mit Wärmevibrationen von verschiedener Dauer gemeinschaftlich vorkommen, welche bei der Zerlegung von einander getrennt werden; Körper, welche Wärmevibrationen nur von einer Dauer haben, können nicht zerlegt werden, weil sie nur ein einfaches Wellensystem in sich enthalten, das sich stets gleich bleibt.

Einfache Körper sind folglich solche, deren Vibrationsatome aus einfachen stehenden Wärmewellen mit Vibrationen von bestimmter Dauer, — zusammengesetzte Körper hingegen solche, deren Vibrationsatome aus zusammengesetzten stehenden Wärmewellen mit Vibrationen von verschiedener Dauer gebildet sind. Einfache Körper entsprechen demnach dem Zustande der Luft in den Orgelpfeifen, wenn sie nur einen einzigen Ton geben, ohne Beimischung anderer Töne, zusammengesetzte Körper dagegen denjenigen schwingenden Körpern, welche ausser ihrem Grundton gleichzeitig auch noch andere Töne hören lassen. Daraus folgt, dass die Verschiedenheit der Körper nicht allein auf der verschiedenen Dauer ihrer Wärmevibrationen, sondern auch auf der verschiedenen Zusammensetzung ihrer stehenden Wärmewellen und ihrer Vibrationsatome beruht.

§ 6. **Volumen der Körper.** Den Raum, welcher von einem homogenen Körper eingenommen wird, d. h. den Raum, in welchem die Materie durch stehende Wärmevibrationen von gleicher Dauer bewegt wird, bezeichnen wir als das Volumen eines Körpers. Wir sind in der Lage, für das Volumen der einfachen Körper einen von der Anzahl und der Grösse der Vibrationsatome abhängigen, mathematischen Ausdruck aufzustellen, von dem in der Folge häufig Gebrauch gemacht werden wird.

Die Grösse der Vibrationsatome ist uns ebenso wenig, wie ihre Form, bekannt; mag die Grösse und Form der Vibrationsatome aber eine beliebige sein, so können wir uns immer den Raum, den ein Vibrationsatom einnimmt, durch einen Würfel ersetzt denken, dessen cubischer Inhalt dem cubischen Inhalte des Vibrationsatoms gleich ist. Die Vibrationsatome entstehen durch das Interferiren der Wärmewellen; bei einer Würfelform wäre die Länge einer Kante des Würfels genau der Länge der stehenden Wärmewellen gleich und der räumliche Inhalt des Vibrationsatoms gleich dieser Wellenlänge in der dritten Potenz. Bezeichnen wir also die Länge der stehenden Wärmewellen in einem Körper mit l, so ist die Grösse seiner Vibrationsatome gleich l^3.

Um uns also eine Vorstellung von der Grösse der Vibrationsatome zu machen, müssten wir die Länge der Wärmewellen kennen; da diese uns aber vollkommen unbekannt ist, so können wir uns nur durch den Vergleich mit den Lichtwellen ein annäherndes Bild von denjenigen Grössen machen, mit denen wir hier zu thun haben. Wie die Lichtwellen nur nach $^1/_{10000}$ von Millimetern gemessen werden und die Dauer einer Lichtvibration kaum den billionsten Theil einer Secunde erreicht, so scheint es auch im höchsten Grade wahrscheinlich, dass wir bei den Wärmevibrationen keine grössern Dimensionen der Wellen und keine längere Dauer zu erwarten haben. Wir können uns deshalb nicht der Hoffnung hingeben, jemals durch eine sinnliche Wahrnehmung eine Aufklärung über die Form und Grösse der Vibrationsatome zu erlangen und müssen uns damit begnügen, überhaupt zur Erkenntniss ihrer Existenz gelangt zu sein.

Mögen die Vibrationsatome jedoch noch so klein sein, so wird doch das Volumen eines Körpers stets von ihrer Grösse und Anzahl abhängig sein. Bedeutet also l die Länge der stehenden Wärmewellen in einem Körper oder den geraden Durchmesser eines Würfels, dessen räumlicher Inhalt einem Vibrationsatome gleich ist, und bezeichnen wir mit q diejenige Zahl der stehenden Wärmewellen, welche sich auf der Längeneinheit aneinanderreihen können, so ist

$$ql = 1 \tag{2}$$

der Längeneinheit gleich. Wenn wir mit demselben Rechte mit l^2 den Querschnitt eines Vibrationsatoms und mit q^2 die Anzahl dieser Querschnitte auf der Flächeneinheit bezeichnen, so ist

$$q^2\, l^2 = 1 \tag{3}$$

der Flächeneinheit gleich. Wenn endlich l^3 den cubischen Inhalt eines Vibrationsatoms bedeutet, so werden q^3 solcher Vibrationsatome in einer Cubikeinheit enthalten sein und

$$q^3\, l^3 = 1 \tag{4}$$

der Cubikeinheit gleich sein. Bezeichnen wir noch mit n die Zahl der Cubikeinheiten in einem Körper, so wird das Volu-

men V desselben ausgedrückt werden können durch die Gleichung

$$V = nq^3 \, l^3 \tag{5}$$

Das Product nq^3 drückt die absolute Anzahl der Vibrationsatome in einem Körper aus. Diese Anzahl ist, aller Wahrscheinlichkeit nach, im Allgemeinen eine unveränderliche Grösse, mit Ausnahme einiger Fälle, wo wir uns durch die plötzliche Zunahme des Volumens eines Körpers, wie bei den Verdampfungserscheinungen, veranlasst sehen werden, eine Vervielfältigung der Vibrationsatome anzunehmen. Das Volumen eines Körpers ist also zunächst von der Grösse seiner Vibrationsatome l^3 oder, da diese durch die Länge der stehenden Wärmewellen bestimmt wird, von dieser Länge abhängig.

Die Länge der Wellen ist aber ihrerseits durch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen und durch die Dauer der Vibrationen bestimmt. Da die stehenden Wellen immer nur halb so lang sind als die fortschreitenden, so folgt nach Gleichung (1)

$$l = \frac{w\,T}{2}. \tag{6}$$

Setzen wir diese Grösse in die Gleichung (5) ein, so erhalten wir für das Volumen eines Körpers die Gleichung

$$V = \frac{nq^3 \, w^3 \, T^3}{8}. \tag{7}$$

Von den neu eingeführten Grössen ist die Vibrationsdauer T wieder diejenige, welche als unveränderlich betrachtet werden kann; darauf wird nicht allein durch die Unveränderlichkeit des qualitativen Verhaltens der Körper, welche nach unserer Annahme von der Dauer der Wärmevibrationen abhängig ist, sondern auch durch den bei allen Wellenerscheinungen beobachteten Isochronismus der Vibrationen hingedeutet. Eine Veränderung in der Dauer der Wärmevibrationen ist also bei geringen Volumenänderungen der Körper nicht wahrscheinlich, und sollte eine solche dennoch eintreten, so kann sie nur nach Multiplen der ursprünglichen Grösse erfolgen, wie wir es bei

den Schwingungen einer Saite und den stehenden Luftwellen in den Orgelpfeifen beobachten, welche unter Umständen durch Zerfallen der stehenden Wellen in mehrere Theile von ihrem Grundton auf höhere Töne mit geringerer Vibrationsdauer und kürzerer Wellenlänge übergehen und umgekehrt durch Vereinigung mehrerer Wellen von den höheren Tönen zu den tieferen wieder zurückkehren können. Wir nehmen also an, dass die Dauer der Wärmevibrationen in den Körpern im Allgemeinen eine unveränderliche ist, und nur dort, wo wir, wie bei den chemischen Processen, die Gelegenheit haben, Veränderungen des Volumens der Körper nach Multiplen und Submultiplen seiner ursprünglichen Grösse zu beobachten, werden wir berechtigt sein, Veränderungen in der Dauer der Wärmevibrationen vorauszusetzen.

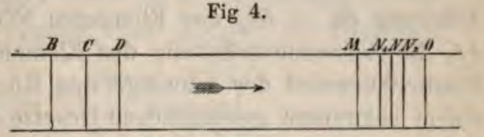
Nach Gleichung (7)

$$V = \frac{nq^3 \, w^3 \, T^3}{8}$$

hängt also das Volumen eines bestimmten Körpers, wenn nq^3 und T unveränderliche Grössen sind, von der **Fortpflanzungsgeschwindigkeit** w seiner Wärmewellen ab. Für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen überhaupt hat bereits **Newton** eine Gleichung gegeben, welche sich auf folgende Weise entwickeln lässt.

Denken wir uns den Theil BO einer Longitudinalwelle, Fig. 4, aus unendlich kleinen Elementen, jedes vom Querschnitte Q und von der Länge BC = CD = dx bestehend, und nehmen wir an, dass der Bewegungszustand des

Fig 4.



einen Elementes BC = Qdx in einem Zeitmomente dt vollkommen auf das folgende Element CD = Qdx übergehe, dass also die Bewegungsphasen in der Fortpflanzungsrichtung der Welle mit der Geschwindigkeit

$$w = \frac{dx}{dt} \tag{8}$$

fortschreiten. Setzen wir ferner voraus, dass die Elemente BC und CD in der Zeit t von C nach N schwingen und dadurch in die Lagen $MN = dx_1$ und $NO = dx_2$ kommen; bezeichnen wir endlich den durchlaufenen Weg CN durch y.

War nun die Trennungsfläche zwischen beiden Elementen vor dt Secunden in N_1 und gelangen diese dt Secunden später nach N_2, so haben wir die entsprechenden Wege der Elemente: $NN_1 = dy_1$ und $NN_2 = dy_2$, ferner die Geschwindigkeiten: $v_1 = \frac{dy_1}{dt}$ und $v_2 = \frac{dy_2}{dt}$ und daher die Retardation

$$f = \frac{v_1 - v_2}{dt} = \frac{dy_1 - dy_2}{dt^2}. \tag{9}$$

Da dt Secunden vor dem Zeitpunkte, wo die Elemente BC und CD die Stellen MN und NO einnahmen, N_1 genau in derselben Phase war, wie jetzt O, so hat man auch $CN_1 = DO$, und da dt Secunden nach diesem Zeitpunkte N_2 mit M in einer Phase ist, so folgt auch $CN_2 = BM$.

Aus beiden Gleichungen ergiebt sich nun:

$$N_1O = DO - DN_1 = DO - (CN_1 - CD) = CD$$

und $MN_2 = CN_2 - CM = CN_2 - (BM - BC) = BC$

daher

$$NN_1 = dy_1 = N_1O - NO = CD - NO = dx - dx_2$$

so wie $NN_2 = dy_2 = N_2M - MN = BC - MN = dx - dx_1$

Es ist also das Wegeelement dy_1 zugleich die Zusammendrückung $dx - dx_2$ des Elementes NO und das Wegeelement dy_2 die Zusammendrückung des Elementes MN. Ist nun E der Elasticitätsmodul des schwingenden Körpers, so hat man nach einem bekannten mechanischen Gesetze den aus den Zusammendrückungen hervorgehenden Widerstand der Elasticität in den Elementen MN und NO

$$\left.\begin{aligned} S_1 &= \left(\frac{dx - dx_1}{dx}\right) QE = \frac{dy_2}{dx} QE \\ \text{und} \quad S_2 &= \left(\frac{dx - dx_2}{dx}\right) QE = \frac{dy_1}{dx} QE \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

Durch Subtraction dieser beiden Kräfte von einander erhält man die verzögernde Kraft

$$P = S_2 - S_1 = \left(\frac{dy_1 - dy_2}{dx}\right) QE. \qquad (11)$$

Ist nun noch D die Dichtigkeit der Elemente BC und CD, also Q dx D die Masse M eines Elementes, so hat man auch die Verzögerung desselben in N

$$f = \frac{P}{M} = \left(\frac{dy_1 - dy_2}{dx}\right) \frac{Q\,E}{Q\,dx\,D} = \frac{E}{D} \left(\frac{dy_1 - dy_2}{dx^2}\right)$$

Durch Gleichsetzen beider Werthe für f erhält man die Gleichung

$$\frac{dy_1 - dy_2}{dt^2} = \frac{E}{D} \; \frac{dy_1 - dy_2}{dx^2}$$

woraus

$$\frac{dx^2}{dt^2} = \frac{E}{D} \text{ oder } \frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{E}{D}}$$

also für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen

$$w = \sqrt{\frac{E}{D}} \qquad (12)$$

Um die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen zu bestimmen, muss also die Elasticität und die Dichtigkeit der Materie in den Körpern bekannt sein. Nehmen wir nun an, dass obige Gleichung auch für die Wärmewellen gültig ist und setzen wir den für w gefundenen Werth in die Gleichung (7) ein, so erhalten wir für das Volumen eines Körpers die Gleichung

$$V = \frac{nq^3\ T^3}{8} \sqrt{\left(\frac{E}{D}\right)^3} \qquad (13)$$

Danach wäre also das Volumen eines Körpers, in letzter Instanz, von dem Verhältnisse der Elasticität und der Dichtigkeit der Materie abhängig. Aus Erfahrung wissen wir aber, dass mit der Erwärmung eines Körpers eine Zunahme seines Volumens, mit der Erkaltung eine Abnahme desselben verbunden ist. Dieses Verhalten deutet nach obiger Gleichung darauf hin,

dass durch eine veränderte Intensität der Wärmevibrationen auch eine Veränderung in dem Verhältnisse zwischen der Elasticität und der Dichtigkeit der Materie herbeigeführt wird. Nimmt das Volumen eines Körpers zu, so muss auch das Verhältniss zwischen E und D ein grösseres werden, da aber mit der Zunahme des Volumens die Dichtigkeit eine kleinere wird, so folgt daraus, dass die Elasticität dabei auch abnehmen kann, in einem geringeren Grade jedoch als die Dichtigkeit. Wird das Verhältniss von E : D bei gesteigerter Intensität der Wärmevibrationen ein grösseres, so muss auch zugleich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wärmewellen,

$$w = \sqrt{\frac{E}{D}}$$

wachsen; mit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen nimmt die Länge der stehenden Wärmewellen

$$l = \frac{wT}{2}$$

bei gleichbleibender Vibrationsdauer zu; mit der Länge der Wärmewellen vergrössert sich der Rauminhalt l^3 der Vibrationsatome und mit diesem das Volumen der Körper

$$V = nq^3 \, l^3.$$

Wir sehen daraus, wie Alles im Innern der Körper zusammenhängt; die Intensität der Wärmevibrationen, die Elasticität und die Dichtigkeit der Materie, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wärmewellen, die Wellenlänge, die Grösse der Vibrationsatome, das Volumen der Körper sind lauter von einander abhängige Grössen; tritt bei der einen eine Veränderung ein, so müssen sich auch alle übrigen verändern. Da die Veränderung der Intensität der Wärmevibrationen nur eine stetige sein kann, so sind auch die unter diesem Einflusse erfolgenden Veränderungen der Länge der Wärmewellen und der Grösse der Vibrationsatome nur allmälige, wie sie sich bei der Zunahme des Volumens der Körper bei einer Temperaturerhöhung äussern; treten dagegen die Veränderungen in der absoluten Anzahl der

Vibrationsatome und in der Dauer der Wärmevibrationen ein, so können auch die Veränderungen des Volumens der Körper nur sprungweise oder nach Multiplen erfolgen; solche Veränderungen erkennen wir in den Verdampfungserscheinungen, so wie in den Condensationen gasförmiger Körper bei chemischen Verbindungen. —

Bei der Erklärung der Naturerscheinungen, welche mit Volumenveränderungen der Körper verbunden sind, werden wir somit stets zu untersuchen haben, welche inneren Veränderungen in den Körpern den beobachteten äusseren Veränderungen entsprechen, d. h. wir werden zu ermitteln haben, ob die Veränderung des Volumens durch eine veränderte Grösse oder Anzahl der Vibrationsatome oder durch eine veränderte Dauer der Wärmevibrationen oder endlich durch ein verändertes Verhältniss der Elasticität und der Dichtigkeit der Materie hervorgebracht wird.

§ 7. **Verhältnisse an der Berührungsfläche zweier Körper.** Bei homogenen Körpern, in deren Innern nur Wärmewellen mit Vibrationen von gleicher Dauer und gleicher Intensität auf einander treffen, sind alle Bedingungen, welche zur Erhaltung der festen Knotenflächen zwischen den stehenden Wärmewellen und somit auch zur Bildung der Vibrationsatome erforderlich sind, erfüllt. Verdichtungen treffen immer mit Verdichtungen, Verdünnungen immer mit Verdünnungen gleichzeitig an den Knotenflächen zusammen, und diese müssen deshalb in Ruhe bleiben. Nicht so an der Berührungsfläche zweier verschiedenartiger Körper; hier stossen Wärmewellen mit Vibrationen von verschiedener Dauer aufeinander; diese können bei ihrer Interferenz keine festen Schwingungsknoten bilden und sich in stehende Wellen verwandeln, weil bei ihnen das Zusammentreffen der Schwingungsphasen ein beständig wechselndes ist; es treten hier verwickeltere Verhältnisse auf, die einer eingehenden Beprüfung bedürfen. Vor allem drängt sich hier die Frage auf, wohin man die äussersten Knotenflächen der stehenden Wärmewellen verlegen soll, ob an die Oberfläche der Körper oder tiefer in sie hinein. Um diese Frage zu beantworten, müssen wir uns nochmals zu den uns bekannten Vibrationserscheinungen wenden. —

Wenn man einen elastischen Stab vollkommen horizontal in

einen festen, schweren Schraubstock an einem Ende einspannt, ihn mit leichtem, trockenem Sande sparsam bestreut und ihn dann durch den Strich eines Violinbogens in eine stehende Transversalschwingung versetzt, so sammelt sich der Sand in feinen Linien senkrecht gegen die Länge des Stabes auf den Schwingungsknoten an und bezeichnet dadurch aufs Genaueste ihre Lage. Es findet sich, dass der am freien Ende durch den letzten Schwingungsknoten abgeschnittene Theil nur halb so lang ist, als die übrigen durch Schwingungsknoten markirten Theile des Stabes.

Noch überraschender als die Abtheilungen der Stäbe, stellen sich dem Auge die Schwingungen von Platten durch die Linien dar, welche trockener Sand auf den Schwingungsknoten bildet, sobald die Platten durch den Strich eines Violinbogens zum Tönen gebracht werden. Die Klangfiguren, welche Chladni zuerst in so grosser Mannigfaltigkeit und Vollendung den Freunden der Akustik producirte, stellt man dar, indem man mit den Fingern der einen Hand, und am besten noch mit Hülfe einer Zwinge, solche Punkte der Platte, durch welche Knotenlinien gehen sollen, festhält, und dann mit der anderen Hand am Rande der Platte einen kräftigen und steten Bogenstrich führt. Sobald der Ton ganz rein erklingt, prägt sich auch die Figur in scharfer Zeichnung aus. Die Knotenlinien sind bei viereckigen Platten entweder den Seiten oder den Diagonalen parallel, bei dreieckigen Platten entweder senkrecht oder parallel zu den Seiten; sie sind bei kreisförmigen Platten entweder Durchmesser oder concentrische Kreise. Zwei benachbarte Abtheilungen einer Platte schwingen, wie bei allen stehenden Wellen, stets in entgegengesetztem Sinne. Aus der Beobachtung der Chladni'schen Klangfiguren ersieht man, dass die Schwingungsknoten, welche dem Rande am nächsten liegen, genau nur halb so weit von diesem Rande entfernt sind, als sie von den anderen gegen die Mitte der Platte liegenden Knotenlinien abstehen. Die äussersten Knotenlinien sind also bei den Platten, wie bei den Stäben, um die halbe Länge einer stehenden Welle von ihrem freien Rande entfernt.

Wenn man in einem Gefässe, welches mit Wasser gefüllt

ist, stehende Wellen erregt, so bewegt sich das Wasser an den Rändern des Gefässes auf und nieder; es bildet sich hier die Mitte einer stehenden Welle. — Am Rande der Flüssigkeiten kommen also, wenn sie in eine stehende Schwingung versetzt sind, wie bei den Stäben und Platten, auch nur halbe stehende Wellen vor.

Um die Luft in einer an einem Ende geschlossenen Röhre in eine stehende Schwingung zu versetzen, braucht man nur vor das offene Ende der Röhre einen oscillirenden Körper zu bringen, von dem solche Schallwellen ausgehen, dass die Länge der Röhre $^1/_4$, $^3/_4$, $^5/_4$ u. s. w. der Länge dieser Wellen beträgt. Wird nun in einer solchen Röhre, in welcher man die Luft in eine stehende Schwingung versetzt hat, an der Stelle eines Schwingungsknotens ein Loch gemacht, so wird dadurch die Bildung der stehenden Wellen gestört, wenn nicht ganz verhindert, weil im Moment der Verdichtung die Luft entweichen, im Moment der Verdünnung aber einströmen kann. Der störende Einfluss einer solchen Oeffnung ist geringer, wenn sie von dem Schwingungsknoten entfernter gemacht wird, und verschwindet endlich ganz, wenn sie in der Mitte einer stehenden Welle angebracht wird, weil hier weder eine Verdichtung, noch eine Verdünnung der Luft stattfindet. Derselbe störende Einfluss, den eine Oeffnung hervorbringt, wird auch durch das Abschneiden der Röhre in der Nähe einer Knotenfläche veranlasst. Die Bildung der stehenden Luftwellen in einer Röhre ist also an bestimmte Verhältnisse zwischen der Länge der Röhre und der Länge der eintretenden Schallwellen gebunden.

Zur Bildung der stehenden Wellen in einer Röhre darf an dem offenen Ende derselben keine merkliche Verdichtung oder Verdünnung der Luft entstehen. Da die stehenden Wellen immer nur halb so lang sind, als die fortschreitenden Wellen, aus deren Zusammenwirken sie entstanden sind, die Stelle aber, wo die Oscillationen der Luft ihre grösste Amplitude erreichen und wo der Wechsel der Dichtigkeit verschwindet, sich in der Mitte der stehenden Wellen befindet, so muss folglich die Oeffnung der Röhre von dem Boden derselben oder von einem Schwingungsknoten um die Hälfte der Länge einer stehenden Welle oder

um eine Viertellänge der fortschreitenden Wellen entfernt sein. Dieser Bedingung wird entsprochen, wenn die Länge der Röhre $^1/_4$, $^3/_4$, $^5/_4$, $^7/_4$ u. s. w. von der Länge der Schallwellen beträgt. Bei einer Länge der Röhre, welche nur ein Viertel von der Wellenlänge beträgt, fällt stets an der Oeffnung der Röhre der verdichtete Theil der reflectirten Wellen mit dem verdünnten Theile der einfallenden Welle zusammen und umgekehrt; die Luft schwingt dann in der Röhre ohne Schwingungsknoten ihrer ganzen Länge nach, wobei sie ihren tiefsten Ton oder Grundton hören lässt. Wenn die Röhre $^3/_4$ Wellenlänge beträgt, so bildet sich in der Entfernung einer halben fortschreitenden Welle vom Boden der Röhre ein fester Schwingungsknoten; bei einer Länge der Röhre von $^5/_4$ Wellenlänge bilden sich in der Entfernung einer halben Welle von einander zwei, bei einer Länge der Röhre von $^7/_4$ Wellen drei Schwingungsknoten u. s. w.; stets ist dabei die Bedingung erfüllt, dass die äusserste Knotenfläche um die halbe Länge einer stehenden Luftwelle von dem offenen Ende der Röhre entfernt ist.

Es kann somit als ein für alle Körper, sowohl für die festen, als auch für die flüssigen und gasförmigen, gültiges Gesetz aufgestellt werden, dass, wenn sie in eine stehende Schwingung versetzt werden, sich an ihren freien Enden oder Rändern immer nur halbe stehende Wellen bilden. Da die Wärme ebenfalls eine stehende Schwingung der Körper ist, so folgt aus dem obigen Gesetz, dass bei den stehenden Wärmewellen die äussersten Knotenflächen um eine halbe Länge einer stehenden Wärmewelle von der Oberfläche der Körper entfernt sind, dass also an dieser immer nur halbe stehende Wärmewellen oder halbe Vibrationsatome vorkommen oder, was dasselbe bedeutet, dass die Berührungsfläche zweier Körper stets durch die Mitte ihrer beiderseitigen äussersten Vibrationsatome hindurchgeht. Wie wir aber ferner wissen, finden in der Mitte der stehenden Wellen, wie an dem offenen Ende einer tönenden Röhre, die geringsten Veränderungen in der Dichtigkeit des schwingenden Mittels statt, dagegen erreichen hier die Vibrationen das Maximum ihrer Intensität. Die sich berührenden Körper

führen also mit der vollen Intensität ihrer Wärmevibrationen beständige Stösse gegen einander aus.

Da die Wärmevibrationen jedoch in verschiedenen Körpern von verschiedener Dauer sind und sie folglich an der Berührungsfläche der Körper stets mit wechselnden Schwingungsphasen zusammentreffen, so fragt es sich, welche Bedingungen erfüllt sein müssen, damit die zunächst zu der Oberfläche der Körper liegenden Knotenflächen aufrecht erhalten würden und die Körper, wie es bei gleicher Temperatur geschieht, unveränderlich neben einander bestehen könnten. So viel sehen wir ein, dass diesen Anforderungen durch eine totale Reflexion der Wärmevibrationen an der Berührungsfläche der Körper vollkommen Genüge geleistet wird: denn wenn die Bewegung, mit welcher der eine Körper seine Stösse gegen den anderen ausführt, von diesem ebenso vollkommen reflectirt wird, wie etwa die Schallwellen am Boden einer Röhre und die Wasserwellen am Rande eines Gefässes zurückgeworfen werden, so ist die zurückkehrende, nach innen gerichtete Bewegung an der Oberfläche des Körpers bei jeder neuen Wärmevibration gerade hinreichend, um die Unbeweglichkeit seiner äussersten Knotenflächen aufrecht zu erhalten.

Diese Bedingung einer vollständigen Reflexion der Wärmevibrationen an der Berührungsfläche der Körper braucht aber nicht immer erfüllt zu sein; im Gegentheil der Fall ist sehr möglich, dass — wie die fortschreitenden Schallwellen von den stehenden Luftwellen in den Orgelpfeifen ausgehen — auch die stehenden Wärmewellen sich in fortschreitende Wärmewellen verwandeln und aus dem einen Körper in den anderen übergehen können. Diese Verwandlung der stehenden Wärmewellen in fortschreitende müsste jedoch — ganz ebenso wie das Tönen der Orgelpfeifen sofort verschwindet, sobald die stehenden Luftwellen in denselben durch das Einblasen des Windes nicht mehr aufrecht erhalten werden — zu einer vollständigen Auflösung der inneren Bewegung in den beiden Körpern führen. Da wir einen solchen Vorgang nicht beobachten, so sind wir veranlasst anzunehmen, dass die fortschreitenden Wärmewellen, welche sich gegenseitig aus einem Körper in den anderen verbreiten, nach

erfolgten Reflexionen sich durch Interferenz mit nachfolgenden Wellen wieder in stehende Wärmewellen verwandeln und dass dadurch die Quantität der inneren Bewegungen in beiden Körpern ohne Verlust aufrecht erhalten wird. Die beiden sich berührenden Körper theilen sich dadurch ihre stehenden Wärmevibrationen gegenseitig mit, wodurch alle Verschiedenheiten zwischen den beiden Körpern verschwinden und aus ihrer Vereinigung ein dritter, von den früheren völlig verschiedener Körper hervorgeht, der mit seinen Bestandtheilen nur das gemein hat, dass er von ihnen die beiderseitigen Wärmevibrationen entlehnt hat, welche früher, wegen ihrer verschiedenen Schwingungsdauer, getrennt in verschiedenen Körpern stattfanden, sich jetzt aber in dem neuen Körper zu einem gemeinschaftlichen zusammengesetzten Wellensystem vereinigt haben. In dieser Auseinandersetzung erkennen wir die theoretische Begründung der chemischen Verbindung zweier Körper — eine Erscheinung, welche sich als eine nothwendige Consequenz unserer Naturtheorie herausstellt, die wir indessen fürs Erste nicht weiter verfolgen, da wir auf diesen Gegenstand später noch in aller Ausführlichkeit zurückkommen werden.

Ausser der totalen Reflexion der Wärmevibrationen an der Berührungsfläche zweier Körper und dem vollständigen Uebergange der Wärmewellen von einem Körper auf den anderen, wodurch eine chemische Verbindung der Körper entsteht, ist als Zwischenfall nur noch eine partielle Reflexion der Wärmevibrationen an der Berührungsfläche möglich. Werden die Wärmevibrationen nur theilweise reflectirt, so genügt dieser Umstand allerdings, um die Unbeweglichkeit der äussersten Knotenflächen bei einer geringeren Intensität der Wärmevibrationen in den Körpern aufrecht zu erhalten; jeder Körper verwendet aber dann den nicht reflectirten Theil seiner Wärmevibrationen, um nach dem anderen Körper Wärmewellen auszusenden, welche sich nun entweder als fortschreitende Wärmewellen in diesem Körper verbreiten oder durch aufeinanderfolgende Reflexionen sich wieder in stehende Wärmewellen verwandeln, wobei jedoch, wenn die Körper keine chemische Verbindung mit einander eingehen, die Bedingung erfüllt sein muss, dass keine gegenseitige

Mittheilung der stehenden Wärmevibrationen mit einer fremdartigen Schwingungsdauer stattfinde, sondern dass die eindringenden Wärmewellen nur dazu beitragen, die Intensität der bereits vorhandenen stehenden Wärmevibrationen zu erhöhen.

Es besteht also zwischen den Körpern ein beständiges Ein- und Ausstrahlen von Wärmewellen. Jeder Körper verwendet dabei einen Theil seiner inneren Bewegung, um solche Wärmewellen nach dem anderen Körper auszusenden; in Folge dessen müsste die Intensität seiner Wärmevibrationen abnehmen und diese Abnahme durch ein Erkalten des Körpers sich kundgeben, wenn ihm nicht durch ein gleiches Einstrahlen aus dem anderen Körper die verloren gegangene Bewegung wieder ersetzt würde. Besteht ein solches Gleichgewicht zwischen dem Aus- und Einstrahlen der Wärmewellen, so sind die Körper von gleicher Temperatur und können unveränderlich neben einander bestehen, ganz ebenso als ob ihre Wärmevibrationen eine totale Reflexion an ihrer Berührungsfläche erleiden.

Ist die Aus- und Einstrahlung der Wärmewellen zwischen zwei sich berührenden Körpern verschieden, so verwendet der eine Körper einen grösseren Theil seiner inneren Bewegung, um Wärmewellen nach dem anderen Körper auszusenden, als ihm durch die Einstrahlung aus diesem Körper wieder ersetzt wird; die Körper sind dann von verschiedener Temperatur. Die Intensität der Wärmevibrationen nimmt in dem einen Körper ab, während sie in dem anderen steigt, der eine Körper erkaltet, der andere wird erwärmt; mit einem Worte es findet eine Mittheilung der Wärme von einem Körper an den anderen statt. Dieser Hergang geschieht auf verschiedene Weise: befindet sich der wärmere Körper in Berührung mit diathermanen Körpern, so werden die Wärmevibrationen durch fortschreitende Wärmewellen ungehindert weiter fortgepflanzt; es treten dann die Erscheinungen der strahlenden Wärme auf. Ist der wärmere Körper dagegen in Berührung mit athermanen Körpern, so erleiden die Wärmewellen in ihrem Innern beständige Reflexionen, sie verwandeln sich in stehende Wärmewellen und tragen dazu bei, die Intensität der stehenden Wärmevibrationen in den athermanen Körpern zu erhöhen. Indem diese Steigerung

der Intensität der Wärmevibrationen sich von Vibrationsatom zu Vibrationsatom weiter mittheilt, wird die Wärme geleitet. Die Strahlung der Wärme ist also die ungehinderte Fortpflanzung der Wärmewellen; die Leitung der Wärme dagegen die allmälige Steigerung der Intensität der Wärmevibrationen von einem Vibrationsatom zum anderen.

Diese Erklärung ist, ohne dass man gezwungen wäre, seine Zuflucht zu irgend einer unwahrscheinlichen Hypothese, wie z. B. zu derjenigen eines imponderabelen Wärmeäthers, zu nehmen, so einfach und so ungezwungen, dass kaum noch ein Zweifel an ihrer Richtigkeit aufkommen kann. Sie wird noch bestätigt durch die Uebereinstimmung, welche im Allgemeinen zwischen den Erscheinungen der strahlenden Wärme und den fortschreitenden Wellen einerseits und zwischen der ruhenden Wärme und den stehenden Wellen andererseits besteht. In der That ist das charakteristische Merkmal der fortschreitenden Wellen und der strahlenden Wärme ihre Vergänglichkeit, das der stehenden Wellen und der ruhenden Wärme ihre Beständigkeit. Wenn durch einen Schlag an einem Seile eine Welle erregt wird, so pflanzt sie sich längs demselben fort, hinter ihr kehrt aber das Seil wieder zur Ruhe zurück; hinter den Wasserwellen stellt sich sehr bald die spiegelnde Oberfläche der Flüssigkeit wieder her; der Ton verfliegt, sobald die erregende Ursache aufgehört hat zu wirken; wird aus einem erhellten Raume der leuchtende Körper entfernt, so tritt sofort Finsterniss ein. Diese Erscheinungen, die Wellen an einem Seil, die Wasserwellen, der Ton, die Erleuchtung sind Wirkungen fortschreitender Wellen, sie sind vergänglich, und ihr Bestehen ist von der Fortdauer der sie erregenden Ursachen abhängig. Dagegen würden die Schwingungen eines Pendels ewig dauern, wenn nicht der Widerstand der Luft und die Reibung an dem Aufhängepunkte seine Bewegung allmälig vernichteten; eine Saite würde ewig tönen, wenn ihre Steifigkeit sie nicht zwänge ihre Schwingungen zu verkleinern und allmälig zur Ruhe zurückzukehren; das Tönen der Luft in den Orgelpfeifen dauert so lange, als die Schwingungsknoten durch die Einwirkung des

Windes aufrecht erhalten werden. Das sind Wirkungen stehender Wellen, die nur dadurch aufhören, weil sie bei ihrer Fortdauer Hindernisse zu überwinden haben; sie verschwinden aber nicht deshalb, weil ihre Erscheinung selbst, wie die der fortschreitenden Wellen, nur eine vorübergehende ist.

Ganz ebenso verhält es sich auch mit der strahlenden und mit der ruhenden Wärme. Die strahlende Wärme erwärmt die Körper nur vorübergehend, nur so lange als die Wärmequelle immer neue Wärmewellen von sich aussendet. Wird die Wärmequelle entfernt oder nur durch einen Schirm verdeckt, so verschwindet auch die strahlende Wärme sofort; sie ist vergänglich, wie eine fortschreitende Welle. Durch die geleitete Wärme werden die Körper dauernd erwärmt, weil die Intensität ihrer stehenden Wärmevibrationen erhöht wird, und diese bei gleichmässiger Temperatur durch die vollkommene Elasticität sich immer wieder mit derselben Intensität wiederholen; ein über seine Umgebung erwärmter Körper kühlt sich nur allmälig ab und zwar nur dadurch, dass er einen Theil seiner inneren Bewegung dazu verwendet, Wärmewellen von sich auszusenden und durch ihre Vermittelung die ihn umgebenden Körper zu erwärmen; er verrichtet dabei eine Arbeit, überwindet einen Widerstand, und erst in Folge dessen nimmt die Intensität seiner Wärmevibrationen und seiner Temperatur ab; die ruhende Wärme der Körper ist dauerhaft und beständig, wie eine stehende Welle. Diese Uebereinstimmung liefert den Beweis, dass die Verschiedenheit der strahlenden und ruhenden Wärme nur durch die Verschiedenheit der fortschreitenden und stehenden Wellen erklärt werden kann.

§ 8. **Wie ist die äussere Bewegung der Körper möglich?** Durch die einfache Anwendung der Gesetze, welche wir an den verschiedenen Vibrationserscheinungen beobachten, sind wir durch die Erkenntniss der Vibrationsatome zu einer Vorstellung über den innern Zustand der Körper gelangt. In der verschiedenen Dauer der stehenden Wärmevibrationen erkannten wir sodann die Ursache der qualitativen Verschiedenheit der Körper, in der verschiedenen Intensität der Wärmevibrationen die Ursache der verschiedenen Temperatur. Endlich haben wir durch

die Verschiedenheit der fortschreitenden und stehenden Wärmewellen die Verschiedenheit der strahlenden und der ruhenden Wärme erklärt. Wenn somit die Bestimmung, die Wärme sei eine Vibrationsbewegung, uns bereits gestattet hat, einen tieferen Blick in das Innere der Körper zu thun, so lässt sich bei dem innigen Zusammenhange, welcher zwischen der inneren und äusseren Bewegung der Körper besteht, erwarten, dass eine ähnliche, eingehende Untersuchung über die äussere Bewegung, wie über die Wärme, uns zu einem für beide Erscheinungen gemeinschaftlichen Punkt hinausführen wird, zu einer weiteren Erkenntniss der Einheit der Natur.

Die Mechanik begnügt sich damit, das Gesetz der Trägheit oder des Beharrungsvermögens der Körper aufzustellen; sie sagt: dass ein Körper, der in Ruhe ist, nicht von selbst in Bewegung gerathen kann, sondern dass dazu eine veranlassende Ursache erforderlich ist, sie behauptet aber auch, dass, wenn ein Körper einmal in Bewegung versetzt worden ist, er vermöge seiner Trägheit das Streben hat, sich geradlinig und mit gleichförmiger Geschwindigkeit weiter fortzubewegen. Obgleich diese Annahme für den ersten Fall vollkommen genügend ist, indem die fortdauernde Unbeweglichkeit eines ruhenden Körpers auf dem Mangel einer Veranlassung zur Bewegung beruht und er folglich seinen Zustand nicht ohne Ursache verändern kann, so ist doch der zweite Theil des in der Mechanik aufgestellten Trägheitsgesetzes keineswegs hinreichend, um die Fortdauer der Bewegung eines Körpers zu erklären. Die Ursache, welche einen Körper in Bewegung versetzt hat, kann schon lange aufgehört haben zu wirken, während er immer noch fortfährt, dem erhaltenen Impulse zu folgen. Was veranlasst nun den Körper, seine Bewegung fortzusetzen? Der Zustand eines sich bewegenden Körpers kann nicht als vollkommen unveränderlich angesehen werden, da seine Bewegung vielmehr eine beständige Veränderung seines Ortes ist. Die Unveränderlichkeit der Richtung und der Geschwindigkeit ist es, welche dazu geführt hat, das Fortbestehen einer gleichförmigen Bewegung als ursachlos zu betrachten und eine hinreichende Erklärung dafür in der Annahme eines Beharrungsvermögens der Körper zu finden. Augen-

scheinlich muss aber doch ein Unterschied zwischen dem Zustande eines ruhenden und demjenigen eines sich bewegenden Körpers stattfinden, und in der Erkenntniss dieser Verschiedenheit muss dann auch die Beantwortung der Frage: wie ist die äussere Bewegung der Körper möglich? enthalten sein.

Die Ursache einer Bewegung nennen wir Kraft. Von den meisten Kräften wissen wir aber weder was sie sind, noch wie sie wirken, noch wie sie überhaupt an der Materie haften. „Kraft" ist häufig nur ein inhaltloses Wort, welches dann benutzt wird, wenn man die nothwendige Aufeinanderfolge der Erscheinungen nicht zu erkennen vermag. Wenn man z. B. die Gravitation der Weltkörper, die Schwere, die Cohäsion auf eine Anziehungskraft der Massen und der Atome, die Ausdehnbarkeit der Körper auf eine Abstossungskraft der Wärme, die Elektricitätsentwickelung auf eine elektromotorische Kraft, die Contactwirkungen auf eine katalytische Kraft zurückführt, so bedient man sich dieser Ausdrücke nur deshalb, weil man sich keine Rechenschaft über die Ursache dieser Erscheinungen zu geben vermag. In dem Sinne, wie der Ausdruck „Kraft" gegenwärtig in der Wissenschaft gebraucht wird, bedeutet er gewöhnlich nichts Anderes als: die unbekannte Ursache einer unerklärten Erscheinung. Häufig tritt dabei eine Selbsttäuschung ein; man glaubt durch das Anhängen des Wörtchens „Kraft", weil man darunter die Ursache einer Erscheinung versteht, auch die Erklärung dieser Erscheinung gegeben zu haben, während man doch nur ein inhaltloses Wort an die Stelle eines Begriffes gesetzt hat. In denjenigen Theorien dagegen, welche, wie die Vibrationstheorien des Schalles und des Lichtes, auf den Grund der Erscheinungen hindurchgedrungen sind, kommt der Ausdruck „Kraft" nicht mehr vor.

Da das Wesen der bewegenden Kräfte, wie z. B. das der Schwerkraft, uns unbekannt ist, so kann auch ihre Grösse nur nach ihren Wirkungen geschätzt werden. Die Wirkung der bewegenden Kräfte besteht darin, dass sie die Trägheit der Körper überwinden. Die Trägheit der Körper ist aber ihrerseits um so grösser, je grösser der Körper und je grösser die her-

vorgebrachte Wirkung, d. h. je grösser die dem Körper mitgetheilte Geschwindigkeit ist. Die Grösse eines Körpers oder die in ihm vorausgesetzte Quantität der Materie wird als seine Masse bezeichnet. Eine momentane Kraft F, welche den Körpern durch einen einmaligen Impuls eine gleichförmige Bewegung ertheilt, wird deshalb dem Producte aus Masse M und Geschwindigkeit v gleichgesetzt:

$$F = Mv. \tag{14}$$

Bei den beständigen Kräften P, welche, wie die Schwerkraft, die Körper in eine gleichförmig beschleunigte Bewegung versetzen, wird dagegen das Product aus Masse M'und Acceleration p,

$$P = Mp, \tag{15}$$

als das Maass dieser Kräfte angesehen.

Bei Körpern von gleichartiger Beschaffenheit ist die Masse dem Volumen proportional. Bei verschiedenartigen Körpern hat sich dagegen herausgestellt, dass bei gleichem Volumen verschiedene Kräfte angewendet werden müssen, um sie in eine gleiche Bewegung zu versetzen oder, was dasselbe bedeutet, dass gleiche Kräfte solchen Körpern verschiedene Geschwindigkeiten ertheilen. Verschiedenartige Körper verhalten sich somit bei gleichem Volumen gegen bewegende Kräfte, wie gleichartige Körper bei verschiedenem Volumen; es ist als ob die Materie, welche bei einem Körper in einem bestimmten Volumen enthalten ist, bei einem anderen Körper in einem kleineren Volumen zusammengedrängt wäre; in Folge dessen spricht man von einer verschiedenen Dichtigkeit der Körper. Versteht man unter Dichtigkeit die Quantität der Materie, welche in einer Volumeneinheit enthalten ist, so ist das Product aus Dichtigkeit D und Volumen V der Masse M des Körpers gleich,

$$M = DV. \tag{16}$$

Da die Schwerkraft an demselben Orte und im luftleeren Raume allen Körpern eine gleiche Acceleration

$$g = 9{,}809 \text{ Meter}$$

in der Secunde ertheilt, so wird die Schwere oder das Gewicht der Körper, nach Gl. (15), ihrer Masse proportional gesetzt und durch das Gewicht anderer Körper, welche dabei als Einheit angenommen werden, gemessen. Das Gewicht der Körper, in diesen Einheiten ausgedrückt, ist das absolute Gewicht der Körper. Das Gewicht einer Volumeneinheit wird als das specifische Gewicht der Körper bezeichnet. Die Zahlen, welche man dafür erhält, geben an, wie vielmal ein Körper bei gleichem Volumen schwerer ist als ein anderer, welcher dabei als Einheit gewählt wird. Wenn G das absolute und S das specifische Gewicht eines Körpers bedeuten, so ist

$$G = SV. \tag{17}$$

Da das Gewicht der Körper diejenige Kraft ist, welche ihnen eine gleiche Acceleration ertheilt, so ist auch, nach Gl. (15)

$$G = Mg. \tag{18}$$

Aus den Gleichungen (16) und (17) folgt dann

$$S = Dg \tag{19}$$

und somit auch

$$M = \frac{G}{g} \text{ und } D = \frac{S}{g}. \tag{20}$$

Es kann demnach die Masse und bei einem Volumen gleich Eins die Dichtigkeit desjenigen Körpers als Einheit angenommen werden, dessen Gewicht so viel Gewichtseinheiten enthält, als die Acceleration der Schwere Längeneinheiten beträgt. Da man jedoch bei dem Vergleiche der Dichtigkeit verschiedener Körper mit einander immer nur mit relativen Zahlen zu thun hat, so bleibt es sich gleich, welchen Körper man dabei zur Einheit wählt. Man bezieht gewöhnlich die Dichtigkeit und das specifische Gewicht der festen und flüssigen Körper auf die Dichtigkeit und das specifische Gewicht des Wassers im Zustande seiner grössten Verdichtung bei 4° C. als Einheit. Bei den

Gasen und den Dämpfen bedient man sich zu demselben Zweck der atmosphärischen Luft und des Wasserstoffs, unter demselben Drucke und bei derselben Temperatur genommen.

Das absolute und das specifische Gewicht sind die empirischen Angaben für die Quantität der Materie, welche in einem Körper oder in einer Volumeneinheit vorausgesetzt wird. Masse und Dichtigkeit sind die entsprechenden theoretischen Vorstellungen davon. Die Grössen, welche man mit diesen Ausdrücken bezeichnet, sind jedoch sämmtlich relativ, da das absolute Gewicht der Körper selbst nur aus dem Vergleiche mit anderen Körpern, welche dabei als Einheit angenommen werden, bestimmt wird. Ueber die absolute Quantität der Materie, welche in einem Körper enthalten ist, und somit auch über die absolute Dichtigkeit der Materie in ihm können wir uns keine Vorstellung machen. Die Masse und die Dichtigkeit der Körper werden aus dem Verhalten der Körper gegen bewegende Kräfte bestimmt, und sie sind somit nur ein Maass für die Trägheit der Körper: die Masse für die Trägheit der Körper überhaupt, die Dichtigkeit für die specifische Trägheit verschiedener Substanzen. Dass das absolute Gewicht und somit auch die Masse eines Körpers bei allen Volumenveränderungen und somit auch bei allen Veränderungen seiner Dichtigkeit sich gleich bleiben, ist nur ein Beweis dafür, dass seine Trägheit völlig unveränderlich ist. Die Massen und bei gleichem Volumen die Dichtigkeit der Körper sind deshalb, streng genommen, nur empirisch gegebene Coefficienten, mit welchen die Geschwindigkeiten und die Accelerationen zu multipliciren sind, wenn man die Grösse der Kräfte bestimmen will, welche angewendet werden müssen, um den Körpern diese bestimmten Geschwindigkeiten zu ertheilen. In diesem Sinne können wir die Ausdrücke Masse und Dichtigkeit der Körper bei unseren weiteren Untersuchungen verwerthen, ohne deshalb berechtigt zu sein, bei Gefahr eines Irrthums irgend welche Schlüsse über die absolute Dichtigkeit der Materie und über ihre Vertheilung im Raume ziehen zu dürfen, eine Frage, welche, wie die nach der Ursache der Elasticität der Materie, nur dann ihre Beantwortung finden kann, wenn es uns gelungen sein wird, das Wesen der Materie zu erforschen.

Da wir also von den Kräften weder wissen, was sie sind, noch, wie sie wirken, so können wir uns auch keine Vorstellung darüber machen, auf welche Weise sie im Stande sind, die Körper in Bewegung zu versetzen; nur bei einer einzigen Erscheinung ist uns der äussere Hergang bei der Mittheilung der Bewegung bekannt, nämlich bei dem Stosse der Körper. Da ein sich bewegender Körper durch einen Stoss einen anderen in Bewegung zu versetzen vermag, so ist er selbst eine Kraft, welche dem Producte aus seiner Masse und seiner Geschwindigkeit gleich gesetzt werden kann. Das Product

$$Mv$$

wird als die Quantität der Bewegung eines Körpers bezeichnet, und somit kann man sagen: dass die Kraft eines bewegten Körpers gleich der Quantität seiner Bewegung ist. Bei dieser Kraft braucht man nicht erst aus ihren Wirkungen auf ihre Grösse zu schliessen, sondern man kann umgekehrt aus der Grösse der gegebenen Kraft die Grösse der Wirkungen bestimmen, wie es auch in der That in der Mechanik auf Grundlage der Gesetze des Stosses geschieht.

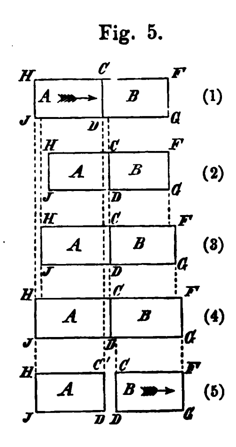
Wollen wir uns somit eine Vorstellung über den inneren Vorgang bei der Mittheilung einer Bewegung machen, die Veränderungen ermitteln, welche in einem Körper bei seinem Uebergange aus der Ruhe zur Bewegung erfolgen, mit einem Worte, die Frage: wie ist eine äussere Bewegung möglich? beantworten, so müssen wir von dem Stosse der Körper ausgehen, als derjenigen Kraftäusserung, welche sich allein auf eine uns bekannte empirische Thatsache zurückführen lässt.

In Fig. 5 seien zwei Körper von gleicher Beschaffenheit und gleicher Grösse dargestellt. Der Körper B befinde sich in Ruhe und A führe auf denselben mit einer Geschwindigkeit v einen geraden, vollkommen elastischen Stoss aus. Aus den Gesetzen des Stosses wissen wir, dass in diesem Falle die Geschwindigheit des Körpers A vollständig auf den Körper B übertragen wird und dass der Körper A nach dem Stosse in Ruhe bleibt. Fig. 5 (1) stelle den Moment dar, in welchem die

beiden Körper zuerst in Berührung mit einander gerathen. Durch das Zusammenstossen findet zunächst eine Zusammendrückung der beiden Körper statt. Bezeichnen wir die Grösse dieser Zusammendrückung mit λ_1, so wird die Berührungsfläche beider Körper während des Zusammenstossens, wie es in (2) dargestellt ist, um die Grösse λ_1 nach rechts verschoben sein.

Während des Zusammenstossens bildet sich auf beiden Seiten der Berührungsfläche, wie bei der Entstehung der Schallwellen durch den Stoss einer Saite, eine Verdichtung aus, die sich sowohl in den Körper B, wie in den Körper A hinein erstreckt. Indem diese Verdichtung die beiden Körper in entgegengesetzter Richtung durchläuft, wird durch sie der empfangene Stoss weiter fortgepflanzt und zuletzt auch den beiden von einander abgewandten Flächen FG und HJ ebenfalls eine Verschiebung um die Grösse λ_1 nach rechts und nach links ertheilt. Die Körper befinden sich, nachdem sie von diesen Verdichtungswellen durchlaufen worden sind, in der Lage, wie sie in (3) dargestellt ist. Nach einer Verdichtung tritt stets eine Ausdehnung ein, durch welche eine Verdünnung hervorgebracht wird. Bei dieser Ausdehnung kann jedoch die Berührungsfläche CD nicht zu ihrer ursprünglichen Lage in (1) zurückkehren, sondern da die beiden Körper, als gleich gross vorausgesetzt, sich nothwendig einen gleichen Widerstand leisten, so findet die Ausdehnung von der Lage der Fläche CD aus statt, wie sie in (2) und (3) abgebildet ist. Die Berührungsfläche CD ist, während der Dauer des Zusammenstossens, mit einer festen Knotenfläche zu vergleichen, auf welche gleich starke, aber entgegengesetzte Einwirkungen ausgeübt werden. Alle Theile des Körpers B fahren deshalb fort, während sie von der Verdünnung durchlaufen werden, sich nach rechts hin zu bewegen. Indem die Verdünnung, im Gefolge der Verdichtung, gleichsam als zweiter Stoss sich durch den Körper B fortpflanzt, wird von ihr auch zuletzt der Fläche FG eine

Fig. 5.



weitere Verschiebung λ_2 nach rechts hin ertheilt. Da dasselbe aber in entgegengesetzter Richtung von dem Körper A gilt, so befinden sich nunmehr die beiden Körper in der in (4) dargestellten Lage. — Nach einer Verdünnung tritt nothwendiger Weise ein Sichzusammenziehen der beiden Körper, eine Rückkehr der ausgedehnten Theile zu ihrem gewöhnlichen Dichtigkeitszustande ein; dieser Vorgang beginnt ebenso, wie die Verdichtung und die Verdünnung, von der Fläche CD aus und geht auf die Weise vor sich, dass sich die Körper nunmehr von einander trennen und die gemeinschaftliche Fläche CD um λ_2 nach sich ziehen. — Im Moment, wo die Materie in beiden Körpern bei CD ihre gewöhnliche Dichtigkeit wieder erreicht, ist der ganze Körper B um die Grösse $\lambda_1 + \lambda_2 = \lambda$ nach rechts hin verschoben und die Körper nehmen somit die Stellung, wie in (5), ein. Der Körper A verbleibt von nun an in Ruhe; wir verlassen ihn für's Erste, bis wir den Vorgang bei der Aufhebung einer Bewegung betrachten werden, und verfolgen den Körper B auf seiner weiteren Bahn. —

Fig. 6.

Der Körper B ist durch den Zusammenstoss um die Grösse λ nach rechts hin verschoben worden. — Möge Fig. 6 (1), im Anschluss an die vorige Figur, seine Lage in dem Momente darstellen, in welchem die Fläche CD ihre Gleichgewichtslage in Bezug auf den Körper B wieder erreicht. Durch das Sichzusammenziehen des Körpers hat die Fläche CD eine Geschwindigkeit erlangt, welche sie über ihre Gleichgewichtslage hinausführt und sie wieder, wie bei (2) zu sehen ist, um die Grösse λ_1 in den Körper hineindrückt. Die dabei entstehende Verdichtung durchläuft von Neuem den Körper B und ertheilt allen seinen Theilen und endlich auch der Fläche FG zum zweiten Mal eine Verschiebung um λ_1 nach rechts hin, wie es bei (3) dargestellt ist. Die nach der Verdichtung eintretende Ausdehnung erfolgt wiederum nicht auf die Weise, dass die Fläche CD eine rückgängige Bewegung antritt, sondern sie bleibt theils durch den Widerstand des nachrückenden Mediums, in dem sich der

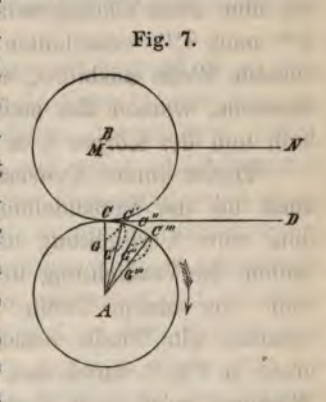
Körper B bewegt, theils dadurch, dass die rechts von CD liegenden Theile selbst noch in einer Bewegung nach rechts hin begriffen sind und folglich keinen hinreichenden Widerstand leisten können, in Ruhe, während die Verdünnung sich von ihr aus ausbildet. — Indem diese Verdünnung, auf die Verdichtung folgend, den Körper B durchläuft, ertheilt sie allen Theilen und zuletzt auch der Fläche FG, Fig. 6 (4), eine weitere Verschiebung um λ_2 nach rechts hin. Die Fläche CD ist dabei in der Verdünnung um die Grösse λ_2 hinter dem Körper nachgeblieben; bei der auf die Verdünnung folgenden Zusammenziehung kehrt sie wieder, wie bei (5), zu ihrer Gleichgewichtslage in Bezug auf den Körper B zurück, so dass derselbe ein zweites Mal vollständig um die Grösse $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$ nach rechts hin verschoben ist. Von nun an wiederholt sich der soeben geschilderte Vorgang immer wieder von Neuem, so dass der Körper B bei jeder Welle, die ihn von CD nach FG durchläuft, um die Grösse λ nach rechts hin verschoben wird und dabei die Erscheinung einer gleichförmigen, geradlinigen, äusseren Bewegung zeigt.

Die Bewegungen der Fläche CD sind in Bezug auf den Körper B, wenn wir diesen als ruhend betrachten, vollkommene Vibrationen, ein regelmässiges Hin- und Herschwanken um eine Gleichgewichtslage; im Verhältniss zu dem Raume aber, in dem sich der Körper B bewegt, ein abwechselndes Vorwärtsrücken und Stehenbleiben, indem der Uebergang der Fläche CD aus der Verdichtung in die Verdünnung nicht durch eine rückgängige Bewegung, sondern durch ein Sichvorwärtsschieben des ganzen Körpers hervorgebracht wird. Dasselbe gilt nun auch von allen anderen Theilen des Körpers B, je nachdem wie sie von den aus CD ausgegangenen Wellen erreicht werden. — Während die durch den Stoss angeregten Vibrationen in der durch denselben angegebenen Richtung als fortschreitende Wellen den Körper durchlaufen, erscheinen sie in Bezug auf den Querschnitt des Körpers als stehende Vibrationen, da alle Theile dieses Querschnittes zu gleicher Zeit ihre Bewegung beginnen; diesem Umstande verdanken sie ihre Fortdauer und, bei vollkommener Elasticität, ihre sich gleichbleibende Intensität,

so dass der Körper bei jeder neuen Vibration um dieselbe Grösse in der Richtung seiner Bewegung verschoben wird, welche letztere durch diese regelmässige Wiederholung desselben Vorganges als ein gleichmässiges Vorwärtsrücken erscheint, während sie in der That, gleich dem Kriechen eines Wurmes, nur ein abwechselndes Ausdehnen und Sichwiederzusammenziehen des bewegten Körpers ist.

Aehnliche Betrachtungen lassen sich auch über die Rotationsbewegungen anstellen. Möge in Fig. 7 ein runder Körper dargestellt sein, der um die Axe A frei beweglich ist. Ein anderer Körper B bewege sich in der Richtung MN und berühre während seiner Bewegung den Körper A im Punkte C. Dem Körper A wird dadurch ein Stoss in einer zu seiner Oberfläche tangentialen Richtung CD ertheilt, der Punkt C zugleich aus seiner Gleichgewichtslage verschoben und durch die Reibung der beiden Körper an einander nach C′ geführt. Die Folge davon ist die Entstehung einer transversalen Welle, die sich während der ersten Hälfte des Zusammenstossens in's Innere des Körpers bis G erstrecken mag. Die aus ihrer Gleichgewichtslage verschobenen, auf der wellenförmigen Linie C′G befindlichen Theile haben durch ihre Elasticität das Bestreben, ihre frühere, geradlinige Lage wieder einzunehmen. Dieses kann aber nicht durch eine Rückkehr des Punktes C′ nach C erfolgen, da dieser Punkt in C′ durch die Reibung des stossenden Körpers, während der zweiten Hälfte des Stosses, festgehalten wird, — sondern nur dadurch, dass die übrigen Punkte der Linie CA ebenfalls eine Verschiebung erleiden, bis sie auf der Linie C′A ihre frühere Gleichgewichtslage zu einander erreichen. Auf dieser Linie angelangt, besitzen sie aber eine Geschwindigkeit, die sie über dieselbe hinausführt, so dass sich am Ende des Zusammenstossens, wenn beide Körper sich von einander getrennt haben, eine Welle C′G′ ausgebildet hat, bei welcher alle

Fig. 7.



Theile, im Verhältniss zu C′, wiederum eine Verschiebung nach rechts hin erlitten haben. Durch die Elasticität des Körpers erwacht in ihnen von Neuem das Bestreben, zu ihrer gegenseitigen Gleichgewichtslage zurückzukehren; dieses geschieht aber wiederum nicht auf die Weise, dass alle Punkte der Welle C′G′ sich der Linie C′A nähern, sondern der Punkt C′ wird, da er frei beweglich ist, nachgezogen und die gegenseitige Gleichgewichtslage stellt sich erst auf irgend einer Linie C″A her. Der Punkt C″ und die ihm zunächst liegenden Theile des Körpers erlangen dabei wieder eine Geschwindigkeit, welche sie über diese Gleichgewichtslage hinausführt, so dass der Punkt C″ nach C‴ verschoben wird und sich abermals eine transversale Welle ausbildet, wie im ersten Moment des Zusammenstossens, wonach der soeben geschilderte Vorgang sich wiederholt und der Körper A in eine Rotationsbewegung versetzt wird.

Dieser innere Process wird wesentlich dadurch unterstützt, dass bei der Verschiebung des Punktes C nach C′ rechts von ihm eine Verdichtung und links eine Verdünnung entsteht. Indem die Verdichtung den Körper A im Kreise durchläuft und sich von einem Theile des Körpers dem anderen mittheilt, erleiden alle Theile desselben eine Verschiebung und zwar in einer in Fig. 7 durch den Pfeil angedeuteten Richtung. Dieselbe Wirkung wird auch durch die links von C entstandene Verdünnung hervorgebracht; durch diese wird ebenfalls ein Drängen der Materie von links nach rechts hervorgerufen, so dass die an einem Orte durch den Stoss bewirkte Verschiebung sich allen Theilen des Körpers mittheilt und sie in denselben Vibrationszustand versetzt, wie wir ihn für den Punkt C beschrieben haben. — Die Grösse der Verschiebungen ist um so kleiner, je näher die von ihnen afficirten Theile zum Punkte A liegen, da dieser, als fester Punkt, jeder Verschiebung in seiner unmittelbaren Nähe hemmend entgegentritt. Die Wirkung der in diesem Falle durch den Stoss hervorgerufenen transversalen Wellen kann somit keine andere sein, als eine Rotationsbewegung um den Punkt A.

Wie bei der geradlinig fortschreitenden Bewegung erscheint auch hier die Rotationsbewegung des Körpers A als ein voll-

kommenes Vibriren. Alle Theile, welche aus ihrer Gleichgewichtslage verschoben sind, streben mit einer zu einander relativen, beschleunigten Bewegung danach, wieder ihre gegenseitige Gleichgewichtslage zu erreichen und erlangen dabei eine Geschwindigkeit, welche sie über dieselbe hinausführt u. s. w. Die Linie aber oder vielmehr die Ebene, auf welcher sie ihre Gleichgewichtslage erreichen, ist bei jeder neuen Vibration, in Bezug auf den äusseren Raum, eine andere, so dass auch hier die äussere Bewegung eines Körpers, im Verhältniss zu anderen als ruhend zu betrachtenden Körpern, als ein abwechselndes Stillestehen und ruckweises Vorwärtsschieben seiner einzelnen Theile erscheint.

Ist der Punkt A nicht fest, sondern frei beweglich, so entsteht bekanntlich in Folge eines excentrischen Stosses eine zusammengesetzte Bewegung, bei welcher der Körper rotirt, während sein Mittelpunkt geradlinig mit einer gleichförmigen Bewegung fortschreitet. Eine derartige Bewegung wird ebenfalls, von dem Angriffspunkte der Kraft ausgehend, durch transversale Wellen allen Theilen des gestossenen Körpers mitgetheilt, mit dem Unterschiede nur, dass die einzelnen auf einander folgenden Verschiebungen nicht tangential zu dem Mittelpunkte des Körpers, sondern auf eine Weise gerichtet sind, dass bei jeder vollbrachten Rotation auch der Mittelpunkt des Körpers in der Richtung der fortschreitenden Bewegung verschoben wird.

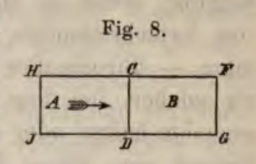
Es würde uns zu weit führen, wollten wir alle speciellen Fälle, welche bei den Bewegungen möglich sind, näher verfolgen; worauf es uns hauptsächlich ankommt, ist die Beantwortung der Frage: wie ist die äussere Bewegung der Körper möglich? Aus der gegebenen Darstellung geht klar hervor, dass die äussere Bewegung der Körper sehr wohl als ein Vibrationszustand derselben betrachtet werden kann, und dass die geradlinig fortschreitende Bewegung durch longitudinale Wellen, die Rotationsbewegung aber durch transversale Wellen hervorgebracht wird. Ueberlegt man sich das soeben Gesagte nochmals, so überzeugt man sich leicht davon, dass es auch eigentlich nicht anders sein kann. Wollte man einen äusserlich

in Bewegung begriffenen Körper innerlich, wie es bisher in der Wissenschaft geschehen ist, als vollkommen ruhend voraussetzen, so würde eine jede Veranlassung zu der Fortdauer seiner Bewegung fehlen, befindet er sich aber in einem Vibrationszustande und zwar in einem solchen, bei dem alle seine Theile bei jeder neuen Vibration ihre Gleichgewichtslage, in Bezug auf den äusseren Raum, stets an einer anderen Stelle erreichen, so muss er nothwendigerweise in Bewegung sein. — Ein ruhender Körper ist also ein solcher, welcher auch innerlich in Ruhe ist, d. h. welcher von keinen fortschreitenden Wellen durchlaufen wird; dadurch unterscheidet er sich von einem sich bewegenden Körper, welcher durch seine Vibrationen beständig von Ort zu Ort verschoben wird. — Damit ein ruhender Körper in Bewegung versetzt werde, muss in ihm eine fortschreitende Wellenbewegung angeregt werden, wozu eine veranlassende Ursache erforderlich ist. Das Beharrungsvermögen eines ruhenden Körpers beruht also auf dem Mangel einer solchen fortschreitenden Wellenbewegung; das Beharrungsvermögen eines sich bewegenden Körpers beruht dagegen auf der Fortdauer seiner Vibrationen und der damit verbundenen Verschiebungen, durch welche ihm eine gleichförmige Bewegung ertheilt wird und die nur auf die Weise abgeändert und aufgehoben werden kann, wenn in ihm eine neue Wellenbewegung angeregt wird, wozu es wiederum einer äusseren Ursache bedarf. Das Beharrungsvermögen der sich bewegenden Körper hat somit nichts Räthselhaftes mehr für uns; die Erklärung desselben folgt nothwendigerweise aus der Erkenntniss, dass die äussere Bewegung ein Vibrationszustand der Körper ist.

Durch die erlangte Erkenntniss lässt sich die Mittheilung der Bewegung durch einen Stoss noch von einem ganz anderen Gesichtspunkte aus auffassen. Kehren wir deshalb zu dem Momente zurück, wo die an Masse und Volumen gleichen Körper A und B, Fig. 8, mit einander in Berührung gerathen. Der Körper B ist nach unserer Voraussetzung in Ruhe, der Körper A in Bewegung. Da wir erkannt haben, dass die geradlinig fortschreitende Bewegung der Körper darauf beruht, dass sie

in der Richtung der Bewegung fortwährend von longitudinalen Wellen durchlaufen werden, so muss dies auch von dem Körper A gelten. Die Mittheilung der Bewegung geschieht auf die Weise, dass während der Dauer des Zusammenstossens die Wellenbewegung von dem einen Körper auf den anderen übergeht und diesen in denselben Vibrationszustand versetzt, in dem sich früher der stossende Körper befand. Die Mittheilung der Bewegung ist somit die Uebertragung des inneren Bewegungszustandes des einen Körpers auf einen anderen. Die Wellen, die einen sich bewegenden Körper durchströmen, repräsentiren also selbst eine bewegende Kraft, die gleich ist derjenigen, welche bisher seiner äusseren Bewegung zugeschrieben worden war. Der bewegte Körper ist nur der Träger dieser Kraft, und da sein Vibrationszustand ebenfalls nur durch eine ähnliche Mittheilung von Vibrationen hervorgerufen sein kann, so vermittelt er durch seine äussere Bewegung den Uebergang der Wellen zwischen sonst von einander getrennten Körpern.

Fig. 8.



Wie wir gesehen haben, wird der Körper A, indem er auf die bis dahin unbewegliche Masse B stösst, durch den getroffenen Widerstand, von der Berührungsfläche CD aus, ebenfalls zusammengedrückt; dadurch wird in ihm in einer zu seiner Bewegung entgegengesetzten Richtung eine Wellenbewegung hervorgerufen, die ihm eben solche Verschiebungen nach links hin ertheilt, wie er sie bereits durch die ihn bewegenden Wellen nach rechts erleidet. Die Folge davon ist die Aufhebung seiner Bewegung, welche auf die Weise erfolgt, dass die ihn nunmehr nach zwei entgegengesetzten Richtungen durchströmenden Wellen sich das Gleichgewicht halten und, wenn ihre Vibrationen von gleicher Dauer und Intensität sind, sich in stehende Wellen verwandeln und dadurch ihre bewegenden Wirkungen gegenseitig aufheben.

Dasselbe gilt auch von einem rotirenden Körper; bei ihm wird die Bewegung auch nur auf die Weise aufgehoben, dass ihm eine Bewegung in entgegengesetzter Richtung ertheilt wird, d. h. dass in ihm eine Wellenbewegung in entgegengesetztem

Sinne zu derjenigen erregt wird, durch die er bis dahin bewegt worden war. Im Allgemeinen ist ein Körper nur dann in Bewegung, wenn er vorzugsweise in einer bestimmten Richtung von fortschreitenden Wellen — longitudinalen oder transversalen — durchlaufen wird. Ein ruhender Körper ist also auch ein solcher, bei dem sich die verschiedenen Wellen im Gleichgewichte halten oder sich in stehende Wellen verwandelt haben. Erlangt eine dieser Wellen in einem frei beweglichen Körper das Uebergewicht, so muss er sofort in Bewegung gerathen.

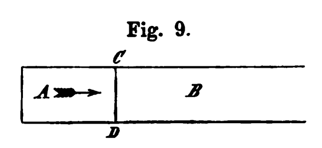
Obgleich nun die Bewegung eines jeden Körpers eine Vibrationserscheinung ist, so sind doch die Zeit, in welcher die Vibrationen auf einander folgen, wie bei der Wärme und dem Lichte, und die jedesmalige Verschiebung so klein, dass sie nicht wahrnehmbar sind; deshalb erscheint auch jede äussere Bewegung der Körper als eine stetige Ortsveränderung. — Da während der Dauer T einer Vibration der Körper stets um die Wegelänge λ weiterrückt, so folgt für die Geschwindigkeit v des Körpers die Gleichung:

$$v = \frac{\lambda}{T}. \qquad (21)$$

Es handelt sich also zunächst darum, die Grösse der Verschiebungen und die Dauer der Vibrationen zu bestimmen.

§ 9. **Dauer eines Stosses.** Da die Vibrationen, durch welche ein Körper bewegt wird, nur die Wiederholungen des erhaltenen Stosses sind, so kann vorausgesetzt werden, dass ihre Dauer von der Dauer des Zusammenstossens abhängig ist. Um diese Dauer zu bestimmen, wollen wir uns den Körper B, Fig. 9, in Ruhe und fest oder von unendlicher Länge und von einem Querschnitte gleich Eins denken; A sei ein anderer Körper von gleichem Querschnitte und an Masse gleich M. Beide Körper seien vollkommen elastisch. Der Körper A führe auf den Körper B mit einer Geschwindigkeit gleich v einen geraden Stoss aus. Aus den Gesetzen des Stosses ist bekannt, dass der Körper B, den wir als unendlich vorausgesetzt haben, in Ruhe verbleibt; die durch den

Fig. 9.



Stoss erlittene Verschiebung ist also in diesem Falle gleich Null, während der Körper A durch die Rückwirkung mit einer gleichen, aber entgegengesetzten Geschwindigkeit sich wieder entfernt. Obgleich der Körper B in Ruhe verbleibt, so findet doch an der Berührungsfläche CD eine Zusammendrückung statt, welche die Entstehung einer Longitudinalwelle veranlasst. Diese Welle durchläuft den Körper B und versetzt ihn in einen Vibrationszustand, durch welchen ihm jedoch, da er unbeweglich ist, keine Verschiebungen ertheilt werden können, so dass alle seine Theile bei ihrem Vibriren ihre Gleichgewichtslage immer wieder an demselben Orte erreichen. Bezeichnen wir diejenige momentane Kraft, welche dem Körper B seiner Länge nach eine Zusammendrückung gleich Eins ertheilen würde, mit P, so erhalten wir, wenn wir die Retardation des Körpers A der durch seinen Stoss bewirkten Zusammendrückung x proportional setzen, die Gleichung:

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} = -Px, \tag{22}$$

wo wir Px negativ nehmen, weil diese Kraft der Bewegung von A entgegengesetzt wirkt.

Multipliciren wir auf beiden Seiten der Gleichung mit 2 dx und integriren wir sodann, so erhalten wir

$$2\int M \frac{d^2x}{dt^2}\, dx = -\, 2\int Px\, dx,$$

woraus

$$M\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = -\, Px^2 + C.$$

Die Constante kann bestimmt werden, wenn x = a dem Maximum der Zusammendrückung gleich gesetzt wird, wobei a augenscheinlich die Amplitude der dabei hervorgebrachten Vibrationen bedeutet und von x in dem Momente erreicht wird, in welchem die Bewegung der Fläche CD vollkommen aufgehoben wird, und folglich

$$\frac{dx}{dt} = 0$$

ist; wir erhalten somit

$$- Pa^2 + C = 0,$$

woraus

$$C = Pa^2$$

und

$$M \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = - Px^2 + Pa^2 = P (a^2 - x^2). \qquad (23)$$

Setzt man $x = 0$, so ist $\frac{dx}{dt} = v$ gleich der Geschwindigkeit des Körpers A im Beginn des Zusammenstossens, und folglich ist auch

$$Mv^2 = Pa^2,$$

woraus wir dann die Grösse der Zusammendrückung oder der Vibrationsamplitude

$$a^2 = \frac{Mv^2}{P} \text{ oder } a = v\sqrt{\frac{M}{P}} \qquad (24)$$

erhalten.

Kehren wir zu der Gleichung (23)

$$M \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = P (a^2 - x^2)$$

zurück; wenn wir auf beiden Seiten die Quadratwurzel ziehen, so haben wir

$$\sqrt{M} \frac{dx}{dt} = \sqrt{P (a^2 - x^2)}$$

oder

$$\frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \sqrt{\frac{P}{M}} \cdot dt.$$

Integrirt man auf beiden Seiten, so ist

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \int \sqrt{\frac{P}{M}} \cdot dt;$$

es ist aber

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \text{Arc sin} \frac{x}{a} + C'$$

und

$$\int \sqrt{\frac{P}{M}}\, dt = t\sqrt{\frac{P}{M}} + C''$$

folglich

$$\text{Arc sin } \frac{x}{a} = t\sqrt{\frac{P}{M}} + C.$$

Für $x = 0$, im Moment des Zusammentreffens beider Körper, von dem an auch die Zeit gerechnet wird, ist $t = 0$ und $\text{Arc sin } \frac{x}{a} = 0$, und folglich auch $C = 0$; es ist also

$$\text{Arc sin } \frac{x}{a} = t\sqrt{\frac{P}{M}}$$

und

$$x = a \sin t\sqrt{\frac{P}{M}}.$$

Denkt man sich mit dem Radius a einen Kreis beschrieben, so wird, wenn für $t = \frac{T}{4}$ auch $\frac{T}{4}\sqrt{\frac{P}{M}} = \frac{\pi}{2}$ wird,

$$\text{Sin } \frac{T}{4}\sqrt{\frac{P}{M}} = 1$$

und folglich $x = a$, dem Maximum der Zusammendrückung gleich. Die Zeit $\frac{T}{4}$ stellt somit die Dauer vor, welche zum Zusammendrücken des Körpers B erforderlich ist.

Für $t = \frac{T}{2}$ wird dann $\frac{T}{2}\sqrt{\frac{P}{M}} = \pi$, folglich $\text{Sin } \frac{T}{2}\sqrt{\frac{P}{M}} = 0$ und $x = 0$; dieses tritt in dem Momente ein, in welchem der Körper B sein früheres Volum wieder erreicht, der Stoss also beendigt ist und der Körper A sich zu entfernen beginnt. Die ganze Dauer, während welcher die Körper beim Stosse in Berührung bleiben, ist folglich

$$\frac{T}{2} = \pi\sqrt{\frac{M}{P}}$$

Die Berührungsfläche kehrt jedoch nach Beendigung des Stosses nicht zur Ruhe zurück, sondern sie wird bei vollkommener Elasticität in einen dauernden Vibrationszustand versetzt, welcher durch longitudinale Wellen auch den anderen Theilen des Körpers B mitgetheilt wird. — Während des Stosses wird von der Berührungsfläche CD nur eine halbe Vibration ausgeführt, auf die Zusammendrückung folgt eine Ausdehnung, zu welcher eine gleich grosse Zeit erforderlich ist; die Dauer der Vibrationen, welche durch den Stoss hervorgebracht werden, wird somit gleich T sein. — Für $t = T$ wird aber $T\sqrt{\frac{P}{M}} = 2\pi$; und folglich ist die Dauer der Vibrationen

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{P}}. \qquad (25)$$

Da wir die Mittheilung der Bewegung als eine Uebertragung des inneren Vibrationszustandes des einen Körpers auf einen anderen erkannt haben, wobei die bestimmte Geschwindigkeit des stossenden Körpers, bei einer anderen Grösse der jedesmaligen Verschiebung, durch Vibrationen von sehr verschiedener Dauer hervorgebracht sein kann, es somit sehr möglich ist, dass sie beim Zusammenstossen unverändert auf den gestossenen Körper übergehen und ihm eine Geschwindigkeit ertheilen, die mehr von dem inneren Vibrationszustande des stossenden Körpers, als von seiner äusseren Bewegung abhängig ist, so ist es sehr fraglich, inwiefern die soeben getroffene Bestimmung über die Dauer der Vibrationen bei der Mittheilung der Bewegung durch den Stoss anwendbar ist. — Der von uns betrachtete Vorgang ist nur ein specieller Fall, der nur dann seine Gültigkeit hat, wenn die Vibrationen, durch welche der stossende Körper bewegt wird, nach obigen Bestimmungen seiner Masse und seiner Elasticität entsprechen, gleichsam normale sind, d. h. wenn die Gleichung

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{P}}$$

schon für den stossenden Körper erfüllt ist. Trotz der beschränkten Anwendbarkeit, welche die obige Gleichung bei dem

Zusammenstossen verschiedener Körper haben mag, ist sie uns doch von grosser Wichtigkeit, indem sie uns im Nachfolgenden gestatten wird, die Arbeit, welche eine im Inneren eines Körpers sich fortpflanzende Welle auszuüben vermag, auf die äussere Bewegung der Körper zurückzuführen und sie dadurch den allgemeinen, mechanischen Gesetzen zu unterwerfen.

§ 10. **Von der Verschiebung.** Die Eigenschaften der Körper sind uns noch so wenig bekannt, dass wir die Grösse der Verschiebung, die ein sich bewegender Körper bei jeder erneuten Vibration erleidet, in ihrer Abhängigkeit von der Amplitude und der Dauer dieser Vibrationen nur auf inductivem Wege aus den Gesetzen des Stosses bestimmen können. Betrachten wir zuerst den speciellen Fall, wenn zwei Körper von gleicher Masse und gleicher Beschaffenheit, von denen der eine in Ruhe, der andere in Bewegung ist, auf einander stossen. Da nach unserer Darstellung ein sich bewegender Körper während der Dauer T einer Vibration um die Grösse der Verschiebung λ weiter rückt, so folgt für die mitgetheilte Geschwindigkeit v die Gleichung (21)

$$v = \frac{\lambda}{T}.$$

Unter der Voraussetzung, dass der stossende Körper normale Vibrationen hat und diese unverändert auf den gestossenen Körper übergehen, haben wir, nach dem vorigen Paragraphen, für die Vibrationsamplitude die Gleichung (24)

$$a = v\sqrt{\frac{M}{P}}$$

und für die Vibrationsdauer die Gleichung (25)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{P}},$$

aus beiden erhalten wir

$$v = \frac{2\pi\ a}{T}, \tag{26}$$

und, da in dem vorliegenden Falle des Zusammenstossens zweier Körper von gleicher Masse, von denen der eine in Bewegung,

der andere in Ruhe ist, die Geschwindigkeit des stossenden und des gestossenen Körpers vor und nach dem Zusammenstossen, sowie die Intensität der dabei entstehenden Vibrationen einander gleich sind, so erhalten wir ohne Weiteres für die Verschiebung während der Dauer einer Vibration

$$\lambda = 2\pi\ a.$$

Man erkennt daraus, dass bei dem Zusammenstossen zweier Körper von gleicher Masse und gleicher Beschaffenheit und bei Voraussetzung normaler Vibrationen die während der Dauer einer Vibration dem Körper ertheilte Verschiebung sich zu der Amplitude der dabei hervorgebrachten Vibrationen verhält, wie die Peripherie eines Kreises zu seinem Radius; sie übersteigt Letztere also um ein Bedeutendes, ein Resultat, welches dem wirklichen Sachverhalte zu entsprechen scheint, indem die Amplitude durch die Grösse der Zusammendrückung gemessen wird, während die Verschiebung nicht allein durch die Verdichtung, sondern auch durch die Verdünnung der Bewegungswelle hervorgebracht wird.

Dieses Resultat lässt sich verallgemeinern. Aus den Gesetzen des Stosses ist uns bekannt, dass die Geschwindigkeit c, welche einem ruhenden Körper M_2 durch den Stoss einer Kraft M_1 v ertheilt wird,

$$c = \frac{2\ M_1\ v}{M_1 + M_2}$$

ist; setzen wir wieder

$$v = \frac{2\pi\ a}{T},$$

und da zugleich, wie früher, für die Geschwindigkeit c des gestossenen Körpers

$$c = \frac{\lambda}{T}$$

ist, so haben wir

$$\lambda = \frac{2\ M_1\ 2\pi\ a}{M_1 + M_2},$$

eine Gleichung, die in sich die Gesetze des Stosses enthält.

Setzt man in ihr $a = \frac{vT}{2\pi}$ und dividirt man durch T, so erhält man die einem Körper durch den Stoss mitgetheilte Geschwindigkeit. Für $M_1 = M_2$ wird, wie vorher,

$$\lambda = 2\pi a$$

und für M_2 gleich unendlich wird λ und folglich auch c gleich Null, wie es schon bereits aus den Gesetzen des Stosses bekannt ist. Je grösser M_2 ist, desto kleiner wird bei einer sich gleichbleibenden stossenden Kraft des Körpers M_1 die Verschiebung λ. Für Körper von verschiedener Beschaffenheit stellen sich diese Gleichungen wegen der Verschiedenheit der Elasticität bedeutend complicirter heraus; wir beschränken uns auf die obigen Andeutungen, die hinreichend zeigen, in welcher Richtung dieser Gegenstand noch weiter zu verfolgen wäre. Als abgeschlossen werden jedoch diese Untersuchungen nur dann zu betrachten sein, wenn es gelungen sein wird, die Grösse λ nicht allein aus den schon bekannten Gesetzen des Stosses, sondern auch aus den Eigenschaften und der inneren Constitution der Körper selbst zu bestimmen. —

Wir unterlassen es, für die Rotationsbewegungen die Abhängigkeit der jedesmaligen Verschiebung von der Vibrationsamplitude näher zu untersuchen; man gelangt dabei zu ähnlichen Gleichungen, wie bei der geradlinig fortschreitenden Bewegung. Die letztere ist uns aus dem Grunde von grösserer Bedeutung, weil wir bei der Anwendung der erlangten Resultate auf den Druck, den die Körper durch ihre Wärmewellen auf einander ausüben, mit Kräften zu thun haben werden, die normal zu der Oberfläche der Körper wirken und die deshalb auch nur durch longitudinale Wellen hervorgebracht werden können. So viel jedoch geht bereits aus der gegebenen Darstellung hervor, dass in der Erkenntniss: die äussere Bewegung sei ein Vibrationszustand der Körper, die Grundlage zu einer neuen Theorie der Bewegungen enthalten ist, welche einer bedeutenden mathematisch-analytischen Entwickelung fähig ist.

§ 11. **Die Kraft einer Welle.** Durch den Zusammenstoss zweier Körper wird stets eine Wellenbewegung angeregt. Eine

solche Wellenbewegung ist aber im Stande, die Kraft des stossenden Körpers weiter fortzupflanzen und die Wirkung desselben, wenn sie auf einen frei beweglichen Körper trifft, auf letzteren zu übertragen. Dieses wird unzweifelhaft durch die Erscheinung bewiesen, die man beobachten kann, wenn man mehrere elastische Körper, z. B. Billardkugeln, in einer geraden Linie aufstellt und mit einer anderen Kugel einen Stoss gegen das eine Ende der Reihe ausführt; es bleiben alle Kugeln in Ruhe, bis auf die letzte, welche — unter Voraussetzung einer vollkommenen Elasticität — eine Bewegung erhält, die eben so gross ist, als ob der Stoss direct auf sie ausgeübt worden wäre. Die Kugeln werden dabei augenscheinlich von einer Welle durchlaufen, die, bei der letzten freibeweglichen Kugel angekommen, im Stande ist, genau dieselbe Wirkung hervorzubringen, wie der Körper, durch dessen Stoss sie entstanden ist.

Erwähnen wir hier eines Versuches Tyndall's, den er in seinem Werke „der Schall" S. 195 mittheilt. Ein Messingstab wird in horizontaler Lage in der Mitte von einer Klemme gehalten, während eine frei hängende Elfenbeinkugel das eine Ende des Stabes berührt. Wenn man den Stab mit einem eingeharzten Leder streicht, so wird er in Längsschwingungen versetzt. Sobald der Ton erklingt, wird die Kugel mit Heftigkeit zurückgeworfen. Die Schallwellen wirken also durch ihre Stösse als bewegende Kraft.

Wenn aber eine fortschreitende Welle eben so gut eine Kraft, wie ein sich bewegender Körper ist, so können wir, wie es uns gelungen ist, bei gegebener Masse und Geschwindigkeit des stossenden Körpers, die Dauer und Amplitude der durch seinen Stoss hervorgebrachten Vibrationen zu bestimmen, umgekehrt aus der Dauer und der Amplitude der bei einer Wellenbewegung stattfindenden Vibrationen die Masse und Geschwindigkeit des Körpers berechnen, durch dessen Stoss sie entstanden sein können, und somit auch die Grösse der Kraft bestimmen, die eine solche gegebene Welle auszuüben vermag. Zur Bestimmung der Masse haben wir die Gleichung (25)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{P}},$$

woraus

$$M = \frac{P T^2}{4 \pi^2} \qquad (27)$$

und zur Bestimmung der Geschwindigkeit die Gleichung (26)

$$v = \frac{a}{T} 2 \pi;$$

durch Multiplication der beiden Gleichungen erhalten wir für die Kraft einer Welle den Ausdruck

$$Mv = \frac{P T^2 v}{4 \pi^2} = \frac{P T^2}{4 \pi^2} \cdot \frac{a}{T} 2\pi = \frac{P T a}{2 \pi}. \qquad (28)$$

Ersetzen wir in der Gleichung (27) die Kraft P durch den Elasticitätsmodul desjenigen Körpers, in welchem sich die Wellen fortpflanzen, so können wir für die Masse M noch einen anderen Ausdruck finden. Bekanntlich versteht man in der Mechanik unter dem Elasticitätsmodul diejenige Kraft, welche erforderlich ist, um einen prismatischen Körper vom Querschnitte Eins um seine anfängliche Länge auszudehnen oder zusammenzudrücken, also seine Länge durch Ausdehnen zu verdoppeln oder durch Zusammendrücken auf Null zurückzuführen. Selbstverständlich kann es eine solche Kraft nicht geben, welche im Stande wäre, einen Körper durch Zusammendrücken zu vernichten; deshalb wird auch die Grösse des Elasticitätsmoduls der Körper immer nur aus der Beobachtung geringerer Kräfte, unter der Voraussetzung, dass die Zusammendrückungen den angewandten Kräften proportional sind, bestimmt. Bezeichnen wir den Elasticitätsmodul mit E, so ist E diejenige Kraft, welche erforderlich ist, um einen Körper von einer anfänglichen Länge ν und dem Querschnitte 1 um die Länge ν auszudehnen oder zusammenzudrücken. Ist der Querschnitt des Körpers gleich Q, besteht er also aus Q neben einander befindlichen Prismen, so ist die erforderliche Kraft, um dieselbe Wirkung hervorzubringen, E.Q. Soll hingegen dieser Körper um eine Länge α ausgedehnt oder zusammengedrückt werden, so ist für die Kraft P

$$P : Q . E = \alpha : \nu;$$

es folgt daher

$$P = \frac{\alpha}{v} Q . E. \tag{29}$$

Diese Gleichung gilt jedoch nur für eine beständige Kraft, welche dem Körper eine gleichmässige Zusammendrückung und Verdichtung seiner ganzen Länge nach ertheilt. Wir haben dagegen unter P eine momentane Kraft verstanden, welche durch einen einmaligen Stoss einem unendlich langen Körper mit einem Querschnitte gleich Eins eine Zusammendrückung gleich Eins ertheilt. Da die Verdichtung, welche durch einen Stoss hervorgebracht wird, sich nicht momentan über die ganze Länge des gestossenen Körpers verbreiten kann, so ist nur der Theil des Körpers der Zusammendrückung unterworfen, über welchen sich die durch den Stoss bewirkte Verdichtung erstreckt. Nehmen wir an, dass die Kraft P ebenfalls durch den Stoss einer Masse M wirkt, so ist die zur Zusammendrückung erforderliche Zeit $\frac{T}{4}$. Während dieser Zeit erstreckt sich die Verdichtung um ein Viertel Wellenlänge in den Körper hinein. Es ist also nur eine Länge $v = \frac{L}{4}$, welche an der Zusammendrückung während des Stosses theilnimmt. Unter P haben wir eine Kraft verstanden, welche dem Körper durch einen einmaligen Stoss eine Zusammendrückung gleich Eins ertheilt; sie würde, wenn sie eine dauernde Kraft wäre, einem Körper von der Länge v eine gleichmässige Verdichtung ertheilen, welche dem Maximum der Verdichtung in der entstandenen Welle gleichkäme. Die ganze auf der Länge v bewirkte Verdichtung würde dadurch auf das Doppelte steigen und somit auch die Zusammendrückung doppelt so gross sein; wir müssen deshalb $\alpha = 2$ nehmen.

Setzen wir die für v und α gefundenen Werthe in die Gleichung (29) ein, und da $Q = 1$ ist, so erhalten wir

$$P = \frac{8E}{L}$$

und, wenn wir diesen Werth in die Gleichung (27) einführen, so wird

$$M = \frac{2\,E\,T^2}{L\,\pi^2}. \tag{30}$$

Es ist aber nach Gleichung (1) die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen

$$w = \frac{L}{T},$$

woraus

$$T = \frac{L}{w}.$$

Wenn wir in diese Gleichung für w den theoretischen Werth für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen nach Gl. (12)

$$w = \sqrt{\frac{E}{D}}$$

einsetzen, so erhalten wir

$$T = L\sqrt{\frac{D}{E}}. \tag{31}$$

Verbinden wir diese Gleichung mit der Gleichung (30), so ist

$$M = \frac{2\,L\,D}{\pi^2}. \tag{32}$$

Multiplicirt man auf beiden Seiten mit der Vibrationsintensität

$$v = 2\,\pi\,\frac{a}{T},$$

so erhält man

$$Mv = \frac{2\,L\,D\,v}{\pi^2} = \frac{4\,L\,D\,a}{\pi\,T}, \tag{33}$$

einen Ausdruck für die in einer fortschreitenden longitudinalen Welle auf der Flächeneinheit enthaltene Quantität der Bewegung. Bei einer nochmaligen Multiplication mit

$$v = 2\,\pi\,\frac{a}{T}$$

erhalten wir für die lebendige Kraft einer solchen Welle den Ausdruck

$$Mv^2 = \frac{2\,L\,Dv^2}{\pi^2} = \frac{8\,L\,Da^2}{T^2}. \tag{34}$$

Aus diesen Gleichungen ersehen wir, dass Vibrationen von der Dauer T und der Intensität v durch den Stoss eines Körpers hervorgebracht werden, welcher bei einer der Vibrationsintensität v gleichen Geschwindigkeit eine Masse besitzt, die gleich ist der Masse eines Körpers, dessen Dichtigkeit D gleich ist der Dichtigkeit desjenigen Körpers, in welchem sich die Wellen fortpflanzen, und dessen Volumen bei einem Querschnitte gleich der Flächeneinheit eine Tiefe $\frac{2\,L}{\pi^2}$ hat. Umgekehrt, wie das Beispiel mit den Billardkugeln es beweist, ist die bei dem Stosse eines solchen Körpers entstehende Welle im Stande einem eben solchen Körper eine der Vibrationsintensität gleiche Geschwindigkeit und eine lebendige Kraft zu ertheilen, welche letztere sich aus der Gleichung

$$Mv^2 = \frac{8\,L\,Da^2}{T^2}$$

berechnen lässt.

Durch diese Betrachtungen haben wir in den fortschreitenden Wellen eine Kraft kennen gelernt, welche, indem sie auf dem innern Bewegungszustande der Körper beruht und ihrem Wesen nach bekannt ist, durch die Möglichkeit, sie auf die äussere Bewegung der Körper zurückzuführen, ohne Weiteres die Anwendung der allgemeinen, mechanischen Bewegungsgesetze gestattet.

So sind wir auch im Stande den Druck, den eine fortschreitende longitudinale Welle auf die Flächeneinheit ausübt, sowie die dabei geleistete Arbeit zu bestimmen. Zu diesem Zweck brauchen wir nur den Druck und die Arbeit desjenigen Körpers zu ermitteln, durch dessen Stoss auf die Flächeneinheit einer unbeweglichen Masse diese Welle hervorgebracht wird. —

Ein Körper, welcher sich mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit bewegt, kann keinen Druck ausüben, so lange er auf keinen Widerstand trifft. Tritt ihm aber ein solcher entgegen, so ist der von ihm ausgeübte Druck gleich dem entgegenstehenden Widerstande und dieser wieder gleich der Abnahme der Quantität der Bewegung des Körpers. Bezeichnen wir also mit dp den Widerstand, den ein Körper während der Zeit dt zu überwinden hat, und mit dv die während derselben Zeit eintretende Abnahme an Geschwindigkeit, so erhalten wir für den während der Zeit dt auf die Flächeneinheit ausgeübten Druck die Gleichung

$$dp = - Mdv$$

und integrirt

$$\int_0^{\frac{p}{2}} dp = - \int_v^0 Mdv$$

oder

$$\frac{p}{2} = Mv.$$

Dieses ist jedoch nur der Druck, welchen der Körper während der ersten Hälfte des Stosses bei der Zusammendrückung ausübt; derselbe wiederholt sich nochmals durch die Rückwirkung der Elasticität, durch welche dem stossenden Körper eine entgegengesetzte Geschwindigkeit ertheilt wird, so dass der ganze Druck, welcher während des Stosses von einem Körper ausgeübt wird, der doppelten Quantität seiner Bewegung gleichgesetzt werden kann oder

$$p = 2\,Mv. \qquad (35)$$

Verbinden wir diese Gleichung mit der Gl. (33), so erhalten wir für den Druck, den eine fortschreitende Welle auf die Flächeneinheit ausübt, die Gleichung

$$p = \frac{4\,L\,Dv}{\pi^2}. \qquad (36)$$

Auf dieselbe Weise können wir auch die Arbeit, welche eine fortschreitende longitudinale Welle auf die Flächeneinheit

zu verrichten vermag, aus der lebendigen Kraft des ihr entsprechenden Körpers bestimmen. Die Arbeit, welche ein Körper verrichtet, wenn er von der Bewegung zur Ruhe übergeht, ist bekanntlich seiner halben lebendigen Kraft

$$\frac{Mv^2}{2}$$

gleich. Diese Arbeit wird jedoch nur während der ersten Hälfte des Zusammenstossens verrichtet; sie wiederholt sich durch die Rückwirkung der Elasticität bei der auf die Zusammendrückung folgenden Ausdehnung, so dass die ganze, während des Stosses, geleistete Arbeit

$$A = Mv^2$$

der lebendigen Kraft des stossenden Körpers gleichgesetzt werden kann. Durch Verbindung dieser Gleichung mit der Gl. (34) erhalten wir *für die Arbeit, welche eine fortschreitende, longitudinale Welle durch ihren Stoss auf die Flächeneinheit verrichtet,*

$$A = \frac{2\,L\,Dv^2}{\pi^2}. \qquad (37)$$

Trifft eine solche Welle auf einen frei beweglichen Körper M, so wird die eine Hälfte dieser Arbeit dazu verwendet, um ihm eine Geschwindigkeit v und eine lebendige Kraft Mv^2 zu ertheilen, wozu eine Arbeit

$$\frac{Mv^2}{2} = \frac{L\,Dv^2}{\pi^2}$$

erforderlich ist; durch die andere Hälfte des Arbeitsvorraths wird eine in entgegengesetzter Richtung fortschreitende Wellenbewegung erregt, welche sich mit der ursprünglichen Welle zu einer stehenden Wellenbewegung vereinigt, wodurch ihre beiderseitigen bewegenden Wirkungen aufgehoben werden.

§ 12. **Von den beständigen Kräften.** In den vorhergehenden Paragraphen haben wir die äussere Bewegung der Körper als einen Vibrationszustand derselben erkannt. Durch

eine momentane Kraft oder durch einen einmaligen Stoss wird den Körpern eine geradlinige, gleichförmige Bewegung ertheilt, deren Fortdauer darauf beruht, dass die in einem Körper angeregten Vibrationen, bei vollkommener Elasticität, sich immer in gleicher Intensität wiederholen und, als Wellen durch den Körper fortgepflanzt, ihm, in gleichen Zwischenräumen, in der Richtung der Bewegung sich stets gleichbleibende und sich regelmässig wiederholende Verschiebungen ertheilen. Durch eine beständige Kraft werden dagegen die Körper in eine beschleunigte Bewegung versetzt. Hört eine solche Kraft auf zu wirken, so setzen die Körper von da an ihre Bewegung mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit fort. Die Fortdauer dieser Bewegung kann ebenfalls nur durch den innern Vibrationszustand der Körper, in welchen dieselben durch die vorangehende Wirkung der beständigen Kraft versetzt worden sind, bedingt sein, weil überhaupt eine äussere Bewegung ohne eine innere Bewegung der Körper nicht möglich ist. Eine beständige Kraft trägt also bei einem frei beweglichen Körper nicht dazu bei, die von ihm angenommene Bewegung aufrecht zu erhalten, sondern sie beschleunigt sie nur. Die Beschleunigung kann aber, als ein Zuwachs an Bewegung, nur durch die Wiederholung desselben Vorganges, den wir bei der Mittheilung der Bewegung beschrieben haben, bewirkt werden. Wie wir aus dem Beispiele mit den Billardkugeln gesehen haben, wird ein Körper, wenn er von einer fortschreitenden Welle erreicht wird, in eine gleichförmige Bewegung versetzt; ebenso können wir uns vorstellen, dass ein Körper, welcher unter dem Einflusse einer beständigen Kraft sich bewegt, von einer Reihenfolge solcher fortschreitenden Wellen erreicht wird, von denen jede ihm einen Zuwachs an Geschwindigkeit ertheilt. Jede Welle, welche auf einen sich bewegenden Körper trifft, wirkt auf denselben wie eine momentane Kraft ein, und bringt in ihm durch ihren Stoss ebenfalls eine Wellenbewegung hervor, durch welche er, bei jeder neuen Vibration, eine bestimmte, sich gleichbleibende Verschiebung erleidet. — Indem diese Verschiebungen sich zu einander summiren, nimmt die Grösse derselben und damit auch die Geschwindigkeit des Körpers zu. Eine beständige Kraft müs-

sen wir demnach als eine Reihe aufeinanderfolgender Wellen betrachten, welche, indem sie einen frei beweglichen Körper erreichen, ihn durch ihre in gleichen Zwischenräumen wiederkehrenden Stösse in eine beschleunigte Bewegung versetzen. Es wird unsere Aufgabe sein, bei der Erklärung der verschiedenen Naturkräfte, der Cohäsion, der Schwerkraft, der Gravitationskraft der Weltkörper u. s. w., d. h. bei dem Zurückführen derselben auf eine innere Bewegung der Körper, den Ursprung und die Entstehung dieser Wellen nachzuweisen. Für den Augenblick sind wir bereits im Stande, die Wirkungen einer beständigen Kraft auf einen frei beweglichen Körper, d. h. die Gesetze der gleichförmig beschleunigten Bewegung, aus der Annahme, dass eine solche Kraft durch eine Reihe gleicher, auf einander folgender Wellen hervorgebracht wird, zu entwickeln.

Wenn wir die Grösse der Verschiebungen, welche die erste Welle einem frei beweglichen Körper mittheilt, wieder mit λ und die Dauer der durch 'den Stoss der Welle hervorgebrachten Vibrationen mit T bezeichnen, so ist die dem Körper in der Zeit T mitgetheilte Geschwindigkeit

$$v_1 = \frac{\lambda}{T}.$$

Bliebe der Körper nach dem Stoss dieser ersten Welle sich selbst überlassen, so würde die Verschiebung λ sich bei jeder neuen Vibration wiederholen und der Körper mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit v_1 sich weiter bewegen. Folgt aber eine Welle auf die andere, so wird dem Körper von der zweiten Welle, nach Verlauf einer Zeit 2 T, eine weitere Verschiebung λ ertheilt, so dass seine ganze Verschiebung während der Dauer der zweiten Vibration 2λ beträgt und seine Geschwindigkeit am Ende derselben

$$v_2 = \frac{2\lambda}{T}$$

ist. Bei der dritten Welle wird seine Geschwindigkeit

$$v_3 = \frac{3\lambda}{T}$$

und bei der $\varkappa$ten

$$v_\varkappa = \frac{\varkappa\lambda}{T}. \qquad (38)$$

Da seit dem Beginn der Bewegung eine Zeit $t = \varkappa T$ verflossen und die Geschwindigkeit des Körpers, nach obiger Gleichung von der ersten Stosswelle an, auch um das $\varkappa$fache gewachsen ist, so folgt daraus für die Wirkung einer beständigen Kraft das erste Gesetz der gleichförmig beschleunigten Bewegung, dass die ertheilten Geschwindigkeiten sich verhalten wie die verflossenen Zeiträume.

Treffen in der Zeiteinheit n Wellen einen Körper, so ist die ihm ertheilte Geschwindigkeit $v_n = g$ gleich der Acceleration der beständigen Kraft; somit ist

$$g = \frac{n\lambda}{T}; \qquad (39)$$

Verbinden wir die beiden letzten Gleichungen, so erhalten wir

$$v_\varkappa = \frac{\varkappa g}{n};$$

da aber die Zahl der aufeinanderfolgenden Wellen sich verhält wie die verflossene Zeit, so haben wir die Proportion

$$\varkappa : n = t : 1,$$

woraus

$$\frac{\varkappa}{n} = t$$

und folglich allgemein

$$v = gt. \qquad (40)$$

Die Geschwindigkeit ist also gleich dem Producte aus Acceleration und Zeit.

Der durchlaufene Weg nach Verlauf der Zeit $t = \varkappa T$ ist

$$s = \lambda + 2\lambda + 3\lambda \ldots\ldots + \varkappa\lambda = (1 + 2 + 3 \ldots\ldots \varkappa)\,\lambda = \frac{\varkappa(\varkappa + 1)\lambda}{2}.$$

Da aber die 1 neben $\varkappa$ als eine verschwindend kleine Grösse betrachtet werden kann, so ist auch

$$s = \frac{\varkappa^2 \lambda}{2};$$

es ist aber

$$\lambda = \frac{v_\varkappa T}{\varkappa} \text{ und } \varkappa = nt,$$

somit auch

$$s = \frac{n^2 t^2 v_\varkappa T}{2 nt} = \frac{nt v_\varkappa T}{2};$$

da aber

$$n = \frac{1}{T}$$

ist, so folgt allgemein

$$s = \frac{vt}{2} \tag{41}$$

und das ist das zweite Gesetz der gleichförmig beschleunigten Bewegung, dass der durchlaufene Weg gleich ist dem Producte aus der halben Geschwindigkeit und der Zeit.

Die beiden Gleichungen (40) und (41) schliessen, wie es aus der Mechanik schon bekannt ist, auch die folgenden Hauptformeln der gleichförmig beschleunigten Bewegung in sich:

$$s = \frac{gt^2}{2} \text{ und } s = \frac{v^2}{2g};$$

es geht folglich daraus hervor, dass alle Gesetze der gleichförmig-beschleunigten Bewegung in der Annahme enthalten sind, dass eine beständige Kraft durch eine Reihe aufeinander folgender Wellen hervorgebracht wird.

Die Gesetze der gleichförmig verzögerten Bewegung lassen sich auf dieselbe Weise entwickeln. Die Geschwindigkeit

$$c = \frac{\lambda_1}{T_1}$$

eines sich bewegenden Körpers wird durch eine beständig entgegenwirkende Kraft in einer bestimmten Zeit t in demselben

Maasse vermindert, wie sie bei einem ursprünglich in Ruhe befindlichen Körper vergrössert worden wäre.

Für eine beschleunigte Bewegung haben wir aber nach Verlauf der Zeit t die Gleichung (38)

$$v_\varkappa = \frac{\varkappa\lambda}{T},$$

die übrigbleibende Geschwindigkeit v ist also

$$v = c - v_\varkappa = c - \frac{\varkappa\lambda}{T};$$

es ist aber auch nach den Gleichungen (38) und (40)

$$\frac{\varkappa\lambda}{T} = gt$$

und folglich

$$v = c - gt, \qquad (42)$$

eine Gleichung, die ebenfalls aus den Gesetzen der gleichförmig verzögerten Bewegung bekannt ist.

Wird $v = 0$, so ist $c = v_\varkappa$ und folglich

$$\frac{\lambda_1}{T_1} = \frac{\varkappa\lambda}{T}.$$

Da aber $\varkappa\lambda$ die Grösse der Verschiebung ist, welche ein Körper nach Verlauf einer Zeit t, während der Dauer T einer Vibration, durch die Wirkung einer beständigen Kraft erleidet, so folgt aus obiger Gleichung, dass eine gleichförmig verzögerte Bewegung erst dann vollständig aufgehoben wird, wenn die Verschiebungen, welche dem Körper durch seine ursprüngliche Bewegung und durch die beständig wirkende Kraft ertheilt werden, sich zu einander verhalten, wie die Dauer der dabei stattfindenden Vibrationen.

Den Druck, welchen eine longitudinale Welle durch ihren Stoss auf die Flächeneinheit ausübt, haben wir nach Gl. (36)

$$p = \frac{4\,L\,D\,v}{\pi^2}$$

gefunden. Da aber bei einer beständigen Kraft diese Wellenstösse sich immerwährend wiederholen, so wird auch der Druck, den eine beständige Kraft auf die Flächeneinheit ausübt, um so grösser sein, je häufiger die Wellen in einer bestimmten Zeit aufeinander folgen. Wir müssen also, um den wahren Ausdruck für die Grösse des Druckes einer beständigen Kraft auf die Flächeneinheit zu finden, obigen Ausdruck auf eine bestimmte Zeit beziehen, d. h. denselben mit der Zahl n der Wellenstösse in der Zeiteinheit multipliciren oder mit der Dauer T der Vibrationen dividiren. Wir erhalten demnach für den Druck, den eine beständige Kraft auf die Flächeneinheit und während der Zeiteinheit ausübt, die Gleichung

$$p = \frac{4\,L\,D\,v}{\pi^2\,T}. \qquad (43)$$

Zwei Kräfte halten sich das Gleichgewicht, wenn sie auf gleiche Flächen in entgegengesetzter Richtung einen gleichen Druck ausüben. Haben wir für die eine Kraft die Gleichung

$$p_1 = \frac{4\,L_1\,D_1\,v_1}{\pi^2\,T_1}$$

und für die andere

$$p_2 = \frac{4\,L_2\,D_2\,v_2}{\pi^2\,T_2}$$

und ist

$$p_1 = p_2,$$

so ist auch

$$\frac{L_1\,D_1\,v_1}{T_1} = \frac{L_2\,D_2\,v_2}{T_2}. \qquad (44)$$

Diese Gleichung, welche wir als die Gleichgewichtsgleichung der Kräfte bezeichnen, drückt die Bedingungen aus, unter welchen zwei entgegenwirkende Wellensysteme sich das Gleichgewicht halten. Beziehen wir p_2 auf die Schwerkraft, d. h. drücken wir p_2 durch ein bestimmtes Gewicht G aus, so ist, wenn nach wie vor $p_1 = p_2$ ist,

$$\frac{4\,L_1\,D_1\,v_1}{\pi^2\,T_1} = G;$$

wir ersehen daraus, dass jede beständige Kraft, welche durch die Stösse aufeinanderfolgender Wellen hervorgebracht wird, durch Gewichte ausgedrückt werden kann. —

Ebenso lässt sich auch die Arbeit, welche eine beständige Kraft zu leisten vermag, aus der Arbeitsleistung der einzelnen Wellen bestimmen. Für die Arbeit jeder einzelnen Welle haben wir nach Gleichung (37)

$$A = \frac{2\,L\,D\,v^2}{\pi^2}.$$

Um nun die Leistungsfähigkeit einer beständigen Kraft in der Zeiteinheit zu finden, haben wir diesen Ausdruck nur mit der Dauer T der Schwingungen zu dividiren. Wir erhalten somit

$$A = \frac{2\,L\,D\,v^2}{\pi^2\,T}$$

als diejenige Arbeit, welche eine beständige Kraft in der Zeiteinheit zu leisten vermag.

§ 13. **Identität von Wärme und Bewegung.** Nachdem wir nunmehr das Wesen der Wärme, der äusseren Bewegung und der sogenannten Kräfte erkannt haben, sind wir im Stande, die Identität der Wärme und der Bewegung, sowie die Ursache der Aequivalenz zwischen Wärme und Arbeit nachzuweisen.

Beide Erscheinungen, sowohl Wärme als Bewegung, sind nichs Anderes als ein Vibrationszustand der Körper. Der einzige Unterschied besteht nur darin, dass die Wärme durch stehende Wellen, die äussere Bewegung der Körper aber durch fortschreitende Wellen hervorgebracht wird. Es genügt, die äussere Bewegung eines Körpers aufzuheben, um sie in Wärme zu verwandeln. Und allerdings, um einen bewegten Körper in Ruhe zu versetzen, muss in ihm eine zu seiner Bewegung in entgegengesetzter Richtung fortschreitende Wellenbewegung angeregt werden. Indem diese Wellen mit den ursprünglichen Bewegungswellen in entgegengesetzter Richtung zusammentreffen, verwandeln sie sich in stehende Wellen und tragen dazu bei, die Temperatur des Körpers zu erhöhen.

Wir haben hier ein Beispiel einer directen Verwandlung von Bewegung in Wärme, ein Vorgang, der in der Identität dieser beiden Erscheinungen begründet ist. Umgekehrt kann aber auch Wärme in äussere Bewegung übergehen. Wenn ein Körper durch Wärme ausgedehnt wird, so hat er einen Widerstand zu überwinden und eine Arbeit zu leisten, er muss die ihn umringenden Körper auseinander schieben, d. h. sie in eine äussere Bewegung versetzen. — Zu diesem Zweck muss in denselben eine fortschreitende Wellenbewegung angeregt werden. Der sich ausdehnende Körper verwendet dazu einen Theil seiner innern Bewegung; wie bei der Ausstrahlung der Wärme nimmt die Intensität seiner Wärmevibrationen dabei ab, er erkaltet, ein Theil seiner Wärme ist scheinbar verschwunden, sie ist in eine äussere Bewegung übergegangen.

Kann ein über seine Umgebung erwärmter Körper sich nicht hinreichend ausdehnen und folglich auch keine äussere Bewegung hervorbringen und keine Arbeit verrichten, so sendet er dennoch Wärmewellen nach allen Seiten aus. — Ist der Körper in Berührung mit diathermanen Körpern, so verbreitet sich die ausstrahlende Wärme in Form von fortschreitenden Wellen, die jedoch ihrer Vergänglichkeit wegen nur vorübergehend eine Temperaturerhöhung hervorbringen und sofort verschwinden, sobald nur die Wärmequelle entfernt wird. Die bewegende Kraft dieser fortschreitenden Wärmewellen ist im Allgemeinen zu gering, um eine äussere Bewegung zu bewirken, nur bei den sogenannten Leidenfrost'schen Tropfen treffen wir auf eine Erscheinung, welche durch die mechanische Wirkung der fortschreitenden Wärmewellen hervorgebracht wird. — Ist dagegen der wärmere Körper in Berührung mit athermanen Körpern, so wird die ausstrahlende Wärme absorbirt und in stehende Wärmewellen verwandelt und die Temperatur dieser Körper dauernd erhöht. — In diesem Falle geht die Wärme als geleitete Wärme in den anderen Körper über. —

Bei einem vollkommenen elastischen Stosse beobachten wir umgekehrt den Uebergang der äusseren Bewegung eines Körpers auf einen anderen Körper. Indem die angeregten Wellen sich durch den gestossenen Körper ungehindert verbreiten,

bringen sie eine äussere Bewegung desselben hervor, ohne ihn zu erwärmen. Anders verhält es sich dagegen bei einem unvollkommen elastischen Stosse. — Ein Theil der durch den Stoss in einem Körper angeregten Wellen wird von ihm absorbirt und in stehende Wärmewellen verwandelt; die scheinbar verloren gegangene lebendige Kraft findet sich als Wärme in dem gestossenen Körper wieder, während seine Geschwindigkeit nur einen Theil derjenigen Grösse beträgt, welche sie bei einem vollkommen elastischen Stosse erreicht hätte.

Von diesem Standpunkte aus ist uns der § 1. erwähnte Versuch von Hirn leicht erklärlich. Durch den Stoss des Eisenblockes auf den hohlen Bleicylinder wird in diesem eine fortschreitende Welle angeregt. Ein Theil derselben geht als solche durch den Bleicylinder hindurch und ertheilt dem auf der anderen Seite hängenden Holzblocke eine Bewegung. Ein anderer Theil dieser Welle wird in Folge der unvollkommenen Elasticität im Bleicylinder absorbirt und in Wärme verwandelt, welche durch das Thermometer nachgewiesen werden kann.

Durch diese Betrachtungen erhält die mehr oder weniger unvollkommene Elasticität der Körper eine ganz andere Bedeutung als früher. Beim Stosse unelastischer Körper ist der Verlust an lebendiger Kraft nur ein scheinbarer, die verloren gegangene, lebendige Kraft verschwindet nur aus der äusseren Bewegung, sie trägt dagegen als innere Bewegung dazu bei, die Intensität der Wärmevibrationen zu erhöhen. Die Materie an sich ist vollkommen elastisch und duldet keinen Verlust an lebendiger Kraft. — Die unvollkommene Elasticität der Körper ist nur eine äussere Eigenschaft derselben, welche auf ihrer Undurchlässigkeit gegen fortschreitende Wellen beruht. Ein Körper kann nur in dem Maasse in Bewegung versetzt werden, als er den fortschreitenden Wellen einen freien Durchgang gestattet. Je unelastischer ein Körper ist, ein desto grösserer Theil wird von der durch den Stoss in ihm angeregten Wellenbewegung absorbirt, d. h. in innere Bewegung oder Wärme verwandelt.

Die Wärme ist eine innere Bewegung der Körper, als solche vermag sie eine Arbeit zu leisten, ebenso wie sie durch Arbeit wieder producirt werden kann. In der mechanischen

Wärmetheorie wird die Wärme geradezu als ein Vorrath an innerer Arbeit bezeichnet. — Versuchen wir einen Ausdruck für diesen Vorrath an innerer Arbeit oder, was dasselbe ist, für die innere lebendige Kraft der Körper zu finden. Bezeichnen wir die in einem Vibrationsatom enthaltene Masse der Materie mit m. Diese ist, wie wir wissen, in einer beständigen Vibrationsbewegung begriffen. Die Bewegung der einzelnen Theile ist aber eine sehr verschiedene, wie sie auch nicht zu allen Zeiten dieselbe ist. Die in der Mitte der Vibrationsatome befindlichen Theile erreichen eine grössere Vibrationsintensität, als die zu den Knotenflächen näher liegenden. Die Geschwindigkeit wird für alle Theile ein Maximum, wenn sie ihre Gleichgewichtslage passiren; sie wird gleich Null, wenn dieselben an dem äussersten Ende ihrer Bahn angelangt sind. Bezeichnen wir das Mittel aus allen diesen Geschwindigkeiten mit c, so können wir uns stets einen Körper von der Masse m und mit einer Geschwindigkeit c denken, dessen Quantität an Bewegung und lebendige Kraft der innern Bewegung eines Vibrationsatoms entspricht. — Wir können aber unter c statt einer mittleren Geschwindigkeit uns ebensogut die aus allen elementaren Bewegungen resultirende Vibrationsintensität vorstellen, da diese beiden Grössen jedenfalls einander proportional sind und demnach: die innere Quantität der Bewegung in einem Vibrationsatom durch das Product aus Masse und einer seiner inneren Bewegung entsprechenden Vibrationsintensität c, also durch

$$mc,$$

die innere lebendige Kraft dagegen durch das Product aus Masse und dem Quadrate derselben Vibrationsintensität

$$mc^2$$

ausdrücken. Da aber eine volle Vibration aus einem Hin- und Hergange besteht und die schwingende Masse in dieser Zeit zweimal ein Maximum der Geschwindigkeit erreicht, so müssen obige Ausdrücke verdoppelt werden; wir werden demnach die Quantität an Bewegung und die lebendige Kraft, welche in einem Vibrationsatom während der Dauer einer Schwingung aufgenommen und wieder ausgegeben wird, durch

$$2\,mc \text{ und } 2\,mc^2$$

auszudrücken haben.

Aus der Mechanik wissen wir, dass die Arbeit, welche ein sich bewegender Körper in sich aufnimmt oder zu leisten vermag, gleich ist seiner halben lebendigen Kraft. Wir werden deshalb den Vorrath an Arbeit, welche in einem Vibrationsatom während des Durchganges seiner Theile durch ihre Gleichgewichtslage enthalten ist, gleich

$$\frac{mc^2}{2}$$

setzen können, und da dieser Vorgang während einer ganzen Vibration, wie schon erwähnt, sich zweimal wiederholt, so müssen wir diesen Ausdruck ebenfalls verdoppeln und die Arbeit, welche von einem Vibrationsatom, während der Dauer einer Schwingung, aufgenommen und geleistet wird, durch das Product aus Masse und dem Quadrate der Vibrationsintensität

$$mc^2$$

ausdrücken. —

Wollen wir jedoch diese innere Arbeit der Vibrationsatome, welche in den Körpern enthalten ist, mit der inneren Arbeit anderer Körper vergleichen, so müssen wir, da die Vibrationen von verschiedener Dauer sein können und sie sich folglich in einem Körper häufiger wiederholen als in einem andern und weil die Leistungsfähigkeit einer Bewegung eine um so grössere ist, je weniger Zeit sie dazu braucht, um eine bestimmte Arbeit zu verrichten, die obigen Ausdrücke auf eine bestimmte Zeit, etwa auf die Zeiteinheit beziehen und sie zu diesem Zweck mit der Schwingungszahl n multipliciren oder mit der Vibrationsdauer T dividiren. Wir erhalten demnach für die in einem Vibrationsatom während der Zeiteinheit abwechselnd aufgenommene und wieder ausgegebene Arbeit den Ausdruck

$$\frac{mc^2}{T}$$

und diese Grösse ist es, die wir fortan ausschliesslich als den

Vorrath an innerer Arbeit in einem Vibrationsatom bezeichnen wollen, ebenso wie wir aus denselben Gründen unter den Ausdrücken

$$\frac{2\,mc}{T} \text{ und } \frac{2\,mc^2}{T}$$

die Quantität der inneren Bewegung und die innere lebendige Kraft der Vibrationsatome verstehen wollen.

Multipliciren wir obige Ausdrücke, z. B. den Vorrath an innerer Arbeit mit q^3, mit der Zahl der in einer Volumeneinheit enthaltenen Vibrationsatome, so erhalten wir

$$\frac{q^3\,mc^2}{T}.$$

Die Masse m können wir durch das Product aus der Dichtigkeit des Körpers D und dem Volumen der Vibrationsatome l^3 ersetzen; wir erhalten

$$\frac{q^3\,l^3\,Dc^2}{T}.$$

Es ist aber $q^3\,l^3 = 1$, gleich der Volumeneinheit; wir erhalten somit den Ausdruck

$$\frac{Dc^2}{T}$$

für die in der Volumeneinheit während der Zeiteinheit geleistete innere Arbeit. — Auf dieselbe Weise erhalten wir für die Quantität der inneren Bewegung und für die innere lebendige Kraft der Volumeneinheit die Ausdrücke

$$\frac{2\,Dc}{T} \text{ und } \frac{2\,Dc^2}{T}.$$

Denken wir uns ferner die letzteren Ausdrücke mit dem Volumen V eines Körpers multiplicirt, so ist DV = M, gleich der Masse des Körpers, und wir können sodann die Quantität der inneren Bewegung, die innere lebendige Kraft und die innere Arbeit der Körper überhaupt durch

$$\frac{2\,Mc}{T}, \frac{2\,Mc^2}{T} \text{ und } \frac{Mc^2}{T} \tag{45}$$

bezeichnen.

Aus der mechanischen Wärmetheorie ist uns das Aequivalenzverhältniss zwischen Wärme und Arbeit bekannt; bezeichnen wir also mit A das Wärmeäquivalent der Arbeitseinheit gleich $^1/_{424}$ Wärmeeinheit, so erhalten wir für die in einem Körper enthaltene Wärme

$$W = A\,\frac{Mc^2}{T}. \tag{46}$$

Von dieser Gleichung werden wir stets bei der Bestimmung der specifischen Wärme der Körper auszugehen haben.

§ 14. **Die raumerfüllende Kraft der Wärme.** Die innern Bewegungen der Körper gehen innerhalb der Knotenflächen vor sich, während diese fest und unbeweglich sind und die einzelnen Vibrationsatome von einander scheiden. Jede Vibrationsbewegung können wir uns nach drei auf einander senkrechten Richtungen zerlegt denken, und erhalten dadurch drei senkrecht aufeinander gerichtete Bewegungen, durch welche die in dem Vibrationsatom eingeschlossene Materie bald nach der einen bald nach der andern Seite Stösse ausübt und den von dem Vibrationsatom eingenommenen Raum aufrecht erhält. Da wir in einem und demselben Körper diese Vibrationen als von gleicher Dauer und gleicher Intensität voraussetzen können, und die Bewegungen in den angrenzenden Vibrationsatomen stets einander entgegengesetzt sind, so ist es einleuchtend, dass sich diese Bewegungen innerhalb eines homogenen Körpers das Gleichgewicht halten, und dass alle Bedingungen zur Aufrechterhaltung der Knotenflächen und mithin auch der Grösse der Vibrationsatome und des Volumens des Körpers erfüllt sind.

Anders verhält es sich dagegen an der Berührungsfläche zweier verschiedener Körper; hier stossen Vibrationen von verschiedener Vibrationsdauer auf einander; nichtsdestoweniger müssen sich bei gleicher Temperatur an der Berührungsfläche die inneren Bewegungen der beiden Körper, wenn diese keine chemischen Verbindungen mit einander eingehen, das Gleich-

gewicht halten. — Durch die wiederholten Stösse ihrer Wärmevibrationen üben die Körper einen Druck auf ihre Grenzfläche aus und behaupten dadurch den von ihnen eingenommenen Raum gegen einen ebensolchen Druck der anderen Körper. — Versuchen wir es, die Grösse dieses Druckes, welchen die Körper vermittelst ihrer stehenden Wärmewellen auf ihre Grenzfläche ausüben, näher zu bestimmen.

In dem § 7. haben wir nachgewiesen, dass an der Oberfläche der Körper nur halbe Vibrationsatome vorkommen; die Berührungsfläche zweier Körper geht also durch die Mitte ihrer äussersten Vibrationsatome hindurch und hier finden, wie bei den stehenden Luftwellen an der Mündung einer Röhre, die geringsten Veränderungen in der Dichtigkeit der Materie statt, dagegen erreichen die schwingenden Theile, normal zu der Grenzfläche des Körpers, da diese zugleich ihre Gleichgewichtslage ist, ein Maximum der Geschwindigkeit. Die Stösse, welche die Körper durch ihre inneren Bewegungen auf einander ausüben, werden also mit der vollen Intensität der zu ihrer Oberfläche normalen Componente ihrer Wärmevibrationen ausgeführt.

Da die stehenden Wärmewellen der Körper aus der Interferenz fortschreitender Wellen hervorgehen, so könnte man meinen, dass der Druck, welchen sie auf die Flächeneinheit ausüben, nach § 12, Gl. (43) durch

$$p = \frac{4\,L\,D\,v}{\pi^2\,T}$$

ausgedrückt werden könnte, wenn L die Länge der fortschreitenden Wärmewellen, D die Dichtigkeit des Körpers und v die zu der Oberfläche normale Componente der Vibrationsintensität bedeuten.

Es ist jedoch fraglich, ob diese Gleichung auch auf die stehenden Wellen anwendbar ist. Die fortschreitenden Wellen, welche einen Körper durchströmen und ihn in eine äussere Bewegung versetzen, bringen ein allmäliges, periodisch wiederkehrendes Vorrücken der Materie hervor, deshalb ist auch der im Falle einer verhinderten äusseren Bewegung ausgeübte Druck von der Wellenlänge oder vielmehr von der Masse, welche an

diesem Vorrücken gleichzeitig theilnimmt, abhängig. Bei stehenden Wärmewellen kann keine äussere Bewegung entstehen; die bewegende Wirkung der in einer Richtung fortschreitenden Welle wird durch die Wirkung einer anderen ihr in entgegengesetzter Richtung entgegenkommenden Welle aufgehoben; an den Knotenflächen hört jede Bewegung auf; zwischen diesen schwingt jeder Theil selbstständig für sich; nur in der Mitte der Vibrationsatome erreicht die Materie ein Maximum an Geschwindigkeit: man kann deshalb annehmen, dass der Druck, den die Körper durch ihre stehenden Wärmewellen auf einander ausüben, nur durch den Stoss der äussersten, an ihrer Oberfläche liegenden Schicht bewirkt wird, und es erscheint deshalb nothwendig, die Grösse dieses Druckes auf einem anderen Wege zu bestimmen, als es für die fortschreitenden Wellen geschehen ist.

Bezeichnen wir also mit m die Masse der Materie, welche an der Grenzfläche eines Körpers, innerhalb eines Vibrationsatoms, in Berührung mit einem anderen Körper ist, und mit i die zu der Oberfläche des Körpers normale Componente der Vibrationsintensität, so erhalten wir in dem Producte

$$mi$$

die Quantität der Bewegung, mit welcher die Materie eines Vibrationsatoms ihre Stösse gegen einen anderen Körper ausführt. — Da wir jedoch erkannt haben, dass der Druck, welcher bei dem Stosse eines sich bewegenden Körpers auf eine unbewegliche Masse ausgeübt wird, der doppelten Quantität seiner Bewegung gleich zu setzen ist, so erhalten wir den auf die Querschnittsfläche eines Vibrationsatoms bei jeder neuen Schwingung ausgeübten Druck gleich

$$2\,mi.$$

Wollen wir diesen Ausdruck auf die Flächeneinheit beziehen, so müssen wir denselben mit q^2, der Zahl der auf der Flächeneinheit enthaltenen Vibrationsatome, multipliciren; wir erhalten demnach den Druck, den die Körper durch jede einzelne Wärmevibration auf die Flächeneinheit ausüben, gleich

$$2\,q^2\,mi.$$

Wollen wir jedoch diese Grösse mit dem Drucke eines anderen Körpers vergleichen, so müssen wir, da die Vibrationen in verschiedenen Körpern von verschiedener Dauer sind, obigen Ausdruck auf die Zeiteinheit beziehen, d. h. denselben mit der Schwingungszahl der Wärmevibrationen multipliciren oder durch ihre Dauer T dividiren; wir erhalten somit

$$\frac{2\,q^2\,mi}{T}.$$

Ersetzen wir wieder m durch das Product aus der Dichtigkeit D des Körpers und dem Volumen $\alpha\, l^2$ — gleich dem Querschnitte eines Vibrationsatoms l^2 mal der Tiefe α der Schicht, welche an dem Stosse theilnimmt, — so erhalten wir

$$\frac{2\,q^2\,l^2\,\alpha\,D\,i}{T};$$

da aber $q^2\,l^2 = 1$ gleich der Flächeneinheit ist, so ergiebt sich für den Druck p, den ein Körper vermittelst seiner stehenden Wärmewellen während der Zeiteinheit auf die Flächeneinheit ausübt, die Gleichung

$$p = \frac{2\,\alpha\,D\,i}{T}. \tag{47}$$

Dividiren wir diese Gleichung auf beiden Seiten mit α, so erhalten wir

$$\frac{p}{\alpha} = \frac{2\,D\,i}{T} = \beta. \tag{48}$$

Diesen Ausdruck können wir als die raumerfüllende Kraft der stehenden Wärmewellen bezeichnen. Und allerdings, indem wir die Gleichung (47) mit α dividiren — eine Grösse, welche wir als überaus klein, wenn auch für alle Körper gleich, annehmen — so haben wir den nur auf die Flächeneinheit sich beziehenden Druck der stehenden Wärmewellen gleichsam innerhalb der Volumeneinheit summirt. — Die Grösse β stellt uns also den überall und in jeder Richtung innerhalb einer Volumeneinheit auf die Flächeneinheit ausgeübten Druck dar.

Im Allgemeinen nehmen wir an, dass der Druck, den die Körper bei gleicher Temperatur auf einander ausüben, ein gleicher ist. Nur unter dieser Bedingung können sie ohne Volumenveränderungen neben einander bestehen. Wir sehen aber auch ein, dass die übrigen Bedingungen dieses Volumengleichgewichts sehr verschieden sein müssen, je nachdem, ob es sich dabei um Gase oder um flüssige oder feste Körper handelt. — Die Gase besitzen eine active Expansionskraft und nehmen in Folge dessen jeden ihnen gebotenen Raum freiwillig und vollständig ein, werden aber durch erhöhten Druck auch auf ein kleineres Volumen zurückgeführt; die flüssigen und festen Körper besitzen scheinbar gar keine Expansionskraft, nichtsdestoweniger setzen sie den zusammendrückenden Kräften einen solchen unüberwindlichen Widerstand entgegen, dass die dabei eintretenden Volumenveränderungen kaum nachweisbar sind.

Wir werden deshalb unsere ferneren Untersuchungen nicht mit derselben Allgemeinheit für alle Körper, wie bisher, verfolgen können, sondern müssen sie fortan den Aggregatzuständen der Körper entsprechend eintheilen. — Es wird zugleich unsere Aufgabe sein, die an den Körpern beobachteten Eigenschaften, ihre Verschiedenheit von einander und ihre Verschiedenheit von den Körpern anderer Aggregatzustände zu erklären, sowie durch die leichte und ungezwungene Erklärung der verschiedenen Naturerscheinungen den Beweis von der Richtigkeit der in diesem Abschnitte aufgestellten Grundsätze zu liefern.

Von den Gasen.

§ 15. **Aufgabe der Naturtheorie.** Aus den Beobachtungen lernen wir die Gase als solche Körper kennen, welche, bei einer überaus leichten Verschiebbarkeit ihrer Theile an einander, zugleich eine Expansionskraft besitzen, durch welche sie im Stande sind, einen jeden ihnen gebotenen Raum vollständig einzunehmen, so dass ihr Volumen nur durch andere Körper oder durch einen auf sie ausgeübten Druck beschränkt werden kann. Durch ihre Expansionskraft üben die Gase auch wieder ihrer-

seits einen Druck auf die sie umringenden Körper aus, welcher, auf die Flächeneinheit bezogen und durch Gewichte ausgedrückt, als die Spannkraft der Gase bezeichnet wird. Nur dann, wenn die Spannkraft oder der innere Druck der Gase dem äusseren Drucke gleich ist, findet bei gleicher Temperatur ein Volumengleichgewicht statt; sind sie verschieden, so erfolgen so lange Veränderungen des Volumens, indem die Gase entweder bei einem geringeren äusseren Drucke durch ihre Spannkraft ausgedehnt oder durch einen überwiegenden äusseren Druck zusammengedrückt werden, bis der innere und äussere Druck mit einander wieder in's Gleichgewicht gelangen. Mit Hülfe der Barometerbeobachtungen ist es gelungen, die Grösse des Druckes, dem die Gase und die atmosphärische Luft ausgesetzt sind, unter gewöhnlichen Umständen im Mittel gleich dem Gewichte einer Quecksilbersäule von 760 mm. Höhe oder, auf ein Quadratcentimeter bezogen, gleich 1,033 Kilogramm zu bestimmen. — Ferner wissen wir, dass die drei einfachen permanenten Gase, Wasserstoff, Stickstoff und Sauerstoff, sich durch ihre Dichtigkeit oder durch ihr specifisches Gewicht von einander unterscheiden und dass diese unter denselben Umständen, d. h. unter gleichem Drucke und bei derselben Temperatur, durch ganze Zahlen ausgedrückt sich zu einander verhalten, wie 1 : 14 : 16. — Alle übrigen physikalischen Verhältnisse sind bei diesen drei Gasen bei gleichem Volumen gleich. Bis auf geringe Abweichungen gilt für sie das Mariotte'sche Gesetz, nach welchem die Dichtigkeit eines Gases dem äusseren Drucke direct, das Volumen aber umgekehrt proportional ist. Ferner besitzen sie nach dem Gay-Lussac'schen Gesetze eine gleiche Ausdehnbarkeit durch die Wärme, und beträgt die Volumenzunahme für eine Temperaturerhöhung um 1° C. $^1/_{273}$ oder 0,003665 ihres Volumens bei 0° C. Ebenso kann die specifische Wärme dieser Gase bei gleichem Volumen als gleich angenommen werden; sie ist, wenn man die Angaben auf das Volum der Gewichtseinheit Luft bezieht, gleich 0,2375, die specifische Wärme des Wassers gleich Eins gesetzt. Ist aber die specifische Wärme bei gleichem Volumen gleich, so folgt daraus, dass die specifische Wärme gleicher Gewichte dieser Gase ihren Dichtigkeiten umgekehrt

proportional ist. — Endlich gilt noch für sie das Dulong'sche Gesetz, wonach gleiche Volume dieser Gase, wenn sie um einen gleichen Bruchtheil ihres Volumens ausgedehnt oder zusammengedrückt werden, gleiche Wärmemengen binden oder freilassen.

Zur Erklärung der erwähnten Thatsachen besitzen wir jetzt unsere Erkenntniss der inneren Constitution der Körper. Wir haben nachgewiesen, dass die Materie in allen Körpern als qualitativ gleichartig vorausgesetzt werden müsse, und dass folglich die Verschiedenheit der Körper nur auf einer Verschiedenheit ihrer Wärmevibrationen beruhen könne; indem wir auf die analogen Verhältnisse beim Schalle und beim Lichte hinwiesen, haben wir angenommen, dass die qualitativen Verschiedenheiten der einfachen Körper auf einer verschiedenen Dauer ihrer Wärmevibrationen beruhen, dass ihre Temperatur aber von der Intensität der Wärmevibrationen abhängig sei. Zugleich erwähnten wir auch, dass der Beweis der Richtigkeit dieser Annahmen aus der leichten Erklärung der Naturerscheinungen hervorgehen müsse und dass die Aufgabe der Naturtheorie darin bestehe, die verschiedene Dauer der Wärmevibrationen für's Erste, wenn auch nur relativ, zu bestimmen, um sodann von dieser Grundlage aus die an den Körpern wahrgenommenen Verschiedenheiten zu erklären. —

Diese Aufgabe haben wir zunächst für die permanenten Gase zu erfüllen, d. h. die Abhängigkeit ihrer verschiedenen Dichtigkeit von der Dauer ihrer Wärmevibrationen zu erkennen, sowie für sie die Nothwendigkeit der Gesetze von Mariotte, Gay-Lussac und Dulong oder vielmehr die Ursache des gleichen Verhaltens gleicher Volumen gegen Druck und Wärme nachzuweisen. Wir werden uns dabei auf die einfachen permanenten Gase beschränken müssen, weil für sie allein die aufgestellten Gesetze mit hinreichender Annäherung gültig sind und weil unsere Erkenntniss der inneren Constitution der Körper für's Erste nur für einfache Körper gilt, während zur Erklärung der an den compressibelen und zusammengesetzten Gasen beobachteten Erscheinungen zuvor die Kenntniss des Verhaltens der Dämpfe und der Gesetze des chemischen Processes erforderlich ist. Die nächsten Untersuchungen werden sich des-

halb ausschliesslich auf den Wasserstoff, Stickstoff und Sauerstoff beziehen und die erlangten Resultate etwa noch für die atmosphärische Luft gültig sein, welche, als ein Gemisch von Sauerstoff und Stickstoff, ihre Eigenschaften von ihren Bestandtheilen entlehnt.

§ 16. **Theoretische Begründung der verschiedenen Dichtigkeit der Gase.** Denken wir uns zwei permanente Gase, etwa Wasserstoff und Sauerstoff, in einem abgegrenzten Raume neben einander eingeschlossen und, damit sie sich nicht mit einander vermischen, durch eine starre, unbewegliche Fläche, die zugleich ihre Berührungsfläche ist, von einander getrennt. Haben die beiden Gase, wie wir es voraussetzen wollen, eine gleiche Spannkraft und sind sie von gleicher Temperatur, so werden sie auf ihre Berührungsfläche von beiden Seiten einen gleichen Druck ausüben und sich dadurch gegenseitig in ihrem Volumen beschränken. — Welche sind nun die Bedingungen, unter denen ein solches Volumengleichgewicht der beiden Gase bestehen kann?

In dem § 14. haben wir bereits den Druck, den die Körper durch ihre stehenden Wärmewellen auszuüben vermögen, bestimmt. — Auf gleiche Weise findet sich derselbe auch für die Gase. — Bezeichnen wir also wieder mit m_1 und m_2 die innerhalb eines Vibrationsatomes enthaltenen Massen, welche in Berührung mit dem anderen Gase sind und durch ihre Stösse den beiderseitigen Druck der Gase hervorbringen, und mit i_1 und i_2 die zu der Berührungsfläche normalen Componenten der Vibrationsintensität, so erhalten wir für den Druck, den die Gase bei jeder neuen Schwingung auf eine Fläche gleich dem Querschnitte ihrer Vibrationsatome ausüben, nach § 11. die Ausdrücke

$$2 m_1 i_1 \text{ und } 2 m_2 i_2.$$

Um diese Ausdrücke auf die Flächeneinheit zu beziehen, haben wir sie mit q_1^2 und q_2^2, der Anzahl der Vibrationsatome auf der Flächeneinheit, zu multipliciren. — Setzen wir wieder

$$m_1 = \alpha\, l_1^2\, D_1 \text{ und } m_2 = \alpha\, l_2^2\, D_2,$$

gleich den Producten aus Dichtigkeit und Volumen, und da ausserdem

$$q_1^2\, l_1^2 = q_2^2\, l_2^2 = 1$$

gleich der Flächeneinheit ist, so erhalten wir für den Druck, den die beiden Gase bei jeder neuen Schwingung auf die Flächeneinheit ausüben, die Ausdrücke

$$2\,\alpha\, D_1\, i_1 \text{ und } 2\,\alpha\, D_2\, i_2.$$

Diese Ausdrücke dürfen wir jedoch noch nicht mit einander vergleichen, sondern da die Wärmevibrationen in den beiden Gasen von verschiedener Dauer sind und folglich die Stösse auf die Berührungsfläche sich in dem einen Gase häufiger wiederholen als in dem anderen, so müssen wir obige Ausdrücke auf gleiche Zeiten beziehen, d. h. sie mit der entsprechenden Vibrationsdauer T_1 und T_2 dividiren. Wir erhalten demnach für den Druck, den die Gase auf die Flächeneinheit und während der Zeiteinheit ausüben, die Gleichungen

$$p_1 = \frac{2\,\alpha\, D_1\, i_1}{T_1} \text{ und } p_2 = \frac{2\,\alpha\, D_2\, i_2}{T_2},$$

und ist

$$p_1 = p_2,$$

so ist auch

$$\frac{D_1\, i_1}{T_1} = \frac{D_2\, i_2}{T_2}. \tag{49}$$

Für die in einem Körper enthaltene Wärme haben wir nach § 13., Gl. (46), allgemein den Ausdruck

$$W = A\, \frac{M\, c^2}{T}$$

gefunden; in Folge dessen sei uns auch die in der Volumeneinheit zweier Gase enthaltene Wärme durch die Gleichungen

$$W_1 = A\, \frac{D_1\, c_1^2}{T_1} \text{ und } W_2 = A\, \frac{D_2\, c_2^2}{T_2}$$

gegeben. — Da es sich nach den darüber angestellten Beobachtungen erwiesen hat, dass gleiche Volumen der einfachen

permanenten Gase bei einer gleichen Temperaturerhöhung eine gleich grosse Ausdehnung erleiden, und da ausserdem die specifischen Wärmen der Gase, sowohl bei constantem Drucke als bei constantem Volumen einander gleich sind, die Wärme somit in denselben eine gleich grosse raumerfüllende Kraft besitzt, so sehen wir uns veranlasst, die Annahme zu machen, dass in gleichem Volumen der permanenten Gase eine gleiche Wärmemenge enthalten sei. Ist also

$$W_1 = W_2,$$

so ist auch

$$\frac{D_1 c_1^2}{T_1} = \frac{D_2 c_2^2}{T_2}. \qquad (50)$$

Wir haben somit für je zwei permanente Gase die Gleichungen

$$\frac{D_1 i_1}{T_1} = \frac{D_2 i_2}{T_2}$$

und

$$\frac{D_1 c_1^2}{T_1} = \frac{D_2 c_2^2}{T_2}.$$

Wir wollen diese Gleichungen als die Gleichgewichtsgleichungen der einfachen permanenten Gase bezeichnen.

Unter c_1 und c_2 verstehen wir die mittlere oder resultirende Intensität, unter i_1 und i_2 die zu der Oberfläche der Gase normale Componente der Wärmevibrationen. — Beide Grössen können wir bei der Gleichmässigkeit der Verhältnisse, welche bei den permanenten Gasen von gleicher Temperatur herrscht, einander proportional annehmen; setzen wir deshalb

$$c_1 = f i_1 \text{ und } c_2 = f i_2$$

und dividiren wir sodann die Gleichungen (49) und (50) durch einander, so erhalten wir ohne Weiteres

$$i_1 = i_2$$

und folglich auch

$$c_1 = c_2.$$

Wir schliessen daraus, dass bei den permanenten Gasen die Intensitäten der Wärmevibrationen bei gleicher Temperatur einander gleich sind. Ferner folgt noch daraus, dass in gleichen Volumen der permanenten Gase, bei gleichem Drucke und gleicher Temperatur, sowohl die Quantität der inneren Bewegung $\left(\frac{2\,M\,c}{T}\right)$, die innere lebendige Kraft $\left(\frac{2\,M\,c^2}{T}\right)$, der Vorrath an innerer Arbeit $\left(\frac{M\,c^2}{T}\right)$, die Wärmemenge $\left(A\,\frac{M\,c^2}{T}\right)$ und die raumerfüllende Kraft der Wärme $\left(\frac{2\,D\,i}{T}\right)$ einander gleich sind. — Gleiche Volume der permanenten Gase sind gleichsam mechanische Aequivalente, sie üben einen gleichen Druck auf ihre Umgebung aus, nehmen einen gleich grossen Raum ein und können sich in Folge dessen, wie wir es bei der Betrachtung der chemischen Erscheinungen erkennen werden, in ihren Verbindungen mit anderen Körpern gegenseitig vertreten. —

Wenn aber

$$i_1 = i_2 \text{ und } c_1 = c_2$$

ist, so folgt sofort aus beiden Gleichungen (49) und (50)

$$\frac{D_1}{T_1} = \frac{D_2}{T_2}$$

oder die Proportion

$$D_1 : D_2 = T_1 : T_2. \qquad (51)$$

Die Dichtigkeiten der permanenten Gase verhalten sich bei gleichem Drucke und gleicher Temperatur wie die Dauer ihrer Wärmevibrationen. —

Die relativen Dichtigkeiten der einfachen permanenten Gase sind uns aber bekannt. Sie verhalten sich bei dem Wasserstoff, Stickstoff und Sauerstoff wie 1 : 14 : 16. — In demselben Verhältnisse nun muss auch die relative Dauer ihrer Wärmevibrationen stehen. — Wir erhalten somit für die relative Dauer der Wärmevibrationen bei den einfachen permanenten Gasen folgende Zahlen:

	Relative Dauer der Wärmevibrationen:
Wasserstoff	1
Stickstoff	14
Sauerstoff	16

Darin liegt aber auch die Ursache der verschiedenen Dichtigkeit der Gase. Die Dichtigkeit des Wasserstoffs z. B. ist bei gleichem Drucke und gleicher Temperatur deshalb eine 16mal geringere als die des Sauerstoffs, weil die Stösse auf die Berührungsfläche in derselben Zeit im Wasserstoff sich 16mal häufiger wiederholen, als in dem Sauerstoff und folglich im Wasserstoff bei gleicher Vibrationsintensität eine 16mal geringere Masse erforderlich ist, um denselben Druck wie der Sauerstoff auf die Flächeneinheit auszuüben. Wir können nicht umhin, den Leser auf den soeben erlangten Erfolg aufmerksam zu machen, indem — unseres Wissens — in keiner Theorie noch der Versuch gemacht worden ist, eine Erklärung für die verschiedene Dichtigkeit der Körper aufzustellen.

§ 17. **Theoretische Begründung des Mariotte'schen Gesetzes.** Für den Druck, den ein Gas auf die Flächeneinheit ausübt, sei uns die Gleichung

$$\frac{2\alpha D i}{T} = p$$

gegeben. — Für den gewöhnlichen atmosphärischen Druck ist p, auf ein Quadratcentimeter bezogen, gleich 1,033 Kilogramm, somit auch für diesen Fall

$$\frac{2\alpha D i}{T} = 1{,}033 \text{ Kilogramm.}$$

Verändert sich der Druck p, so treten auch Veränderungen in dem Volumen und folglich auch in der Dichtigkeit der Gase ein; es sei uns für dasselbe Gas, wie oben, bei einem Drucke p_1, aber bei derselben Temperatur, die Gleichung

$$\frac{2\alpha D_1 i}{T} = p_1$$

gegeben. Durch Division erhalten wir

$$D : D_1 = p : p_1, \tag{52}$$

und dieses ist bereits das Mariotte'sche Gesetz: die Dichtigkeit eines Gases ist dem äusseren Drucke proportional.

Ferner folgt daraus, da die Dichtigkeit der Gase mit dem äusseren Drucke zu- und abnimmt und folglich mit einem gesteigerten Drucke eine Volumenabnahme, mit einem abnehmenden Drucke eine Volumenzunahme verbunden ist, die schon aus der Erfahrung bekannte Thatsache, dass die Gase durch einen erhöhten Druck zusammengedrückt, bei einem geringeren Druck als ihre Spannkraft aber ausgedehnt werden.

Aber auch die Abweichungen von dem Mariotte'schen Gesetze lassen sich durch unsere Vibrationstheorie begründen. Dieses Gesetz hat seine volle Gültigkeit nur unter der Voraussetzung, dass die Vibrationsintensität der Gase bei gleicher Temperatur, wenn auch unter verschiedenem Druck, sich gleich bleibt. — Diese Voraussetzung braucht aber bei einem unvollkommenen Gaszustande nicht immer erfüllt zu sein. Durch einen verstärkten Druck werden die Gase zusammengedrückt und etwas erwärmt, d. h. die Intensität der Wärmevibrationen wird erhöht. — Stellt sich sodann das Gleichgewicht mit dem äusseren Druck und mit der Temperatur der Umgebung bei einer etwas veränderten Vibrationsintensität wie vorher wieder ein, so erkennt man leicht, dass das Gas Abweichungen von dem Mariotte'schen Gesetze zeigen muss. Ist i_1 die Intensität der Vibrationen nach der Zusammendrückung, so erhalten wir für das Verhältniss der Dichtigkeiten die Proportion

$$D : D_1 = \frac{p}{i} : \frac{p_1}{i_1},$$

aus der wir ersehen, dass die Dichtigkeit des Gases in diesem Falle nicht allein von dem äusseren Drucke, sondern auch von der Vibrationsintensität abhängig ist.

Nehmen wir an, dass die von Regnault für das Wasserstoffgas beobachteten Abweichungen von dem Mariotte'schen

Gesetze auf keinen Beobachtungsfehlern beruhen, sondern dass die von ihm mitgetheilten Zahlen vollkommen genau sind, so können wir das Verhältniss bestimmen, in welchem sich die Vibrationsintensität des Wasserstoffs bei den Versuchen Regnault's verändert hat. Nach seinen Beobachtungen ist, um das Wasserstoffgas von 1 Meter Druck auf $^1/_{20}$ seines früheren Volumens zusammenzudrücken, ein Druck von 20,2687 Metern erforderlich. — Es ist somit $D_1 = 20\ D$ und $p_1 = 20{,}2687\ p$, und wir erhalten die Proportion

$$i : 20\ i_1 = 1 : 20{,}2687,$$

woraus

$$i_1 = 1{,}0134\ i.$$

Die Intensität der Wärmevibrationen bei dem Wasserstoff ist also nach seiner Zusammendrückung auf $^1/_{20}$ seines früheren Volumens, bei gleicher Temperatur, um 0,0134 grösser als vordem. Bei denjenigen Gasen, welche im Verhältniss zu der Steigerung des Druckes eine grössere Volumenabnahme zeigen, wird man auf dieselbe Weise i_1 kleiner als i finden, ein Resultat, welches unter anderem auch von besonderer Wichtigkeit bei der Erklärung der an den compressibelen Gasen beobachteten Erscheinungen sein wird. —

Wenn aber bei einem und demselben Gase die Vibrationsintensität bei verschiedenem Druck, aber gleicher Temperatur, eine verschiedene sein kann, wenn sie bei dem einen Gase durch die Zusammendrückung etwas zunimmt, bei dem anderen etwas abnimmt, so folgt daraus, dass unsere Voraussetzung von einer gleichen Vibrationsintensität bei verschiedenen Gasen, unter gleichem Drucke und bei derselben Temperatur genommen, sowie die Voraussetzung einer gleichen Wärmemenge in gleichen Volumen auch nicht vollständig richtig sind. Diese Voraussetzungen, sowie das Mariotte'sche Gesetz gelten nur für den vollkommenen Gaszustand, an den sich jedoch die einfachen permanenten Gase hinreichend nähern, um sie für diese Gase gültig zu erachten. —

§ 18. **Theoretische Begründung der Ausdehnbarkeit der Gase durch die Wärme.** Es sei uns wieder für den inneren Druck eines Gases die Gleichung

$$\frac{2\alpha D i}{T} = p$$

gegeben. Wird das Gas unter constantem Drucke erwärmt oder abgekühlt, so verändert sich auch i und mit ihm die Dichtigkeit des Gases. Ist uns dann für den neuen Temperaturzustand die Gleichung

$$\frac{2\alpha D_1 i_1}{T} = p$$

gegeben, so erhalten wir durch Division

$$D : D_1 = i_1 : i. \tag{53}$$

Die Dichtigkeit eines Gases ist unter constantem Drucke der zu seiner Oberfläche normalen Componente der Wärmevibrationen proportional. Wird also i durch Erwärmung grösser, so nimmt die Dichtigkeit des Gases ab und folglich sein Volumen zu; es folgt daraus die allgemein bekannte Thatsache, dass die Gase bei der Erwärmung sich ausdehnen, bei der Abkühlung aber sich auf ein kleineres Volumen zusammenziehen.

Erfolgt dagegen die Temperaturveränderung bei constantem Volumen, so bleibt die Dichtigkeit des Gases unverändert, es muss aber der Druck, welcher auf dem Gase lastet, sich verändern, wenn das Volumen unverändert bleiben soll. Ist uns die Spannkraft des Gases vor und nach der Temperaturveränderung durch die Gleichungen

$$\frac{2\alpha D i}{T} = p \text{ und } \frac{2\alpha D i_1}{T} = p_1$$

gegeben, so folgt daraus

$$p : p_1 = i : i_1. \tag{54}$$

Die Spannkraft eines Gases ist bei constantem Volumen der zu seiner Oberfläche normalen Componente der Wärmevibrationen proportional; sie nimmt also bei der Erwärmung zu, bei der Abkühlung ab.

Für gleiche Volume V zweier Gase unter demselben Drucke und unter der Voraussetzung, dass bei gleicher Temperatur die Intensität c ihrer Wärmevibrationen eine gleiche ist, haben wir für die Quantität ihrer inneren Bewegung die Gleichgewichtsgleichung

$$\frac{M_1\ c}{T_1} = \frac{M_2\ c}{T_2}.$$

Wird die Temperatur dieser Gase in gleichem Maasse erhöht, d. h. in beiden die Intensität der Wärmevibrationen von c auf c_1 gesteigert, so besteht nach der Erwärmung auch die Gleichung

$$\frac{M_1\ c_1}{T_1} = \frac{M_2\ c_1}{T_2}.$$

Ersetzen wir die Massen M_1 und M_2 durch die Producte aus der Dichtigkeit und dem Volumen, und sind die Volumen nach der Erwärmung V_1 und V_2, so erhalten wir

$$\frac{D_1\ V_1\ c_1}{T_1} = \frac{D_2\ V_2\ c_1}{T_2}.$$

Es besteht aber für die permanenten Gase bei jeder Temperatur die Gleichung

$$\frac{D_1\ c_1}{T_1} = \frac{D_2\ c_1}{T_2};$$

durch Division erhalten wir

$$V_1 = V_2.$$

Ziehen wir auf beiden Seiten das Volumen V der Gase vor der Erwärmung ab, so ist

$$V_1 - V = V_2 - V. \qquad (55)$$

Die Differenzen auf beiden Seiten der Gleichung sind aber die Volumenzunahmen, welche die Gase durch eine gleiche Temperatur-

erhöhung erleiden; es folgt daraus, dass die **Ausdehnbarkeit der einfachen permanenten Gase durch die Wärme eine gleiche ist.**

Dieses Resultat unserer Theorie wird durch die Beobachtung vollständig bestätigt. Die Zahlen, welche man für den Ausdehnungscoefficienten der permanenten Gase, wie Wasserstoff, Stickstoff, Sauerstoff und atmosphärische Luft, erhält, sind so wenig von einander verschieden, dass sie in der That als gleich angenommen werden können. Von 0° bis 100° C. schreitet die Ausdehnung dieser Gase ganz gleichmässig mit den durch das Quecksilberthermometer gemessenen Temperaturen vor; die Zunahme des Volumens für jeden Temperaturgrad ist 0,003665 $= {}^1/_{273}$ des Rauminhalts bei 0° C. — 273 Raumtheile, bei 0° C. abgemessen, dann bis zu t° erwärmt, werden, wenn die Spannung unverändert bleibt, zu 273 + t Raumtheilen. Wenn V_0 das Volumen eines Gases bei 0° ist, so findet man das Volumen desselben Gases bei t Grad aus der Proportion

$$V_0 : V = 273 : 273 + t,$$

woraus

$$V = \frac{V_0 (273 + t)}{273}.$$

Auf dieselbe Weise findet sich das Volumen V_1 desselben Gases für eine Temperatur von t_1 Grad aus der Gleichung

$$V_1 = \frac{V_0 (273 + t_1)}{273}.$$

Durch Verbindung beider Gleichungen erhält man die Proportion

$$V : V_1 = 273 + t : 273 + t_1. \qquad (56)$$

Nach Gl. (53) haben wir das Verhältniss

$$D : D_1 = i_1 : i,$$

wonach die Dichtigkeit eines Gases unter constantem Drucke der zu seiner Oberfläche normalen Componente der Wärmevibrationen umgekehrt proportional ist. Da aber das Volumen

einer bestimmten Quantität eines Körpers seiner Dichtigkeit ebenfalls umgekehrt proportional ist, so ist auch

$$V : V_1 = i : i_1.$$

Durch Vergleich dieser Gleichung mit der Gleichung (56) erhalten wir

$$273 + t : 273 + t_1 = i : i_1, \qquad (57)$$

d. h. die Temperatur eines Gases von dem Gefrierpunkte des Wassers an gerechnet plus einer Constante, die unter gewöhnlichen Umständen gleich 273 ist, ist der zur Oberfläche der Gase normalen Componente der Wärmevibrationen proportional. —

Durch dieses Resultat, dass die sogenannte absolute Temperatur der Gase einfach der Vibrationsintensität und nicht dem Quadrate derselben proportional ist, sind wir scheinbar in einen Widerspruch mit den bisher in der Wissenschaft geltenden Annahmen gerathen. Da die Wärme ein Vorrath an innerer Arbeit ist, so glaubte man auch die Temperatur, durch welche die Wärmemenge in einem Körper gemessen wird, auf die innere lebendige Kraft desselben beziehen zu müssen. Nach Clausius ist die absolute Temperatur der Gase der lebendigen Kraft der Molecüle, d. h. dem Quadrate ihrer Geschwindigkeit proportional. Dass dieses Resultat seiner Theorie jedoch nur auf einem Irrthume beruhen kann, sieht man leicht ein, wenn man bedenkt, dass die Temperatur durch das Volumen der Gase gemessen wird; das Volumen der Gase ist aber von der Spannung, d. h. von dem Druck, den sie auf die Flächeneinheit ausüben, oder den sie auszuhalten haben, abhängig; ein Druck kann jedoch nur einer Kraft, d. h. der Quantität einer Bewegung, nicht aber einer Arbeitsleistung oder einer ihr entsprechenden lebendigen Kraft gleichgesetzt werden. Wenn man nichtsdestoweniger in der mechanischen Wärmetheorie die den Gasen zugeführte Wärmemenge durch die Veränderung der Temperatur zu messen vermag, so ist es nur ein Beweis dafür, dass bei der Ausdehnung der Gase durch die Wärme, wonach wir die Temperatur der Gase bestimmen, eine der Volumenzunahme proportionale

Arbeit geleistet wird. Wenn wir einen Körper in Bewegung versetzen, so verrichten wir eine bestimmte Arbeit; die Wirkung dieser Arbeit ist aber eine Geschwindigkeit oder die Quantität einer Bewegung, welche dem Körper mitgetheilt wird; die lebendige Kraft als das Quadrat der Geschwindigkeit existirt als solche in dem Körper nicht; sie kommt nur dann zum Vorschein, wenn der sich bewegende Körper auf einen Widerstand stösst und sodann selbst eine Arbeit verrichtet. Ebenso auch die Wärme, sie verrichtet nur dann eine Arbeit, wenn sie von einem Körper auf einen anderen übergeht und diesen dabei erwärmt; die Wirkung dieser Arbeit ist aber die Steigerung der Vibrationsintensität und der inneren Quantität der Bewegung im Körper, durch welche sein Volumen und seine Temperatur bestimmt wird. Kommt der erwärmte Körper dann wieder seinerseits mit kälteren Körpern in Berührung, so verwendet er einen Theil seiner inneren Bewegung, um diese Körper zu erwärmen und leistet dabei eine Arbeit, welche der Abnahme seiner Temperatur proportional ist. Wollen wir die Bewegung eines Körpers beschleunigen, so müssen wir jedesmal, um dem Körper von Neuem einen gleichen Zuwachs an Geschwindigkeit zu ertheilen, eine gleich grosse Arbeit verrichten; die Summe aller geleisteten Arbeiten ist dann der dem Körper ertheilten Geschwindigkeit proportional. Genau dasselbe findet auch bei der Erwärmung der Körper statt. Jede eindringende Wärmewelle steigert die Intensität der Wärmevibrationen um ein Bestimmtes und verrichtet dabei eine Arbeit, welche dem Zuwachs der inneren lebendigen Kraft im Körper proportional ist. Da die Erwärmung der Körper jedoch nicht auf einmal, sondern nur nach einander durch die aufeinanderfolgenden Wärmewellen hervorgebracht wird, so ist die dabei geleistete Arbeit überhaupt der Anzahl der eindringenden Wellen proportional. In demselben Verhältniss wird auch durch die einstrahlenden Wärmewellen die Intensität der Wärmevibrationen und somit auch ihre zur Oberfläche des Gases normale Componente gesteigert, durch welche dann auch das Volum und die an dem Volum des Gases abgelesene Temperatur bestimmt wird. Daher kommt es, dass, während die bei der Erwärmung eines Gases

geleistete Arbeit durch die Temperaturzunahme gemessen wird, die absolute Temperatur selbst einfach der Vibrationsintensität proportional gesetzt werden kann.

§ 19. **Theoretische Begründung der specifischen Wärme der einfachen Gase.** Für den Vorrath an innerer Arbeit, welcher in einem Körper enthalten ist, haben wir § 13. den Ausdruck

$$\frac{Mc^2}{T}$$

aufgestellt. Indem wir diesen Ausdruck mit A, dem Wärmeäquivalent der Arbeitseinheit multiplicirten, erhielten wir für die in einem Körper enthaltene Wärme die Gleichung

$$W = A\,\frac{Mc^2}{T}.$$

Es sei uns demnach die Wärme eines permanenten Gases durch die Gleichung

$$W_1 = A\,\frac{M_1\,c_1^2}{T_1}$$

gegeben. Wird dieses Gas erwärmt, d. h. seine Vibrationsintensität von c_1 auf v_1 gesteigert, so haben wir für die nach der Erwärmung in ihm enthaltene Wärme die Gleichung

$$W_2 = A\,\frac{M_1\,v_1^2}{T_1}$$

und durch Subtraction

$$Q_1 = W_2 - W_1 = A\,\frac{M_1\,(v_1^2 - c_1^2)}{T_1}$$

die Wärme, welche erforderlich ist, um eine bestimmte Temperaturerhöhung hervorzubringen. Auf dieselbe Weise erhalten wir für ein anderes Gas

$$Q_2 = A\,\frac{M_2\,(v_2^2 - c_2^2)}{T_2}$$

und durch Division

$$Q_1 : Q_2 = \frac{M_1 (v_1^2 - c_1^2)}{T_1} : \frac{M_2 (v_2^2 - c_2^2)}{T_2}.$$

Beziehen wir M_1 und M_2 auf die Gewichtseinheit, ist also $M_1 = M_2$, so erhalten wir

$$Q_1 : Q_2 = \frac{v_1^2 - c_1^2}{T_1} : \frac{v_2^2 - c_2^2}{T_2}. \qquad (58)$$

Für eine gleiche Temperaturzunahme ist unter der Voraussetzung, dass bei den permanenten Gasen die Vibrationsintensitäten bei gleicher Temperatur einander gleich sind, auch

$$v_1^2 - c_1^2 = v_2^2 - c_2^2$$

und folglich

$$Q_1 : Q_2 = T_2 : T_1. \qquad (59)$$

In diesem Falle stellen uns aber die Wärmemengen Q_1 und Q_2 die specifischen Wärmen der Gase vor. Die specifischen Wärmen gleicher Gewichte sind also bei den permanenten Gasen der Dauer ihrer Wärmevibrationen umgekehrt proportional.

In der specifischen Wärme der permanenten Gase erhalten wir also neben ihrer Dichtigkeit ein zweites Mittel, um die relative Dauer der Wärmevibrationen zu bestimmen. Ist unsere Theorie richtig, so müssen beide Bestimmungsarten auf dasselbe Resultat hinausführen, d. h. es müssen, wenn die Dauer der Wärmevibrationen der specifischen Wärme umgekehrt proportional ist, die Producte aus der Dauer der Wärmevibrationen, diese der Dichtigkeit entsprechend bestimmt, und der den Beobachtungen entnommenen specifischen Wärme für alle einfachen permanenten Gase gleich sein. Inwiefern dies genau zutrifft, geht aus der folgenden Tabelle hervor.

	Dauer der Wärme-vibrationen.	Specifische Wärme.	Product.
Wasserstoff. .	1	3,4090	3,4090
Stickstoff . .	14	0,2438	3,4132
Sauerstoff . .	16	0,2175	3,4800

In dem § 16. haben wir nachgewiesen, dass die Dichtigkeiten der permanenten Gase sich zu einander verhalten wie die Dauer ihrer Wärmevibrationen

$$D_1 : D_2 = T_1 : T_2.$$

Verbinden wir die beiden letzten Proportionen, so erhalten wir

$$Q_1 : Q_2 = D_2 : D_1.$$

Die specifischen Wärmen der permanenten Gase sind ihren Dichtigkeiten umgekehrt proportional, ein Resultat, dessen empirische Bestätigung man jedem Lehrbuche der Physik entnehmen kann. Daraus folgt als theoretische Consequenz die nicht minder bekannte Thatsache, dass die specifische Wärme gleicher Volume bei den einfachen permanenten Gasen einander gleich sind.

Aus der specifischen Wärme der einfachen Gase können wir also auf die Dauer ihrer Wärmevibrationen schliessen; umgekehrt erhalten wir auch die Erklärung für die Verschiedenheit der specifischen Wärmen. Die specifische Wärme der einfachen permanenten Gase — und sagen wir es schon jetzt, auch der anderen Körper — ist verschieden, weil die Dauer ihrer stehenden Wärmevibrationen eine verschiedene ist, d. h. weil zu einer gleichen Erwärmung gleicher Gewichte oder zu einer gleichen Steigerung der Vibrationsintensität eine der Dauer der Wärmevibrationen umgekehrt proportionale Arbeitsleistung erforderlich ist.

Die aus der obigen Tabelle hervorgehenden, geringen Abweichungen von dem aufgestellten Gesetze, dass die Dauer der Wärmevibrationen bei den permanenten Gasen der specifischen Wärme umgekehrt proportional ist, erklären sich, falls sie nicht auf Beobachtungsfehlern beruhen, wie die Abweichungen von dem Mariotte'schen Gesetze dadurch, dass dieses Gesetz nur unter der Voraussetzung: die Intensität der Wärmevibrationen sei in verschiedenen Gasen bei gleicher Temperatur eine gleiche, seine volle Gültigkeit hat. Diese Voraussetzung gilt jedoch in aller Strenge nur für den vollkommenen Gaszustand, zu dem die bekannten Gase nur Annäherung sind. Es ist leicht ein-

zusehen, dass, wenn die Intensität der Wärmevibrationen bei dem einen Gase durch eine gleiche Erwärmung etwas mehr gesteigert wird als bei einem anderen, das erstere bei gleichem Volum eine grössere specifische Wärme zeigen muss als das letztere. In diesem Falle wäre bei der Bestimmung der specifischen Wärmen auf die Gleichung

$$Q_1 : Q_2 = \frac{v_1^2 - c_1^2}{T_1} : \frac{v_2^2 - c_2^2}{T_2}$$

zurückzugehen, welche sowohl die Ursache des leitenden Gesetzes, als auch der etwaigen Abweichungen von demselben in sich enthält. Diese Abweichungen sind jedoch so gering, dass wir das von uns aufgestellte Gesetz: die specifische Wärme der einfachen Gase ist der Dauer ihrer Wärmevibrationen umgekehrt proportional, mit demselben Rechte, wie die Gesetze von Mariotte, Gay-Lussac und Dulong für die einfachen permanenten Gase als gültig anerkennen können.

Bei den Gasen hat man zwischen der specifischen Wärme bei constantem Drucke und der specifischen Wärme bei constantem Volumen zu unterscheiden. Wenn eine abgesperrte Luftmasse rasch comprimirt wird, so findet stets eine Wärmeentwickelung statt, wie man sich davon leicht durch Versuche mit dem pneumatischen Feuerzeug überzeugen kann. Ebenso tritt bei einer raschen Ausdehnung eines Gases eine Abkühlung ein. Man schloss aus dieser Erscheinung, dass die Wärme, welche erforderlich ist, um die Temperatur eines Gases bei constantem Volumen, d. h. wenn man es durch verstärkten Druck verhindert sich auszudehnen, um bestimmte Grade zu erhöhen, eine geringere sein müsse als bei constantem Drucke.

Wenn eine bestimmte Quantität Luft durch eine Temperaturerhöhung um t^0 bei unverändertem Drucke ausgedehnt worden ist und sie dann auf ihr ursprüngliches Volumen zusammengepresst wird, so steigt ihre Temperatur noch um t_1 Grade. Die nämliche Wärmemenge also, welche eine Luftmasse bei unverändertem Drucke um t^0 erwärmt, bringt, wenn keine Ausdehnung stattfindet, eine Temperaturerhöhung von $t + t_1$ Graden hervor. Umgekehrt, wenn die Temperatur der Luft bei constan-

tem Volumen um t^0 erhöht worden ist, so bringt dieselbe Wärmemenge bei constantem Drucke nur eine Temperaturerhöhung um $t - t_1$ Grade hervor, und es muss der Luft noch eine gewisse Wärmemenge zugeführt werden, damit sie die Temperatur t^0 annimmt. Es folgt daraus, dass die Wärmemengen, welche erforderlich sind, um derselben Luftmasse bei constantem Drucke und bei constantem Volumen eine gleiche Temperaturerhöhung zu ertheilen, sich zu einander verhalten, wie $t + t_1$ zu t. Beträgt die ursprüngliche Temperaturerhöhung 1° C., so ist $t = 1$. Die erforderlichen Wärmemengen oder die specifischen Wärmen bei constantem Drucke und bei constantem Volumen verhalten sich demnach zu einander wie $1 + t_1$ zu 1. Bezeichnen wir die specifische Wärme der Luft bei constantem Drucke mit c_p und bei constantem Volumen mit c_v, so erhalten wir die Proportion

$$c_p : c_v = 1 + t_1 : 1,$$

woraus

$$\frac{c_p}{c_v} = 1 + t_1. \tag{60}$$

Die Grösse t_1 giebt uns den verhältnissmässigen Ueberschuss der specifischen Wärme der Luft bei constantem Drucke über die specifische Wärme bei constantem Volumen an. Um diese Grösse zu ermitteln, muss der Werth von c_p und c_v bestimmt werden. Die specifische Wärme der Gase bei constantem Drucke ist uns durch die Beobachtungen von Regnault bekannt, während die specifische Wärme bei constantem Volumen sich auf directe Weise nicht hat ermitteln lassen, weil die zu diesem Zweck angestellten Versuche zu keinem zuverlässigen Resultate geführt haben. Die Theorie der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles hat dagegen ein Mittel geboten, um den Werth des Quotienten $\frac{c_p}{c_v}$ zu bestimmen.

Will man die von uns § 6. für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen aufgestellte Gleichung

$$w = \sqrt{\frac{E}{D}}$$

auf den Schall anwenden, so muss man zuvor in den Gleichungen (10)

$$S_1 = \frac{dy_2}{dx} Q E$$

und

$$S_2 = \frac{dy_1}{dx} . Q E$$

die Verdichtungsverhältnisse $\frac{dy_1}{dx}$ und $\frac{dy_2}{dx}$ durch die entsprechenden Spannungen der Luft nach dem Mariotte'schen Gesetze ersetzen. Ist p der Druck der Luft auf die Flächeneinheit, so ist

$$S_1 = \frac{p\, dx}{dx - dy_2}$$

und

$$S_2 = \frac{p\, dx}{dx - dy_1};$$

daher ist die bewegende Kraft auf ein Element vom Querschnitte Q

$$P = Q (S_2 - S_1) = \frac{(dy_1 - dy_2)\, Q\, p\, dx}{(dx - dy_1)\,(dx - dy_2)}.$$

Da dy_1 und dy_2 bei der Fortpflanzung des Schalles im Vergleich zu dx als sehr klein betrachtet werden können, so kann man

$$(dx - dy_1)\,(dx - dy_2) = dx^2$$

setzen, und man erhält

$$P = \frac{dy_1 - dy_2}{dx} Q\, p,$$

einen Ausdruck, welcher mit der Gleichung (11) im § 6. genau übereinstimmt, wenn man in dieser E durch p ersetzt. Man erhält daher für die Schallgeschwindigkeit in der Luft

$$w = \sqrt{\frac{p}{E}}. \qquad (61)$$

Die Spannung der Luft p ist gleich dem Gewichte der Quecksilbersäule in der Barometerröhre. Das Gewicht der Quecksilbersäule, bei einem Querschnitte gleich Eins, findet man, wenn man ihre Höhe mit dem specifischen Gewichte des Quecksilbers multiplicirt. Nimmt man aber das specifische Gewicht des Quecksilbers als Einheit an, so ist $p = 0{,}760$. Das specifische Gewicht der Luft ist, das des Quecksilbers gleich Eins gesetzt, gleich 0,000091522. Die Dichtigkeit der Luft ist nach Gl. (20) gleich ihrem specifischen Gewichte, dividirt durch die Beschleunigung der Schwere $g = 9^m{,}809$, also

$$D = \frac{0{,}000091522}{9{,}809}.$$

Setzt man die für p und D bestimmten Grössen in die Gl. (61) ein, so erhält man für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in der Luft,

$$w = \sqrt{\frac{0{,}760 . 9{,}809}{0{,}000091522}} = 279^m{,}94$$

einen Werth, welcher gegen die durch directe Versuche gefundene Schallgeschwindigkeit in der Luft

$$w = 333^m{,}25$$

viel zu gering ist.

Der Grund dieser Nichtübereinstimmung zwischen der einfachen Theorie und der Beobachtung liegt, wie Laplace nachgewiesen hat, darin, dass bei Ersterer keine Rücksicht genommen worden ist auf die Wärme, welche durch die Compressionen und Dilatationen der Luft bei der Fortpflanzung des Schalles frei oder gebunden wird. In dem verdichteten Theile einer Schallwelle wird die Spannkraft der Luft nicht allein durch die Zusammendrückung, sondern auch durch die dabei entwickelte Wärme gesteigert; in dem verdünnten Theile nicht allein durch die Ausdehnung, sondern auch durch das Binden der Wärme verringert. In beiden Fällen ist die Differenz der Spannungen $S_2 - S_1$ zweier nebeneinander liegender Luftschichten und des-

halb auch die wirkliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles eine grössere als die berechnete.

Wollen wir die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles auf theoretischem Wege bestimmen, so müssen wir diese Wirkungen der Wärme mit in Anschlag bringen. Ist α der Ausdehnungscoefficient der Luft, d. h. die Zunahme des Volumens bei einer Temperaturerhöhung um 1° C., so findet sich, wenn V_0 das Volumen der Luft bei 0° ist, das Volumen V_1 bei einer Temperatur t aus der Gleichung

$$V_1 = V_0 \, (1 + \alpha t).$$

Wird die Luft verhindert sich auszudehnen, so steigt in Folge der Erwärmung die Spannung der Luft in demselben Verhältnisse, wie das Volumen bei constantem Drucke. Wir erhalten demnach für die Spannungen S_1 und S_2, wenn wir mit τ_1 und τ_2 diejenigen Temperaturveränderungen bezeichnen, welche beim Durchgange der Schallwellen eintreten, die Gleichungen

$$S_1 = \frac{pdx}{dx - dy_2} (1 + \alpha \tau_1)$$

$$S_2 = \frac{pdx}{dx - dy_1} (1 + \alpha \tau_2)$$

Wird die Luft von 0° auf 1° C. unter constantem Drucke erwärmt und dann auf ihr ursprüngliches Volumen, d. h. um den Betrag ihres Ausdehnungscoefficienten α zusammengedrückt, so steigt ihre Temperatur um t_1 Grad. Machen wir nun bei so geringen Zusammendrückungen, wie sie bei der Fortpflanzung des Schalles vorkommen, die ganz zulässige Voraussetzung, dass die eintretenden Temperaturveränderungen den stattfindenden Compressionen und Dilatationen proportional sind, so erhalten wir, da die den Temperaturveränderungen τ_1 und τ_2 entsprechenden Verdichtungen durch

$$\frac{dx - dx_1}{dx} = \frac{dy_2}{dx} \text{ und } \frac{dx - dx_2}{dx} = \frac{dy_1}{dx}$$

ausgedrückt werden, die Proportionen

$$\tau_1 : t_1 = \frac{dy_2}{dx} : \alpha$$

$$\tau_2 : t_1 = \frac{dy_1}{dx} : \alpha$$

woraus

$$\tau_1 = \frac{t_1}{\alpha} \frac{dy_2}{dx}$$

$$\tau_2 = \frac{t_1}{\alpha,} \frac{dy_1}{dx}$$

also

$$S_1 = \frac{pdx + pdy_2\, t_1}{dx - dy_2}$$

$$S_2 = \frac{pdx + pdy_1\, t_1}{dx - dy_1}$$

folglich

$$P = Q\,(S_2 - S_1) = Q\, \frac{p\,(dy_1 - dy_2)\, dx + p\,(dy_1 - dy_2)\, t_1\, dx}{(dx - dy_2)\,(dx - dy_1)}$$

oder

$$P = \frac{(dy_1 - dy_2)\; Q\, p\, dx}{(dx - dy_2)\,(dx - dy_1)}\,(1 + t_1).$$

Führen wir nun die Rechnung ebenso durch, wie früher, so erhalten wir für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles die Gleichung

$$w = \sqrt{\frac{p}{D}\,(1 + t_1)}. \tag{62}$$

Es ist aber nach Gl. (60)

$$1 + t_1 = \frac{c_p}{c_v}$$

dem Quotienten der specifischen Wärmen der Luft bei constantem Drucke und bei constantem Volumen gleich, folglich ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles

$$w = \sqrt{\frac{p}{D}\,\frac{c_p}{c_v}}. \tag{63}$$

Aus dieser Gleichung lässt sich nun, da die Schallgeschwindigkeit in der Luft bekannt ist, der Quotient $\frac{c_p}{c_v}$ für die atmosphärische Luft berechnen; man erhält

$$\frac{c_p}{c_v} = \frac{w^2 D}{p}.$$

Setzt man in diese Gleichung für w den aus den Beobachtungen entnommenen Werth für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in trockener Luft und bei 0° C. gleich $333^m{,}25$, für die Spannung der Luft p den Normaldruck gleich $0^m{,}760$ und für die Dichtigkeit der Luft D das specifische Gewicht derselben, bezogen auf das des Quecksilbers als Einheit, gleich 0,000095122, dividirt durch die Beschleunigung der Schwere $g = 9^m{,}809$, so erhält man für das Verhältniss der specifischen Wärmen der Luft bei constantem Druck und bei constantem Volumen den Quotienten

$$\frac{c_p}{c_v} = \frac{333{,}25^2 \cdot 0{,}000095122}{0{,}760 \cdot 9{,}809} = 1{,}417.$$

Nach der Gl. (63) liesse sich die Geschwindigkeit des Schalles für alle Gase ermitteln, wenn man für sie den Werth von $\frac{c_p}{c_v}$ kennen würde; umgekehrt kann man für sie, wie für die atmosphärische Luft, aus der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles den Werth von $\frac{c_p}{c_v}$ berechnen. Es giebt aber ein einfaches Mittel, um die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in irgend einem Gase zu bestimmen; man braucht nur eine Röhre von bekannter Länge mit diesem Gase zu füllen, sie tönen zu lassen und den Ton zu merken, welchen sie giebt. Aus der Höhe, d. h. aus der Schwingungsdauer T des Tones und aus der bekannten Länge L der Schallwellen, welche der vierfachen Länge der Röhre gleich ist, lässt sich sofort die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in diesem Gase aus der Gleichung

$$w = \frac{L}{T}$$

bestimmen. Setzt man in die Gleichung

$$\frac{c_p}{c_v} = \frac{w^2 D}{p}$$

für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles und für die Dichtigkeit des Gases die entsprechenden Grössen ein, so findet man für den Quotienten $\frac{c_p}{c_v}$ folgende Werthe:

Atmosphärische Luft . .	1,421
Sauerstoffgas	1,415
Wasserstoffgas	1,407
Kohlensäure	1,338
Kohlenoxydgas	1,428
Stickoxydgas	1,343
Oelbildendes Gas . . .	1,240

Diese Quotienten sind für die einfachen permanenten Gase und für die atmosphärische Luft so wenig von einander verschieden, dass man die Abweichungen auf Rechnung der Beobachtungsfehler setzen, die Werthe dieser Quotienten mithin als gleich ansehen kann. Da die specifischen Wärmen gleicher Volume der einfachen permanenten Gase unter constantem Drucke, nach den darüber angestellten Beobachtungen, einander gleich sind, so müssen auch die specifischen Wärmen gleicher Volume unter constantem Volumen, so wie auch die Unterschiede beider gleich sein; man schliesst hieraus, wie Dulong es zuerst ausgesprochen hat, dass gleiche Volume der permanenten Gase, bei gleicher Temperatur und unter gleichem Drucke genommen, wenn sie um einen gleichen Bruchtheil ihres Volums ausgedehnt oder zusammengedrückt werden, gleiche Mengen von Wärme binden oder freilassen.

Durch eine ähnliche Vergleichung der Newton'schen Formel für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen mit den Beobachtungsresultaten von Moll und van Beek über die Schall-

geschwindigkeit ergab sich für die atmosphärische Luft der Quotient

$$\frac{c_p}{c_v} = 1{,}410.$$

Diesen Werth legt Zeuner in seinem Werke „Grundzüge der mechanischen Wärmetheorie" den Berechnungen zu Grunde. Danach ergiebt sich, wenn man die specifische Wärme der Luft bei constantem Drucke nach Regnault $c_p = 0{,}23751$ annimmt, die specifische Wärme der Luft bei constantem Volumen

$$c_v = 0{,}16844.$$

Die Werthe von $\frac{c_p}{c_v}$ sind für sämmtliche Gase grösser als 1 und der Ueberschuss über die Einheit ist derjenige Wärmeantheil, welcher die Ausdehnung bewirkt. Dieser Theil der Wärme, welcher der Gewichtseinheit Luft bei der Erhöhung der Temperatur um 1° C. unter constantem Drucke zugeführt werden muss, und welcher bei der Vergrösserung des Gasvolumens um $^1/_{273}$ seiner ursprünglichen Grösse verschwindet, lässt sich leicht bestimmen; man braucht zu diesem Zwecke nur die specifische Wärme bei constantem Volumen von der specifischen Wärme bei constantem Drucke abzuziehen und erhält somit für die atmosphärische Luft

$$0{,}23751 - 0{,}16844 = 0{,}06907$$

als diejenige Wärmemenge, welche bei der Erwärmung der Gewichtseinheit Luft um 1° C. zur Ueberwindung des atmosphärischen Druckes verbraucht wird, ein Werth, welcher bei der Gleichheit der Verhältnisse, und bei gleichem Volumen wie die Luft, auch für die einfachen permanenten Gase gelten kann.

Von sieben Wärmeeinheiten, welche einem Quantum atmosphärischer Luft oder einem Gase unter constantem Drucke zugeführt werden, dienen ungefähr fünf dazu, um die fühlbare Wärme, d. h. die Temperatur zu erhöhen; sie verrichten eine innere Arbeit, indem sie die Intensität der Wärmevibrationen erhöhen und den Gasen dadurch einen Zuwachs an raumerfül-

lender Kraft ertheilen, durch welchen sie in den Stand gesetzt werden, einen grösseren Raum wie vorher gegen den äusseren Druck zu behaupten. Zwei Wärmeantheile werden dagegen dazu verbraucht, um den atmosphärischen Druck zu überwinden und den zu der Ausdehnung der Gase erforderlichen Raum zu schaffen; sie verrichten eine äussere Arbeit, indem sie die auf den Gasen lastenden Körper auseinander schieben und in äussere Bewegung versetzen. Die Gase senden zu diesem Zweck fortschreitende Wellen als bewegende Kraft von sich aus und verwenden dazu den Ueberschuss an lebendiger Kraft, welchen sie bei constantem Volumen durch eine gleiche Zufuhr von Wärme erlangt hätten.

Nunmehr sind wir im Stande, durch Ausrechnung eines speciellen Falles den Werth des mechanischen Wärmeäquivalents auf rein theoretischem Wege zu bestätigen, so wie diejenige Arbeit zu bestimmen, welche erforderlich ist, um die raumerfüllende Kraft eines permanenten Gases in einer Volumeneinheit zu begründen. Denken wir uns eine Luftsäule bei 0° C. von einem Quadratmeter Durchmesser und von 273 Meter Höhe; diese Luftmasse wird, wenn man sie um 1° C. erwärmt, um $^1/_{273}$ ihres Volumens ausgedehnt, d. h. es wird der atmosphärische Druck, 10334 Kilogramm, auf dem Wege eines Meters überwunden. Da das specifische Gewicht der Luft, das des Wassers gleich Eins gesetzt, gleich 0,001293, ihre specifische Wärme bei constantem Druck gleich 0,23751 ist und ein Cubikmeter 1000 Kilogramm Wasser enthält, so berechnet sich die erforderliche Wärmemenge, um die angenommene Luftmasse um 1° C. zu erwärmen, auf

$$1000 . 273 . 0{,}001293 . 0{,}23751 = 83{,}83 \text{ Wärmeeinheiten.}$$

Ebenso berechnet sich diejenige Wärmemenge, welche allein die Temperaturerhöhung der Luft hervorbringt, wenn 0,16844 die specifische Wärme der Luft bei constantem Volumen ist, auf

$$1000 . 273 . 0{,}001293 . 0{,}16844 = 59{,}46 \text{ Wärmeeinheiten.}$$

Ziehen wir diese Zahl von der oberen ab, so erhalten wir 24,3' Wärmeeinheiten, welche als äussere Arbeit verbraucht werde

Die bei der Erwärmung von 273 Cubikmeter Luft um 1^0 C. unter dem atmosphärischen Drucke geleistete äussere Arbeit ist aber gleich

10334 Meterkilogrammen.

Bezeichnen wir mit A_1 das Arbeitsäquivalent der Wärmeeinheit, so erhalten wir

$$24,37\ A_1 = 10334$$

oder

$$A_1 = \frac{10334}{24,37} = 424 \text{ Meterkilogrammen.}$$

Die Uebereinstimmung dieses Rechnungswerthes mit dem Versuchswerthe des mechanischen Wärmeäquivalents, welcher den Beobachtungen entnommen worden ist, ist eine so überraschende, dass man wohl berechtigt ist, darin den schönsten Beweis für die Richtigkeit der Annahmen der mechanischen Wärmetheorie zu finden. —

Die Wärmemenge, welche erforderlich ist, um die Temperatur von 273 Cubikmeter Luft bei constantem Volumen um 1^0 C. zu erhöhen, ist 59,46 Wärmeeinheiten oder, da jede Wärmeeinheit 424 Meterkilogrammen entspricht, einer Arbeitsleistung von 25211 Meterkilogrammen gleich. Durch diese Arbeitsleistung wird die Spannung der Luft bei constantem Volumen um $^1/_{273}$ ihres früheren Betrages gesteigert oder bei constantem Druck nach einer weiteren Arbeitsleistung von 10334 Meterkilogrammen das Volumen der Luftmasse um ein Cubikmeter erweitert. Einem Zuwachs des inneren Arbeitsvorraths um 25211 Meterkilogrammen entspricht also in den permanenten Gasen eine raumerfüllende Kraft, welche im Stande ist, den Raum eines Cubikmeters gegen einen äussern Druck gleich dem Gewichte einer Quecksilbersäule von 760 mm. Höhe zu behaupten.

Gehen wir von diesem auf inductivem Wege erlangten Resultate aus, so können wir umgekehrt den Ausdehnungscoefficienten der permanenten Gase bestimmen. Um ein Cubikmeter Gas bei constantem Volumen von 0^0 auf 1^0 C. zu erwärmen, sind — da die specifische Wärme der Luft bei con-

antem Volumen gleich 0,16844 Wärmeeinheiten ist — eine /ärmemenge gleich

$$1000 . 0{,}16844 . 0{,}001293 = 0{,}2178 \text{ Wärmeeinheit}$$

oder eine Arbeitsleistung von

92,3 Meterkilogrammen

erforderlich. Durch diese Arbeit wird entweder die Spannung des Gases vermehrt oder bei constantem Drucke die raumerfüllende Kraft desselben in einem Verhältnisse vergrössert, welches dem Ausdehnungscoefficienten gleich ist. Wir erhalten auf diese Weise den Ausdehnungscoefficienten der Luft

$$\alpha = \frac{92{,}3}{25211} = \frac{1}{273} = 0{,}003665.$$

Wie wir es jedoch bei der Betrachtung der Verdampfungserscheinungen werden kennen lernen, entspricht die Arbeitsmenge von 25211 Meterkilogrammen bei Weitem noch nicht demjenigen Vorrath an innerer Arbeit, welcher in einem Cubikmeter eines permanenten Gases enthalten ist; durch diese Arbeitsmenge wird nur die raumerfüllende Kraft der Wärme begründet; ausserdem ist in den Gasen noch derjenige Arbeitsvorrath enthalten, welcher bei dem Uebergange der Körper aus dem flüssigen in den dampfförmigen Zustand als latente Wärme aufgenommen wird.

§ 20. **Einige theoretische Consequenzen.** Nach dem § 6. haben wir für das Volumen eines Körpers die Gleichung

$$V = n\, q^3\, l^3$$

aufgestellt, wo n die Zahl der in dem Volumen enthaltenen Cubikeinheiten, q^3 die Zahl der Vibrationsatome in der Volumeneinheit und l^3 die Grösse der Vibrationsatome bedeuten. Für gleiche Volumen zweier verschiedener Gase hätten wir demnach die Gleichungen

$$V = nq_1^3\, l_1^3 \text{ und } V = nq_2^3\, l_2^3,$$

woraus

$$q_1^3 : q_2^3 = l_2^3 : l_1^3.$$

Unter l verstehen wir aber auch die Länge der stehenden Wärmewellen in den Körpern, es ist also

$$l_1 = \frac{w_1 T_1}{2} \text{ und } l_2 = \frac{w_2 T_2}{2}$$

wenn w_1 und w_2 die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wärmewellen und T_1 und T_2 wieder die Dauer der Wärmevibrationen bedeuten, es ist folglich auch

$$q_1^3 : q_2^3 = (w_2 T_2)^3 : (w_1 T_1)^3.$$

Aus dieser Gleichung könnten wir, da uns die relative Dauer der Wärmevibrationen T_1 und T_2 in den einfachen permanenten Gasen bekannt ist, auch die relative Anzahl ihrer Vibrationsatome q_1^3 und q_2^3 in der Volumeneinheit bestimmen, wenn uns die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wärmewellen w_1 und w_2 gegeben wäre. Zur Bestimmung derselben fehlen uns aber alle Mittel. Unter der Voraussetzung, dass sie für die einfachen permanenten Gase, bei gleicher Temperatur und unter gleichem Drucke, eine gleiche ist, hätten wir

$$q_1^3 : q_2^3 = T_2^3 : T_1^3 \qquad (64)$$

d. h. die **Anzahl der Vibrationsatome in gleichem Volumen ist bei den einfachen permanenten Gasen der Dauer ihrer Wärmevibrationen in der dritten Potenz umgekehrt proportional.** Da nun die Dauer der Wärmevibrationen bei dem Wasserstoff, Stickstoff und Sauerstoff sich zu einander verhält wie 1 : 14 : 16, so folgt, dass $16^3 = 4096$ Vibrationsatome Wasserstoff denselben Raum einnehmen, wie 1 Vibrationsatom Sauerstoff, oder $14^3 = 2744$ Vibrationsatome Wasserstoff denselben Raum wie ein Vibrationsatom Stickstoff oder endlich 4096 Vibrationsatome Stickstoff denselben Raum wie 2744 Vibrationsatome Sauerstoff. — Ohne schon jetzt ein besonderes Gewicht auf diese Zahlen zu legen, werden wir doch bei der Betrachtung der zusammengesetzten Körper von ihnen häufig Gebrauch zu machen haben, da bei diesen, wegen des gemeinschaftlichen Stattfindens der Wärmevibrationen verschie-

dener Dauer innerhalb eines und desselben Körpers, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wärmewellen nothwendig eine gleiche ist.

Unter derselben Voraussetzung einer gleichen Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wärmewellen bei den einfachen permanenten Gasen, diese unter gleichem Drucke und bei gleicher Temperatur genommen, hätten wir, wenn wir die Newton'sche Formel für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen auch für die Wärmewellen gelten lassen und mit E_1 und E_2 die Elasticität der Materie in den Gasen bezeichnen, die Gleichungen

$$w = \sqrt{\frac{E_1}{D_1}} \text{ und } w = \sqrt{\frac{E_2}{D_2}}$$

und daraus die Proportion

$$E_1 : E_2 = D_1 : D_2. \qquad (65)$$

Bei den einfachen permanenten Gasen, unter Voraussetzung einer gleichen Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wärmewellen und bei gleichem Druck und gleicher Temperatur, verhalten sich die Elasticitätsmodule der Materie wie ihre Dichtigkeiten, und folglich nach § 16. wie die Dauer ihrer Wärmevibrationen.

Das Volumen eines Gases wird nicht allein durch die Grösse und die Anzahl seiner Vibrationsatome, der Gleichung

$$V = nq^3 l^3$$

entsprechend, bestimmt, sondern auch durch den äusseren Druck und die Temperatur. Wenn wir in der Gleichung für die Spannung eines Gases

$$\frac{2\alpha D i}{T} = p$$

die Dichtigkeit D durch das Volumen V der Masseneinheit er setzen, d. h.

$$D = \frac{1}{V}$$

stezen, so erhalten wir

$$V = \frac{2\alpha i}{Tp}.$$

Wir haben somit für das specifische Volumen der Gase zwei Gleichungen. Durch die eine

$$V = nq^3\ l^3$$

wird die Abhängigkeit des Volumens von der Anzahl der Vibrationsatome nq^3 und von der Grösse derselben l^3 bestimmt, die andere

$$V = \frac{2\alpha i}{Tp}$$

zeigt die Abhängigkeit des Volumens vom Drucke p und von der Temperatur oder vielmehr von der Intensität i der zur Oberfläche normalen Componente der Vibrationen. Wie wir wissen, genügen die permanenten Gase bei allen Zustandsänderungen dieser letzten Gleichung; ihr Volumen ist stets dem Drucke umgekehrt und der Intensität der Vibrationen direct proportional. — Der ersten Gleichung muss aber nicht weniger Genüge geleistet werden. Das Volumen eines Körpers kann sich nur dann verändern, wenn, der Gleichung

$$V = nq^3\ l^3$$

entsprechend, entweder die Anzahl der Vibrationsatome nq^3 oder ihre Grösse l^3 sich verändert. Fragen wir nun danach, welche von diesen inneren Veränderungen wir bei der Veränderung des Volumens eines permanenten Gases anzunehmen haben, so erscheint die Veränderung in der Anzahl der Vibrationsatome durch die Stetigkeit der Ab- und Zunahme des Volumens bei dem Wechsel der Temperatur und des Druckes durch die Erscheinungen nicht angedeutet. Eine Veränderung in der Anzahl der Vibrationsatome musste sich durch eine sprungweise erfolgende Veränderung des Volumens, wie wir sie bei den Verdampfungs- und Condensationserscheinungen beobachten, kundgeben. Wir sehen uns deshalb veranlasst, bei den Zustandsänderungen der permanenten Gase nur eine Veränderung in der Grösse ihrer Vibrationsatome anzunehmen. — Haben wir somit

für dieselbe Menge eines Gases, aber bei verschiedener Temperatur und verschiedenem Drucke die beiden Gleichungen

$$V_1 = n_1 \, q_1^3 \, l_1^3 \text{ und } V_2 = n_2 \, q_2^3 \, l_2^3,$$

so folgt, wenn, unserer Voraussetzung gemäss, die absolute Anzahl der Vibrationsatome

$$n_1 \, q_1^3 = n_2 \, q_2^3$$

unveränderlich ist,

$$V_1 : V_2 = l_1^3 : l_2^3. \tag{66}$$

Die Grösse der Vibrationsatome ist dem Volumen des Gases proportional. —

Die Grösse der Vibrationsatome oder die Länge der stehenden Wärmewellen ist aber durch die Gleichung

$$l = \frac{w\,T}{2}$$

von der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wärmewellen w und von der Dauer der Wärmevibrationen T abhängig. Von diesen beiden Grössen müssen wir wieder bei den permanenten Gasen die Dauer der Wärmevibrationen als unveränderlich annehmen; eine Veränderung derselben kann bei stehenden Wellen nur nach Multipeln erfolgen und müsste sich in plötzlichen Volumenänderungen und in qualitativen Aenderungen der Eigenschaften, wie wir sie nur bei den chemischen Processen beobachten, zeigen. — Eine Veränderung in der Grösse der Vibrationsatome kann somit bei den permanenten Gasen nur durch eine veränderte Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wärmewellen hervorgebracht werden. — Setzen wir in die Gl. (66) die entsprechenden Grössen ein, so erhalten wir

$$V_1 : V_2 = w_1^3 : w_2^3$$

oder, wenn wir das Volumen durch die Dichtigkeit ersetzen,

$$w_1 : w_2 = \sqrt[3]{D_2} : \sqrt[3]{D_1} \tag{67}$$

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wärmewellen

in einem permanenten Gase ist der cubischen Wurzel aus seiner Dichtigkeit proportional. —

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wärmewellen ist aber endlich durch die Newton'sche Gleichung

$$w = \sqrt{\frac{E}{D}}$$

an die Elasticität und die Dichtigkeit gebunden, wir erhalten demnach auch

$$\sqrt{\frac{E_1}{D_1}} : \sqrt{\frac{E_2}{D_2}} = \sqrt[3]{D_2} : \sqrt[3]{D_1};$$

erheben wir diese Gleichung zuerst in die zweite und dann in die dritte Potenz, so erhalten wir

$$\left(\frac{E_1}{D_1}\right)^3 : \left(\frac{E_2}{D_2}\right)^3 = D_2^2 : D_1^2$$

oder

$$E_1^3 : E_2^3 = D_1 : D_2$$

woraus

$$E_1 : E_2 = \sqrt[3]{D_1} : \sqrt[3]{D_2}. \tag{68}$$

Der Elasticitätsmodul der Materie eines permanenten Gases ist der cubischen Wurzel aus seiner Dichtigkeit proportional.

Das sind die Consequenzen, zu denen wir durch unsere Theorie geführt werden. Wir ersehen daraus, dass das Verhältniss der Elasticität und der Dichtigkeit bei den vollkommenen Gasen ein wechselndes ist und durch ein ganz bestimmtes Gesetz geregelt wird. Nur unter dieser Bedingung können die Gesetze von Mariotte und Gay-Lussac befolgt werden. — Bei einem anderen Verhalten der Elasticität und der Dichtigkeit der Materie zu einander treten Abweichungen von diesen Gesetzen ein, wie wir sie bei den compressibelen Gasen beobachten. — Es ist zu bedauern, dass uns alle empirischen Mittel fehlen, um diese Consequenzen unserer Theorie zu controliren. Die Fortpflan-

zungsgeschwindigkeit der Wärmewellen hat bisher noch nicht beobachtet werden können. Wir müssen es deshalb späteren Forschungen überlassen, diese Resultate unserer Theorie zu bestätigen oder zu widerlegen.

§ 21. **Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes.** Nach den gegenwärtig in der Wissenschaft herrschenden Ansichten werden die Lichtwellen nicht durch die Materie selbst, sondern durch ein Imponderabilium, durch den Lichtäther fortgepflanzt. Die Veranlassung zu der Entstehung dieser Hypothese lag in der grösseren Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes im Vergleich zu derjenigen des Schalles. Da die von Newton für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen gegebene Gleichung, nach der von Laplace hinzugefügten Correction, der beobachteten Schallgeschwindigkeit entsprach, so war sie um so weniger unter denselben Voraussetzungen auf die so bedeutend grössere Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes anwendbar; man schloss daraus, besonders nachdem Fizeau die Geschwindigkeit des Lichtes durch seine Beobachtungen auf dem verhältnissmässig beschränkten Raume der Erdoberfläche bestimmt hatte, dass der Träger der Lichtwellen nicht die Luft selbst, sondern ein Stoff sei, der bei einer überaus geringen Dichtigkeit eine bedeutende Elasticität besitze; diesen Stoff nannte man Lichtäther. Hätte man diese Hypothese darauf beschränkt, den Aether als den Vermittler der Licht- und Wärmewellen zwischen den einzelnen Weltkörpern zu betrachten, so hätte man dagegen nichts einzuwenden; viele Erscheinungen sprechen dafür, dass der Weltraum kein absolut leerer Raum sei, sondern von irgend einem feinen Stoffe erfüllt werde und diesem Stoffe konnte man den Namen Aether beilegen. Der Lichtäther soll aber nicht allein den Weltraum erfüllen, sondern auch zwischen den Atomen der durchsichtigen Körper gelagert sein. Zu dieser Hypothese wäre man jedoch nur dann berechtigt gewesen, wenn es einem Chemiker gelungen wäre, den Aether in einer seiner Retorten einzufangen, oder wenn alle anderen Versuche, die grosse Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes zu erklären, gescheitert wären. Solche Versuche sind aber überhaupt nicht gemacht worden. In unserer Theorie findet sich überdem, wegen der

Continuität der Vibrationsatome, kein Raum für einen Lichtäther, und somit sehen wir uns veranlasst, die Ursache der beobachteten Erscheinung in anderen Verhältnissen zu suchen.

Die Elasticität der Gase, d. h. der Widerstand, welchen sie den zusammendrückenden Kräften entgegensetzen, ist dem Drucke gleich, den ihre stehenden Wärmevibrationen nach allen Seiten ausüben. Die Grösse dieses Druckes auf die Flächeneinheit haben wir als die Spannkraft der Gase bezeichnet. Elasticität und Spannkraft sind somit bei den Gasen gleichbedeutende Ausdrücke. Die Elasticität der Materie hingegen, durch welche die stehenden Wärmevibrationen der Körper veranlasst werden, mit unveränderlicher Intensität fortzubestehen, kann augenscheinlich nicht identisch mit der Spannkraft der Gase sein; sie ist in dem für uns noch geheimnissvollen Wesen der Materie begründet; wir haben somit zwischen einer äusseren Elasticität der Körper und einer inneren Elasticität der Materie in denselben zu unterscheiden. Durch die äussere Elasticität widersetzen sich die Gase den Volumenveränderungen, mit welchen auch Veränderungen in der Grösse der Vibrationsatome verbunden sind; sie wird durch die Wärmevibrationen hervorgebracht. — Die innere Elasticität der Materie ist innerhalb der Vibrationsatome thätig, sie ist selbst die Ursache des Fortbestehens der Wärmevibrationen, kann also durch die Wärmevibrationen nicht erst bewirkt werden.

Die äussere Elasticität der Körper ist mehr oder weniger unvollkommen; durch einen Stoss werden in einem unelastischen Körper die Vibrationsatome von einander getrennt oder an einander verschoben; die Körper nehmen nach dem Stosse nicht mehr ihre frühere Form an; in Folge dessen tritt in der äusseren Bewegung der Körper ein Verlust an lebendiger Kraft ein. Die innere Elasticität der Materie ist vollkommen, sie duldet keinen Verlust an lebendiger Kraft; deshalb findet sich eine verschwindende äussere Bewegung als Wärme in den Körpern wieder.

Auf dieser Verschiedenheit zwischen der äusseren Elasticität der Körper und der inneren Elasticität der Materie beruht die

Ursache der verschiedenen Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles und des Lichtes.

Die Schallwellen, die eine Länge von 60 Fuss und noch mehr erreichen, sind eine äussere Bewegung der Luft. Sie werden durch die unvollkommene äussere Elasticität der Luft fortgepflanzt. In der Verdichtung weichen die einzelnen Vibrationsatome nach allen Seiten aus und können deshalb nicht vollständig ihre Bewegungen auf die anderen Theile der Luft übertragen. Die Verdichtungen und Verdünnungen sind mit Veränderungen in der Grösse der Vibrationsatome verbunden; deshalb kann auch der Schall sich nicht schneller fortpflanzen, als diese Veränderungen in der Grösse der Vibrationsatome sich von einem Theile der Luft den anderen mittheilen.

Die Länge der Lichtwellen erreicht kaum den 10tausendsten Theil eines Millimeters. Die Lichtschwingungen sind innere Bewegungen der durchsichtigen Körper und gehen durch die Vibrationsatome hindurch, sie sind — um uns der Sprache der atomistischen Theorie zu bedienen — Molecularbewegungen. Die Lichtwellen werden wie die Wärmewellen durch die vollkommene Elasticität der Materie fortgepflanzt, alle Theile der Materie bleiben im Zusammenhange, und es tritt deshalb kein Verlust an lebendiger Kraft ein. Die Materie müssen wir als continuirlich voraussetzen, denn die Mittheilung der inneren Bewegungen zwischen getrennten, starren Atomen ist nicht möglich. Die Elasticität der Materie ist die Aufhebung des Widerspruchs, welcher dadurch entsteht, dass die Theile der continuirlichen Materie verschoben oder in einander gedrückt werden. Bei einer continuirlichen Erfüllung des Raumes durch die Materie ist aber die Störung ihrer Gleichmässigkeit fast eine Unmöglichkeit; tritt eine solche dennoch ein, so ist die hervorgerufene Rückwirkung so gross, dass die entstandenen Bewegungen fast momentan nach allen Richtungen fortgepflanzt werden, daher die grosse Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Lichtwellen und wahrscheinlich auch der fortschreitenden Wärmewellen.

Wir sagen also: die Ursache der verschiedenen Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles und des Lichtes beruht darauf, dass der Schall durch die äussere

Elasticität der Körper, das Licht aber durch die innere Elasticität der Materie fortgepflanzt wird.

Wenn es uns somit gelungen ist, die grosse Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes im Vergleich zu derjenigen des Schalles ohne Dazwischenkunft eines Lichtäthers zu erklären, so erscheint auch die Annahme eines solchen als völlig überflüssig. Auch in den Lehrbüchern der Physik findet sich schon häufig die Hoffnung ausgesprochen, dass die Imponderabilien bald aus der Wissenschaft verschwinden werden, was allerdings mit der einige Seiten weiter vorgetragenen Lehre von dem Licht- und Wärmeäther, den magnetischen und elektrischen Flüssigkeiten schwer zusammenzureimen ist. — Es scheint uns, dass es an der Zeit ist, einen bestimmten Widerspruch gegen die Imponderabilien auszusprechen, denn sonst könnten sich immer noch auf das Wort des Lehrers vertrauende Schüler finden, die an diese Phantasiegebilde glauben und, selbst auf den Lehrstuhl gelangt, dazu beitragen würden, diese Irrthümer weiter zu verbreiten. — Sprechen wir es aus:

Es giebt keine Imponderabilien und folglich auch keinen zwischen den Atomen der Körper gelagerten Licht- oder Wärmeäther.

Wer an diesen Satz nicht glaubt, möge versuchen, das Gegentheil zu beweisen; wir hegen die Zuversicht, dass Jeder bei einem derartigen Versuche sich sehr bald von seinem Irrthume überzeugen wird. —

Von den Flüssigkeiten und Dämpfen.

§ 22. **Aufgabe der Naturtheorie.** Die Flüssigkeiten unterscheiden sich von den Gasen dadurch, dass sie ein fast vollkommen unveränderliches Volumen haben; die stärksten Kräfte, die man anwendet, vermögen ihr Volumen nur um ein Geringes zu verkleinern, wie auch ihre Ausdehnbarkeit durch die Wärme, im Vergleich zu derjenigen der Gase, eine sehr unbedeutende ist. Die leichte Verschiebbarkeit ihrer Theile an einander haben dagegen die Flüssigkeiten mit den Gasen gemein und sie geben

deshalb fast ebenso leicht wie diese der Einwirkung der formverändernden Kräfte nach.

In der atomistischen Theorie werden diese an den Flüssigkeiten beobachteten Eigenschaften auf folgende Weise erklärt: „Expansionskraft und Cohäsionskraft," heisst es, „stehen bei „den Flüssigkeiten in der Art im Gleichgewicht, dass bei einer „Annäherung der Theilchen die Expansionskraft, bedeutend „stärker wachsend als die Cohäsionskraft, so sehr das Ueber„gewicht erlangt, dass sie einer Compression kräftigen Wider„stand entgegensetzt, während bei wachsender Entfernung der „Molecüle der Ueberschuss der Cohäsionskraft nur unbedeutend „wird, so dass einer Trennung der Theilchen nur ein geringer „Widerstand entgegenwirkt."*) Dass in diesen Worten keine Erklärung liegt, wird wohl jeder unparteiische Naturforscher sogleich zugeben. — Die Cohäsionskraft wird als eine Anziehungskraft der Atome gedeutet. Vergebens sucht man aber nach einer Erscheinung, welche die Annahme einer Cohäsionskraft, geschweige denn einer Anziehungskraft, bei den Flüssigkeiten erfordert. Den zusammendrückenden Kräften setzen die Flüssigkeiten einen Widerstand entgegen, der, wie bei den Gasen, nur auf den im Inneren der Körper stattfindenden Bewegungen beruht; gegen andere mechanische Kräfte, welche die Theile der Flüssigkeiten von einander zu trennen streben, leisten sie nur einen geringen Widerstand, wie ein solcher schon aus der Trägheit der Materie hervorgehen kann; beim Verdampfen endlich hat die Wärme bei den Flüssigkeiten nur den Luftdruck zu überwinden, da es hinreichend ist, einen Theil des atmosphärischen Druckes unter der Luftpumpe zu beseitigen, um ein eben solches Kochen hervorzubringen, wie durch das Feuer. — Wo bleibt hier die vielmissbrauchte Anziehungskraft? — Ein Theil des äusseren Druckes wird aufgehoben, und die Theile der Flüssigkeiten fliegen mit Gewalt auseinander. Augenscheinlich beruht die sogenannte Cohäsion bei den Flüssigkeiten nur in dem auf sie ausgeübten Drucke, jedenfalls aber nicht in einer hypothetischen Anziehungskraft, welche durch

*) Pouillet-Müller, Lehrbuch der Physik, S. 125.

keine einzige Erscheinung angedeutet wird. — Die mechanische Wärmetheorie leistet schon ein Mehreres, indem sie den Nachweis von der Uebereinstimmung der an den Flüssigkeiten und Dämpfen beobachteten Erscheinungen mit der Annahme einer inneren Bewegung der Körper liefert, die Mittel giebt, die innere und äussere latente Wärme, sowie das specifische Volumen der Dämpfe auf theoretischem Wege zu bestimmen, und, was ihr Hauptnutzen ist, durch ihre ganze Behandlungsweise der Naturerscheinungen es unmöglich macht, ferner noch an den starren Lehren der atomistischen Theorie festzuhalten.

Indem die mechanische Wärmetheorie jedoch blos von der Annahme ausgeht: die Wärme sei eine innere Bewegung der Körper, ohne der Art und Weise dieser Bewegung eine bestimmte Hypothese zu Grunde zu legen, giebt sie keine Rechenschaft darüber, wonach die Wissbegierde des Menschen am meisten strebt, über den inneren Zustand der Körper und die Veränderungen desselben. In der That treten hier einige Fragen auf, deren Beantwortung noch in keiner Theorie versucht worden ist, nämlich: Worauf beruht die fast vollkommene Unveränderlichkeit des Volumens bei den Flüssigkeiten im Vergleich zu der leichten Veränderlichkeit desselben bei den Gasen? Wodurch wird der Siedepunkt der Flüssigkeiten bei gegebenem Druck und der durch Zwischenstufen unvermittelte Uebergang der Körper aus dem flüssigen in den gasförmigen Zustand bedingt? Welcher innere Unterschied besteht zwischen dem flüssigen und dampfförmigen Zustande eines Körpers?

Indem wir dazu schreiten, diese Fragen zu beantworten, treffen wir auf eine Schwierigkeit. — Von den einfachen Körpern giebt es nur zwei, welche bei gewöhnlicher Temperatur im flüssigen Zustande bekannt sind, das Quecksilber und das Brom. Dagegen beziehen sich die meisten Beobachtungen und die Untersuchungen der mechanischen Wärmetheorie auf zusammengesetzte Körper, von deren innerer Constitution wir noch nichts wissen; erst bei der Betrachtung der chemischen Verbindungen werden wir uns über die Zusammensetzung ihrer Wärmewellen und über die Dauer ihrer Wärmevibrationen Rechenschaft geben können. Andererseits ist das chemische

Verhalten der Körper so innig mit ihrem Dampfzustande verbunden, dass wir nicht im Stande sind, jenes zu erklären, bevor wir uns eine Vorstellung über den Unterschied zwischen dem flüssigen und dampfförmigen Zustande der Körper gemacht haben. Wir werden uns deshalb darauf beschränken müssen, nur die Bedeutung der an den Flüssigkeiten und Dämpfen beobachteten Erscheinungen zu erkennen, ohne, wie bei den Gasen, auf eine Erklärung der zwischen ihnen bestehenden Verschiedenheiten eingehen zu können. Um uns jedoch eine klare Vorstellung von den im Inneren der Flüssigkeiten bei ihrem Verdampfen vorkommenden Veränderungen zu machen, werden wir uns die in den zusammengesetzten Körpern wirkenden Wellensysteme mit Vibrationen von verschiedener Dauer durch ein einziges resultirendes Wellensystem ersetzt denken, dessen Wirkung gleich ist der Summe der Wirkungen seiner Componenten, ebenso wie man zwei und mehrere Bewegungen eines Körpers zu einer resultirenden Bewegung vereinigen kann, d. h. wir werden die zusammengesetzten Körper als einfache Körper betrachten und, in diesem Sinne, die in Bezug auf die einfachen Körper bereits geläufigen Ausdrücke: stehende Wärmewellen, Vibrationsatome, Vibrationsdauer u. s. w. auf die zusammengesetzten Körper unter den Flüssigkeiten und Dämpfen anwenden. So beziehen sich z. B. die ausführlichsten Beobachtungen und die genauesten empirischen Untersuchungen auf das Wasser, einen zusammengesetzten Körper, dessen Bestandtheile Wasserstoff und Sauerstoff sind. Denken wir uns in ihm die verschiedenen, aus dem Wasserstoff und Sauerstoff stammenden Vibrationsbewegungen durch ein resultirendes Wellensystem ersetzt, so können wir das Wasser als einen einfachen Körper betrachten; wenn es uns unter dieser Voraussetzung gelingt, die Erscheinungen, welche an dem Wasser beobachtet werden, zu erklären, so werden die auf diese Weise erlangten Resultate, nach der Analogie, auch als Erklärungen für die anderen Flüssigkeiten dienen können. —

§ 23. **Geringe Veränderlichkeit des Volumens bei den Flüssigkeiten.** Bei den Flüssigkeiten, wie bei allen anderen Körpern, gilt der Satz, dass Druck und Gegendruck, wenn

dabei keine Bewegungen entstehen, einander gleich sein müssen. Daraus folgt aber, dass die Expansionskraft einer Flüssigkeit nicht grösser sein kann, als der auf sie ausgeübte Druck. Wird der äussere atmosphärische Druck nur wenig verkleinert, so tritt dadurch noch keine bemerkbare Ausdehnung bei den Flüssigkeiten ein; ihre Expansionskraft gelangt also noch nicht zur Wirksamkeit und ist folglich noch geringer als der atmosphärische Druck; erst durch hinreichende Beseitigung desselben oder durch Zufuhr von Wärme finden bei dem Verdampfen der Flüssigkeiten bedeutendere Volumenveränderungen statt. Wenn aber die Expansionskraft der Flüssigkeiten eine so geringe ist, dass sie nicht die Stärke des atmosphärischen Druckes erreicht, so tritt hier die Frage auf, wodurch die Flüssigkeiten im Stande sind, den zusammendrückenden Kräften einen solchen unüberwindlichen Widerstand zu leisten, dass bei einer Belastung von 1 Kilogramm pro Quadratcentimeter ihre Zusammendrückbarkeit nur nach hunderttausendsten Theilen ihres ursprünglichen Volumens gemessen wird, während bei den Gasen ein gleicher Zuwachs des äusseren Druckes das Volumen fast auf die Hälfte reduciren würde.

Wir müssen augenscheinlich zwischen einer activen und einer passiven Expansionskraft der Flüssigkeiten unterscheiden.

Unter der activen Expansionskraft verstehen wir denjenigen Theil dieser Kraft, der bei hinreichender Aufhebung des äusseren Druckes sofort in Wirksamkeit tritt und die Theile der Flüssigkeit auseinandertreibt, d. h. das Verdampfen derselben hervorbringt; durch die passive Expansionskraft hingegen leisten die Flüssigkeiten blos einen Widerstand gegen die zusammendrückenden Kräfte.

Die active Expansionskraft ist bei gegebener Temperatur dem Drucke gleich, bei dem die Flüssigkeit zu kochen beginnt und sich in Dampf verwandelt; sie kann nicht kleiner sein, denn sonst könnte sie nicht den äusseren Druck überwinden, und auch nicht grösser, denn in diesem Falle müsste das Verdampfen schon früher anfangen. Die active Expansionskraft des Wassers ist folglich bei 0° C. gleich dem Gewichte von

5mm. Quecksilber, denn bei diesem Drucke tritt erst das Verdampfen des Wassers ein; bei 100° C. ist sie dem atmosphärischen Drucke gleich. Dieselbe Spannkraft besitzen bei diesen Temperaturen auch die gesättigten Dämpfe des Wassers. Die active Expansionskraft der Flüssigkeiten ist also bei gegebener Temperatur stets der Spannung ihrer gesättigten Dämpfe gleich. — Die active Expansionskraft der Flüssigkeiten wird, wie die Spannkraft der Gase, durch die stehenden Wärmevibrationen, d. h. durch den Druck, den diese nach allen Richtungen ausüben, hervorgebracht.

Auf diesen Gegenstand werden wir jedoch bei der Betrachtung der Verdampfungserscheinungen noch ausführlicher zurückkommen; für den Augenblick handelt es sich darum, den Widerstand, den die Flüssigkeiten, trotz ihrer geringen activen Expansionskraft, den zusammendrückenden Kräften entgegensetzen, mit einem Worte, die Entstehung ihrer passiven Expansionskraft zu erklären. Um diesen Gegenstand recht anschaulich zu machen, nehmen wir einen bestimmten Fall. Wir hätten z. B. vor uns eine Quantität Wasser von 20° C.; Wasser von dieser Temperatur, in die Barometerröhre hineingebracht, bewirkt eine Depression von 17 mm. Die Spannung der gesättigten Wasserdämpfe beträgt also bei 20° C. 17mm. Quecksilber und ist hinreichend, um das Wasser an einem weiteren Verdampfen zu verhindern. Nach unserer obigen Annahme beträgt also die active Expansionskraft des Wassers in diesem Falle auch nicht mehr als 17mm. Quecksilberdruck und dadurch wird allerdings einem unbedeutenden Theile des atmosphärischen Druckes das Gleichgewicht gehalten; es fragt sich aber nun, wodurch ist das Wasser im Stande, dem nachbleibenden Theile des Luftdruckes, 743mm., sowie den anderen zusammendrückenden Kräften, in seinen tieferen Lagen dem Gewichte der auf ihnen lastenden Wassersäule, einen derartigen Widerstand zu leisten, dass die Volumenveränderungen nur mit den genauesten Messwerkzeugen nachgewiesen werden können?

Bei der Erklärung der Zusammendrückbarkeit der permanenten Gase gelangten wir § 20. zu der theoretischen Consequenz, dass der Elasticitätsmodul der Materie in denselben

bei den Volumenveränderungen der cubischen Wurzeln aus den Dichtigkeiten proportional sei, dass folglich

$$E : E_1 = \sqrt[3]{D} : \sqrt[3]{D_1}.$$

Nur unter dieser Bedingung ist ein genaues Befolgen des Mariotte'schen Gesetzes, eine der Zunahme des Druckes proportionale Abnahme des Volumens, möglich. Wenn wir nun bei den Flüssigkeiten auf ein fast unveränderliches Volumen treffen, so deutet es zunächst darauf hin, dass obiges Verhältniss bei ihnen keine Gültigkeit mehr hat. Und allerdings: es sei uns das Volumen einer Flüssigkeit durch die Gleichung

$$V = nq^3\, l^3$$

gegeben. — Das Product nq^3, die absolute Anzahl der Vibrationsatome, kann im Allgemeinen als unveränderlich angenommen werden; bei der Unveränderlichkeit des Volumens der Flüssigkeiten muss also auch die Grösse ihrer Vibrationsatome l^3 eine unveränderliche sein.

Die Grösse der Vibrationsatome oder vielmehr die Länge der stehenden Wärmewellen l ist aber wiederum durch die Gleichung

$$l = \frac{w\, T}{2}$$

an die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wärmewellen und an die Dauer der Wärmevibrationen gebunden. — Da die Dauer der Wärmevibrationen eine unveränderliche ist, so deutet die Unveränderlichkeit der Länge der Wärmewellen auf eine unveränderliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit derselben hin.

Aus der Gleichung

$$w = \sqrt{\frac{E}{D}}$$

folgt aber dann weiter, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wärmewellen nur dann eine unveränderliche sein kann, wenn das Verhältniss zwischen der Dichtigkeit und der Elasticität der Materie ebenfalls ein unveränderliches ist. — Auf diese Weise werden wir zu der Annahme geführt, dass bei den

Flüssigkeiten das Verhältniss zwischen der Dichtigkeit und der Elasticität der Materie ein constantes, unveränderliches sei. Könnte sich die Dichtigkeit verändern, so würde sich in demselben Verhältnisse auch die Elasticität verändern; dadurch wird aber gerade jede Veränderung des Volumens und folglich auch der Dichtigkeit unmöglich. Gehen wir von der Voraussetzung des sich gleichbleibenden Verhältnisses zwischen der Dichtigkeit und der Elasticität der Materie aus, so folgt daraus, dass bei jedem Drucke die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wärmewellen

$$w = \sqrt{\frac{E}{D}},$$

die Länge der stehenden Wärmewellen bei einer sich gleichbleibenden Vibrationsdauer

$$l = \frac{w\,T}{2},$$

die Grösse der Vibrationsatome l^3 und das Volumen der Flüssigkeiten

$$V = nq^3\,l^3$$

unveränderliche Grössen sein müssen.

Obgleich wir uns durch diese Betrachtungen über die Unmöglichkeit einer bedeutenden Volumenveränderung bei den flüssigen Körpern vollkommen Rechenschaft geben können, so geht daraus doch noch nicht die Ursache hervor, durch welche sie im Stande sind, den zusammendrückenden Kräften einen der Grösse dieser Kräfte entsprechenden Widerstand zu leisten; es bleibt noch die Frage zu erörtern, da die active Expansionskraft der Flüssigkeiten unseren Bestimmungen gemäss nicht grösser sein kann als die Spannung ihrer gesättigten Dämpfe bei der gegebenen Temperatur, wodurch diejenige Expansionskraft bei ihnen entsteht, die wir als die passive bezeichnet haben. — Bei den Gasen tritt bei gesteigertem Drucke eine Abnahme des Volumens und eine Zunahme der Dichtigkeit ein; dadurch wird die active Expansionskraft so lange gesteigert, bis sie sich mit dem äusseren Drucke in's Gleichgewicht setzt

und jeder weiteren Volumenverminderung eine Grenze setzt. Bei den Flüssigkeiten tritt aber weder eine merkliche Volumenverkleinerung, noch eine Zunahme der Dichtigkeit ein, und dennoch sind sie im Stande, einem beliebig grossen, äusseren Drucke das Gleichgewicht zu halten. —

Wird eine Flüssigkeit einem erhöhten Drucke ausgesetzt, so muss sie zunächst ihm nachgeben, und es wird dadurch eine wenn auch sehr geringe Volumenabnahme eintreten. Mit dieser Volumenabnahme ist nothwendig auch eine Abnahme in der Grösse der Vibrationsatome verbunden. Mit der veränderten Dichtigkeit der Flüssigkeit verändert sich auch, unserer Voraussetzung gemäss, in demselben Verhältniss die Elasticität; dadurch bleibt die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wärmewellen und ihre Länge unveränderlich. Die Grösse der Vibrationsatome l^3 wird aber durch die Länge l der stehenden Wärmewellen bestimmt. Wird nun die Grösse der Vibrationsatome durch einen äusseren Druck nur im Geringsten verkleinert, während die Länge der stehenden Wärmewellen wegen des constanten Verhältnisses zwischen der Dichtigkeit und der Elasticität der Materie unveränderlich bleiben muss, so entspricht die Grösse der Vibrationsatome nicht mehr der Länge der stehenden Wärmewellen; an den Knotenflächen, durch welche die Vibrationsatome von einander getrennt werden, kann eine vollkommene Interferenz der Wärmewellen nicht mehr stattfinden, die inneren Bewegungen der Vibrationsatome greifen über ihre Knotenflächen hinaus, diese gerathen selbst in eine hin- und hergehende Bewegung, und die Folge davon ist nothwendiger Weise die Entstehung fortschreitender Wellen. — Solche fortschreitende Wellen sind aber, wie wir nach § 11. wissen, eine bewegende Kraft, welche, wenn sie keine Bewegung hervorzubringen vermag, sich als Druck äussert. — Indem die von jedem Vibrationsatom ausgehenden fortschreitenden Wellen sich mit einander vereinigen und sich nach allen Seiten verbreiten, wenden sie sich auch gegen den äussern Druck, setzen sich als Gegendruck mit ihm ins Gleichgewicht und verhindern dadurch jede weitere Volumenabnahme der Flüssigkeit. Wir sehen daraus, wie durch den Druck selbst im Innern der Körper eine Reaction hervor-

gerufen und eine Kraft bewirkt wird, welche sich mit dem äusseren Drucke ins Gleichgewicht setzt, ohne dass die active Expansionskraft deshalb gesteigert zu werden braucht. — Die Intensität der fortschreitenden Vibrationen hängt dabei von der Grösse des äusseren Druckes ab; mit seiner Zunahme nimmt auch die anfängliche Volumenabnahme der Flüssigkeit zu, gleichzeitig die Grösse des Widerspruchs zwischen der Länge der stehenden Wärmewellen und dem Durchschnitte der Vibrationsatome, zugleich auch die Intensität der Vibrationen, die als fortschreitende Wellen von den Vibrationsatomen ausgehen und die passive Expansionskraft der Flüssigkeit begründen. Die geringen Volumenveränderungen, welche wir bei den Flüssigkeiten beobachten, beweisen uns, dass diese fortschreitenden Wellen schon bei der geringsten Abnahme in der Grösse der Vibrationsatome eine hinreichende Intensität erreichen, um den bedeutendsten Kräften das Gleichgewicht halten zu können.

Bei der Rückwirkung, welche eine Flüssigkeit gegen einen gesteigerten Druck ausübt, müssen ihre Vibrationsatome, wie bei der Ausstrahlung der Wärme, einen Theil ihrer inneren Bewegung dazu verwenden, um fortschreitende Wellen von sich auszusenden. Dadurch müsste eine Abkühlung der Flüssigkeit erfolgen. Der Druck wird aber durch eben solche fortschreitende Wellen hervorgebracht; indem diese Wellen den zusammengedrückten Körper durchlaufen, bringen sie überall eine gesteigerte Bewegung hervor und ersetzen dadurch, wie die Einstrahlung der Wärme aus anderen Körpern, die ausgegebene lebendige Kraft wieder vollständig. Auf diese Weise wird durch die gleiche Ein- und Ausstrahlung der Wärme und durch die Gleichheit des Druckes und des Gegendruckes ein Volumen- und Temperaturgleichgewicht begründet, welches den Körpern gestattet, unveränderlich neben einander bestehen zu können. —

Die active und passive Expansionskraft der Flüssigkeiten zusammengenommen muss stets dem äusseren Drucke gleich sein. — Die active Expansionskraft der Flüssigkeiten können wir, wie bei den Gasen, dem Drucke, den sie vermittelst ihrer stehenden Wärmewellen auf die Flächeneinheit ausüben, gleichsetzen und somit nach Gl. (47) durch

$$\frac{2\,\alpha\,D\,i}{T}$$

ausdrücken. Für den Druck, den die fortschreitenden Wellen auf die Flächeneinheit ausüben, und folglich auch für die passive Expansionskraft, haben wir nach Gl. (43) den Ausdruck

$$\frac{4\,L\,D\,v}{\pi^2\,T_1}.$$

Die Summe dieser beiden Grössen muss dem äusseren Drucke p gleich sein; wir erhalten somit für die Flüssigkeiten die Gleichgewichtsgleichung

$$\frac{2\,\alpha\,D\,i}{T} + \frac{4\,L\,D\,v}{\pi^2\,T_1} = p.$$

Wird der Druck p gesteigert, so nimmt auch v und mit ihm die passive Expansionskraft der Flüssigkeiten zu; die active Expansionskraft bleibt aber unverändert. Wird der Druck p kleiner, so nimmt auch die passive Expansionskraft ab, was schon daraus folgt, dass sie auf fortschreitenden Wellen begründet ist, die mit ihrer Erregungsursache zugleich verschwinden. Wird dagegen die Temperatur der Flüssigkeit gesteigert, d. h. die Intensität i ihrer stehenden Wärmevibrationen und mit ihr auch die active Expansionskraft vergrössert, so muss die passive Expansionskraft kleiner werden, da die Summe beider stets dem äusseren Drucke gleich sein muss. Bei der Abkühlung tritt das Entgegengesetzte ein. Wird die Temperatur einer Flüssigkeit so weit gesteigert, dass ihre active Expansionskraft dem äusseren Drucke gleich wird, so wird die passive Expansionskraft gleich Null; die Flüssigkeit ist an ihrem Siedepunkte angelangt. Danach ist der Zustand einer Quantität Wasser bei 20° C. ziemlich klar. Durch seine stehenden Wärmevibrationen besitzt das Wasser eine active Expansionskraft, die gleich ist dem Drucke einer Quecksilbersäule von 17 mm. Höhe und hebt dadurch einen gleichen Theil des atmosphärischen Druckes auf. Durch den Rest des Luftdrucks, 743 mm., wird das Wasser etwas zusammengedrückt und dadurch die Entstehung fortschreitender Wellen veranlasst, welche als reagirende Kraft einen Gegendruck aus-

üben und dem äusseren Drucke das Gleichgewicht halten. — Wird der atmosphärische Druck vermindert, so kehren die Vibrationsatome allmälig zu ihrer normalen Grösse bei der gegebenen Temperatur zurück, und mit dem Drucke hört auch der gegen ihn ausgeübte Widerstand auf, wie es nicht anders sein kann, da dieser blos auf fortschreitenden Wellen begründet ist. Durch die Rückkehr der Vibrationsatome zu ihrer normalen Grösse nimmt auch das Wasser sein normales Volumen wieder an; zugleich ist, wenn sich der Druck bei einer Temperatur von 20° C. bis auf 17 mm. vermindert hat, die passive Expansionskraft des Wassers vollständig verschwunden, und es bleibt nur die active Expansionskraft der stehenden Wärmewellen nach, die wir sehr wohl, wenn wir das Wasser als einen einfachen Körper betrachten und mit T die Vibrationsdauer ihres resultirenden Wellensystems bezeichnen, durch die Gleichung

$$\frac{2\,\alpha\,D\,i}{T} = 17 \text{ mm.}$$

ausdrücken können. Wird der Druck noch weiter geschmälert, so dass die active Expansionskraft des Wassers das Uebergewicht über den äussern Druck gewinnt, so tritt dennoch nicht, wie bei den Gasen, eine entsprechende Ausdehnung der Flüssigkeit ein, sondern aus derselben Ursache, weshalb eine starke Zusammendrückung der Flüssigkeiten unmöglich ist, widersetzt sich auch das unveränderliche Verhältniss der Elasticität und der Dichtigkeit der Materie einer jeden Ausdehnung. Der Ueberschuss der activen Expansionskraft wird in Folge dessen dazu verwendet, Theile der Flüssigkeit in einen anderen Aggregatzustand überzuführen, wie wir es bei der Betrachtung der Verdampfungserscheinungen genauer darstellen werden.

Wird einer Flüssigkeit Wärme zugeführt, so wird dadurch die Intensität ihrer stehenden Wärmevibrationen erhöht und zugleich auch ihre active Expansionskraft gesteigert. In dem Maasse wie diese zunimmt, schwindet die passive Expansionskraft, so dass die Summe beider immer dem äussern Drucke gleich bleibt. Bei der Erwärmung beobachten wir eine grössere oder kleinere Ausdehnung der Flüssigkeiten. Diese Ausdehnung

ist zwar für eine gleiche Temperaturerhöhung bedeutend geringer als bei den Gasen; sie ist aber grösser als die Volumenveränderungen, welche durch einen gesteigerten Druck hervorgebracht werden. Dadurch wird uns der Beweis geliefert, dass durch die Steigerung der Vibrationsintensität ein verändertes Verhältniss zwischen der Elasticität und der Dichtigkeit der Materie in den Flüssigkeiten herbeigeführt wird, wodurch eine Vergrösserung ihrer Vibrationsatome und ihres Volumens möglich ist. Die Wärme bringt somit bei den Flüssigkeiten eine doppelte Wirkung hervor: sie steigert ihre active Expansionskraft und vergrössert ihr Volumen. Bei der Erwärmung der Gase unter constantem Drucke tritt nur eine Ausdehnung ein; die active Expansionskraft bleibt aber unverändert und dem äusseren Druck gleich, indem der Zunahme der Vibrationsintensität eine Abnahme der Dichtigkeit entspricht. Bei constantem Volumen wird bei den Gasen die active Expansionskraft, d. h. die Spannkraft vergrössert und dem entsprechend muss auch der äussere Druck gesteigert werden, wenn keine Volumenzunahme eintreten soll. Bei den Flüssigkeiten wird durch die Wärme die active Expansionskraft auf Kosten der passiven Expansionskraft gesteigert und diese Steigerung kann deshalb auch ohne bedeutende Volumenveränderungen erfolgen.

Wird die Temperatur einer Flüssigkeit so weit gesteigert, dass ihre active Expansionskraft gleich dem äusseren Drucke wird, so ist ihre passive Expansionskraft gleich Null. Die Flüssigkeit ist an der Grenze ihres flüssigen Zustandes angelangt, sie geht in Dampf über, eine Erscheinung, zu deren Betrachtung wir nunmehr übergehen wollen.

§ 24. **Das Verdampfen der Flüssigkeiten.** Ist eine Flüssigkeit so weit erwärmt, dass ihre active Expansionskraft dem äusseren Drucke gleich geworden ist, so ist zugleich ihre passive Expansionskraft gleich Null. Der Druck, den sie vermittelst ihrer stehenden Wärmevibrationen auf die Flächeneinheit ausübt, kann dann, wie bei den Gasen, durch die Gleichung

$$\frac{2 \alpha D i}{T} = p$$

ausgedrückt werden. Die Flüssigkeit hat ihren Siedepunkt erreicht. —

Bei einer weiteren Steigerung der Temperatur kann die Zunahme der activen Expansionskraft nicht mehr durch eine entsprechende Abnahme der passiven Expansionskraft, wie bei den niedrigen Temperaturgraden, ausgeglichen werden, sondern die Zunahme der Vibrationsintensität müsste, wie bei den Gasen, eine Steigerung der raumerfüllenden Kraft der Wärme bewirken und eine bedeutende Zunahme des Volumens der Flüssigkeit nach sich ziehen. Das Volumen der Flüssigkeiten ist aber, wie wir wissen, nicht allein von der Spannkraft ihrer Wärmewellen, sondern auch von der Grösse ihrer Vibrationsatome abhängig. Bei einer Flüssigkeit, welche ihren Siedepunkt erreicht hat, verlangt die gesteigerte Spannkraft der Wärmewellen eine Zunahme des Volumens in demselben Verhältnisse, wie sie bei den Gasen für eine gleiche Temperaturerhöhung eingetreten wäre; die Grösse der Vibrationsatome ist aber durch das Verhältniss der Elasticität und der Dichtigkeit der Materie bestimmt; es müssen zu gleicher Zeit, bei weiterer Zufuhr von Wärme auch über den Siedepunkt hinaus, für die Flüssigkeit die beiden Gleichungen

$$\frac{2\alpha D i}{T} = p$$

und

$$V = nq^3 l^3 = \frac{nq^3 w^3 T^3}{8} = \frac{nq^3 T^3}{8} \sqrt{\left(\frac{E}{D}\right)^3}$$

erfüllt sein. — Das Verhältniss der Elasticität und der Dichtigkeit der Materie in den Flüssigkeiten ist aber ein constantes, oder bei gesteigerter Temperatur ein in so geringem Grade veränderliches, dass die nach der zweiten Gleichung zulässige Volumenzunahme nicht derjenigen Abnahme der Dichtigkeit entspricht, welche bei gesteigerter Vibrationsintensität durch die erste Gleichung gefordert wird. Wenn aber die Wärme, welche einer an ihrem Siedepunkte angelangten Flüssigkeit zugeführt wird, nicht im Stande ist, diese der ersten Gleichung entsprechend auszudehnen, so wird der dadurch entstandene Ueber-

schuss an innerer Arbeit dazu verwendet, im Innern der Flüssigkeit solche Veränderungen hervorzubringen, durch welche sie theilweise in einen Zustand übergeführt wird, bei dem ihre Spannung und ihr Volumen wieder in Uebereinstimmung mit einander sind. Dieser Zustand wird durch das Verdampfen erreicht. Der Rest der Flüssigkeit und ihre Temperatur bleiben dabei unverändert, weil jede Steigerung der Vibrationsintensität ohne Dampfbildung einen Zustand herbeiführen müsste, welcher einen inneren Widerspruch in sich enthält und deshalb unmöglich ist. Die Temperatur einer Flüssigkeit kann deshalb nicht über ihren Siedepunkt steigen und alle zugeführte Wärme wird zu einer Disgregationsarbeit verwendet, durch welche Theile der Flüssigkeit in Dampf von gleicher Temperatur verwandelt werden. Den Vorgang dabei stellen wir uns auf folgende Weise vor:

Bei dem Verdampfen der Flüssigkeiten beobachten wir zunächst eine bedeutende Volumenzunahme; das Wasser z. B. nimmt als Dampf einen fast 1700 mal grösseren Raum ein als im flüssigen Zustande. Da wir nun unmöglich eine der Gleichung

$$V = nq^3\,l^3$$

entsprechende, gleiche Zunahme in der Grösse der Vibrationsatome l^3 voraussetzen können, weil damit nach der Gleichung

$$l = \frac{wT}{2}$$

eine so bedeutende Steigerung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wärmewellen verbunden wäre, wie wir sie in keinem Falle zu beobachten die Gelegenheit haben, so sehen wir uns veranlasst, beim Verdampfen der Flüssigkeiten eine Vermehrung der Anzahl der Vibrationsatome anzunehmen. Ist uns das Volumen einer bestimmten Quantität Wasser durch die Gleichung

$$V = nq^3\,l^3$$

und das Volumen derselben Quantität Wasser als Dampf durch die Gleichung

$$V_1 = n_1 q_1^3 l_1^3$$

gegeben, so ist, wenn $V_1 = 1700$ V, auch $n_1 q_1^3 l_1^3 = 1700$ nq^3 l. — Ist nun l_1^3 nicht in demselben Verhältnisse grösser als l^3, d. h. ist $l_1^3 < 1700\ l_3$, so muss nothwendiger Weise $n_1 q_1^3 > nq^3$ sein, d. h. die absolute Anzahl der Vibrationsatome im Dampfe ist grösser als in der Flüssigkeit, aus der dieser Dampf entstanden ist.

Wir wissen aus der Schalllehre, dass eine ihrer ganzen Länge nach schwingende Saite in mehrere Abtheilungen zerfallen kann, von denen jede hernach für sich vibrirt. — Zwar findet in diesem Falle auch eine Veränderung in der Schwingungsdauer statt; es lässt sich aber denken, dass, wenn mit der Entstehung neuer Schwingungsknoten eine plötzliche Verlängerung der Saite eintreten würde, auch eine vermehrte Anzahl stehender Wellen mit unveränderter Vibrationsdauer auf der länger gewordenen Saite entstehen könnte. — Ein derartiger Vorgang findet beim Verdampfen der Flüssigkeiten statt. Durch die gesteigerte Expansionskraft tritt an den am meisten erwärmten Stellen eine gewaltsame Ausdehnung der Flüssigkeit ein; die stehenden Wellen zerfallen dabei, wie die Luftwellen in den Orgelpfeifen, in mehrere Wellen und diese nehmen, bei unveränderter Vibrationsdauer, eine bedeutend grössere Länge ein als vorher die einzelnen Wellen, aus deren Theilung sie entstanden sind. Zugleich mit der Zertheilung der Wärmewellen tritt auch eine Vermehrung der Vibrationsatome ein, im Verhältniss der dritten Potenz der neu gebildeten Wellen. Für jede Zweitheilung der stehenden Wärmewellen z. B. nimmt die Zahl der Vibrationsatome um das Achtfache zu. — Durch die Zunahme der Anzahl der Vibrationsatome erklärt sich die plötzliche, unvermittelte Zunahme des Volumens bei dem Verdampfen der Flüssigkeiten. Die hinzukommende Wärme wird dazu verbraucht, um die Vibrationsintensität der neu gebildeten Vibrationsatome in so weit zu steigern, dass der Dampf bei der geschmälerten Dichtigkeit des Körpers im Stande wäre, dem äussern Drucke das Gleichgewicht zu halten. Dabei tritt wahrscheinlich auch eine veränderte Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wärmewellen

ein, so dass die nach Multiplen erfolgte Vermehrung der absoluten Anzahl der Vibrationsatome, die wir in der Erscheinung erkennen müssten, durch die stetige Zunahme ihrer Grösse verdeckt wird. — Schliesslich nimmt der Dampf einen Zustand an, durch welchen beiden, sein Volumen bestimmenden Gleichungen Genüge geleistet wird, seine Dichtigkeit folglich der Gleichung

$$\frac{2\alpha D i}{T} = p$$

und sein Volumen der Gleichung

$$V = nq^3 l^3,$$

d. h. der Grösse und der Anzahl seiner Vibrationsatome entspricht.

Nach unserer Theorie ist somit das Verdampfen der Flüssigkeiten nichts Anderes, als eine bedeutende Vervielfältigung der Vibrationsatome mit einer gleichzeitigen Steigerung der Intensität der Wärmevibrationen, damit der Dampf bei der bedeutenden Abnahme der Dichtigkeit im Stande wäre, durch seine Spannkraft dem äusseren Drucke das Gleichgewicht zu halten. Das Verdampfen tritt nur dann ein, wenn die active Expansionskraft der Flüssigkeit dem äusseren Drucke gleich geworden ist und durch eine weitere Zufuhr von Wärme das Uebergewicht über denselben erlangt. Die Wärme hat also beim Verdampfen einer Flüssigkeit nur den äusseren Druck, nicht aber eine vermeintliche Anziehungskraft der Atome zu überwinden, welche letztere nur in der Phantasie der empirischen Naturforscher existirt. — Die Abhängigkeit des Siedepunktes von dem äusseren Drucke erklärt sich auf dieselbe Weise. Da das Verdampfen einer Flüssigkeit nur dann beginnt, wenn ihre active Expansionskraft dem äusseren Drucke gleich geworden ist, so folgt daraus, dass, wenn der äussere Druck grösser wird, das Verdampfen nur dann beginnen kann, wenn die active Expansionskraft der Flüssigkeit

$$\frac{2\alpha D i}{T} = p$$

einen höheren Werth erlangt hat, d. h. wenn die Intensität i der Vibrationen eine grössere ist oder, mit anderen Worten, wenn die Temperatur der Flüssigkeit eine höhere geworden ist. Befindet sich eine Flüssigkeit unter einem erhöhten Drucke, so ist auch ihre passive Expansionskraft eine grössere, als unter dem atmosphärischen Drucke. Wird die Temperatur dieser Flüssigkeit bis zu ihrem gewöhnlichen Siedepunkte gesteigert, so kann sie deshalb noch nicht in Dampf übergehen, sondern sie behält noch einen Theil der passiven Expansionskraft nach; die weitere Steigerung der activen Expansionskraft wird durch eine Abnahme der passiven Expansionskraft compensirt und das Volumen der Flüssigkeit ist allein von der Gleichung

$$V = nq^3 \, l^3$$

abhängig. Erst dann, wenn durch eine gesteigerte Temperatur die active Expansionskraft dem äusseren Drucke gleich wird und die passive Expansionskraft vollkommen verschwunden ist, tritt der Grenzpunkt für den tropfbar-flüssigen Zustand der Flüssigkeit ein und ist diese gezwungen, in den Dampfzustand überzugehen. —

§ 25. **Latente Wärme der Dämpfe.** Während des Verdampfens einer Flüssigkeit bleibt die Temperatur derselben unveränderlich; die ihr zugeführte Wärme kann nicht einfach zur Steigerung der Vibrationsintensität verwendet werden, weil dadurch ein unmöglicher Zustand hervorgebracht wird, sondern sie verrichtet die zum Verdampfen der Flüssigkeit erforderliche Arbeit und geht dadurch, dass dabei Dampf von derselben Temperatur wie die der Flüssigkeit entsteht, für das Thermometer verloren. Diese für das Thermometer und das Gefühl scheinbar verschwundene Wärme wird, in Wärmeeinheiten ausgedrückt, als Verdampfungswärme oder als latente Wärme der Dämpfe bezeichnet.

Wir verdanken Regnault eine Reihe der genauesten Beobachtungen, sowohl über die specifische als auch über die latente Wärme verschiedener Flüssigkeiten. Seine Versuche geben einen Aufschluss darüber, welche Wärmemenge der Gewichtseinheit einer Flüssigkeit von aussen zuzuführen ist, um

gesättigten Dampf von einer bestimmten Temperatur zu bilden; man ersieht, welcher Theil erst zur Erwärmung der Flüssigkeit, welcher Theil ferner zur Dampfbildung verbraucht wird. — Nach der mechanischen Wärmetheorie kann jedoch die sämmtliche einer Flüssigkeit zugeführte Wärme nicht in dem gebildeten Dampfe enthalten sein, da der Dampf bei seiner Bildung sich Raum schaffen muss, indem er den äusseren Druck überwindet, folglich eine äussere Arbeit verrichtet, welcher eine gewisse Wärmemenge entspricht, die während des Vorganges verschwindet. — Man unterscheidet deshalb in der mechanischen Wärmetheorie eine äussere und innere latente Wärme der Dämpfe. Unter der äusseren latenten Wärme versteht man denjenigen Theil der Verdampfungswärme, welcher dazu verbraucht wird, um beim Verdampfen der Gewichtseinheit einer Flüssigkeit den äusseren Druck zu überwinden und der aus diesem Grunde in dem Dampfe nicht mehr enthalten sein kann. Die innere latente Wärme ist dagegen die Wärmemenge, welche in der Gewichtseinheit eines gesättigten Dampfes mehr enthalten ist, als in einem gleichen Gewichte Flüssigkeit bei ihrem Siedepunkte. Die äussere und die innere latente Wärme zusammengenommen sind der Verdampfungswärme gleich. —

Die Art und Weise, wie die äussere und innere latente Wärme in der mechanischen Wärmetheorie berechnet werden, können wir an einem speciellen Falle erläutern. Für Wasser unter dem atmosphärischen Drucke beträgt die Verdampfungswärme nach Regnault 536,5 Wärmeeinheiten. Da nach der mechanischen Wärmetheorie jede Wärmeeinheit einer Arbeitsleistung von 424 Meterkilogrammen gleich kommt, so ist die beim Verdampfen eines Kilogramms Wasser unter dem atmosphärischen Drucke geleistete Arbeit gleich 536,5. 424 = 227476 Meterkilogrammen. Der Dampf von einem Kilogramm Wasser nimmt nach der mechanischen Theorie in gesättigtem Zustande 1,6504 Kubikmeter ein; es wird also bei seiner Verdampfung der auf einem Quadratmeter lastende Druck von 10334 Kilogrammen auf einem Wege von 1,6504 Meter überwunden. Es berechnet sich demnach die beim Verdampfen eines Kilogramms Wasser geleistete äussere Arbeit auf 10334 . 1,6504 = 17048

Meterkilogrammen und somit auch, wenn wir diese letzte Zahl mit 424 dividiren, die äussere latente Wärme auf 40,207 Wärmeeinheiten. Die innere latente Wärme findet sich dann, wenn wir die auf diese Weise gefundene innere latente Wärme von der Verdampfungswärme abziehen, gleich 536,5 — 40,207 = 496,29 Wärmeeinheiten und die geleistete innere Arbeit gleich 496,29 . 424 = 210429 Meterkilogrammen.

Bei den Gasen haben wir gefunden, dass, um die raumerfüllende Kraft in einem Kubikmeter zu begründen, eine Arbeit von 25211 Meterkilogrammen erforderlich ist; da aber nach der mechanischen Wärmetheorie der Dampf von einem Kilogramm Wasser 1,6504 Cubikmeter einnimmt, so folgt daraus, dass 25211 . 1,6504 = 41108 Meterkilogrammen erforderlich sind, um einem Kilogramm Wasserdampf unter dem atmosphärischen Drucke die erforderliche, raumerfüllende Kraft zu ertheilen. Ziehen wir diese Grösse von der inneren Arbeit der latenten Wärme ab, so behalten wir einen inneren Arbeitsvorrath von 210429 — 41108 = 169321 Meterkilogrammen, über dessen Verwendung wir uns für den Augenblick noch keine rechte Rechenschaft geben können. Erst im nächsten Abschnitte, wenn wir nach Ermittelung der innern Constitution der festen Körper uns eine klare Vorstellung über die Verschiedenheit der Aggregatzustände werden gemacht haben, werden wir erkennen, dass dieser Theil der inneren latenten Wärme dazu verwendet wird, um eine Disgregationsarbeit zu verrichten, und den Dämpfen diejenigen Eigenschaften zu ertheilen, durch welche sie sich von den Flüssigkeiten unterscheiden und deshalb in eine Classe mit den Gasen gestellt werden müssen. So viel erkennen wir aber bereits, dass 25211 Meterkilogramme, welche erforderlich sind, um die raumerfüllende Kraft in einem Cubikmeter eines Gases zu begründen, nur der kleinste Theil der in ihm enthaltenen inneren Arbeit ist, indem jedes Gas als der Dampf einer Flüssigkeit betrachtet werden kann und folglich in sich nicht allein die als raumerfüllende Kraft auftretende Arbeit enthält, sondern auch diejenige Arbeit der latenten Wärme, welche bei seinem Uebergange in den Gaszustand als Disgregationsarbeit verbraucht worden ist.

§ 26. **Condensation der Dämpfe und der compressibelen Gase.** — Das Verdampfen der Flüssigkeiten haben wir als eine Vervielfältigung der Vibrationsatome erkannt; umgekehrt ist die Condensation der Dämpfe ein Zusammenfliessen mehrerer Vibrationsatome in Eins. Dieses Zusammenfliessen tritt jedoch nur dann ein, wenn die Dämpfe ihren Sättigungspunkt erreicht haben. Von den Dämpfen, welche von ihrem Sättigungspunkte weit entfernt sind, lässt sich annehmen, dass sie, mehr oder weniger genau, die für permanente Gase gültigen Gesetze von Mariotte und Gay-Lussac befolgen. Das Befolgen dieser Gesetze ist aber, wie wir nach § 20. wissen, nur unter der Bedingung möglich, dass bei allen Volumenveränderungen die Elasticität der Materie sich im Verhältniss der cubischen Wurzel aus ihrer Dichtigkeit verändert, ein Verhältniss, welches folglich auch bei den überhitzten Dämpfen stattfinden muss. Die überhitzten Dämpfe unterscheiden sich bei gegebenem Druck und gleicher Quantität von den gesättigten Dämpfen dadurch, dass sie einen viel grösseren Raum einnehmen; die ihnen durch ihre geringere Dichtigkeit nach der Gleichung

$$\frac{2 \alpha D i}{T} = p$$

abgehende Spannkraft wird ihnen durch eine erhöhte Vibrationsintensität und folglich auch durch eine höhere Temperatur wiederersetzt.

Die Unregelmässigkeiten, welche die Dämpfe und die compressibelen Gase bei ihrer Annäherung an den Sättigungspunkt zeigen, d. h. ihre immer stärker werdenden Abweichungen von dem Mariotte'schen Gesetze, sind ein Beweis dafür, dass das Verhältniss, welches bei den permanenten Gasen die Elasticität und die Dichtigkeit der Materie an einander bindet, bei ihnen nicht mehr erfüllt ist, sondern dass die Elasticität bei der Zusammendrückung eines in der Nähe seines Sättigungspunktes befindlichen Gases oder Dampfes in einem geringeren Grade zunimmt, als wie dies bei den permanenten Gasen der Fall ist. Die Folge davon ist eine stärkere Abnahme der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wärmewellen und der Grösse der Vibrations-

atome und mithin auch eine grössere Compressibilität der Dämpfe. Damit die Spannkraft der compressibelen Dämpfe dem äusseren Drucke gleich bleibe, muss die im Vergleich zum Drucke stärkere Zunahme der Dichtigkeit durch eine Abnahme der Vibrationsintensität compensirt sein, woraus wir also ersehen, dass bei den sich ihrem Sättigungspunkte nähernden Dämpfen die Vibrationsintensität bei derselben Temperatur nicht mehr derjenigen der permanenten Gase gleich sein kann, eine Annahme, welche wir bereits bei der Erklärung der wenn auch unbedeutenden Abweichungen der permanenten Gase von dem Mariotte'-schen Gesetze gemacht haben.

Hat ein Dampf durch Druck oder Abkühlung seinen Sättigungspunkt erreicht, so bringt ein noch mehr erhöhter Druck bei gleicher Temperatur oder eine weitere Abkühlung eine Verflüssigung des Dampfes hervor. Der erhöhte Druck verlangt nach der Gleichung

$$\frac{2 \alpha D i}{T} = p$$

eine Zunahme der Dichtigkeit; dadurch wird zugleich das Volumen des Dampfes bestimmt; wenn aber dieses Volum nicht auch zugleich der Gleichung

$$V = n q^3 l^3$$

entspricht, so sieht man ein, dass bei gleichbleibender Anzahl der Vibrationsatome jede weitere stetige Volumenabnahme unmöglich wird. Es tritt hier für die Dämpfe derselbe Fall ein wie für die Flüssigkeiten bei ihrem Siedepunkte. Unter jedem Drucke giebt es für die verdampfenden Körper zwei Grenzen — den Siedepunkt der Flüssigkeit und den Sättigungspunkt der Dämpfe, zwischen denen es keine Zwischenstufen für den Körper giebt. — Erreicht eine Flüssigkeit ihren Siedepunkt, so kann sie sich, der zugeführten Wärme entsprechend, weder ausdehnen noch erwärmen, sondern muss in Dampf übergehen; ist der Dampf durch Druck und Kälte an seinem Sättigungspunkte angelangt, so kann er sich weder zusammenziehen noch abkühlen, ohne flüssig zu werden. —

Die bedeutende Volumenabnahme, welche die Dämpfe bei ihrer Verflüssigung erleiden, liefert den Beweis, dass dieselbe nicht blos auf einer Abnahme der Grösse der Vibrationsatome beruht, sondern durch ein Zusammenfliessen mehrerer Vibrationsatome in Eins, durch eine Abnahme der absoluten Anzahl derselben bewirkt wird, wodurch die Flüssigkeit im Vergleich zu ihrem Dampfe einen überaus kleinen Raum einzunehmen vermag; zugleich tritt auch das constante Verhältniss zwischen der Elasticität und der Dichtigkeit der Materie ein, wodurch jede weitere bedeutende Abnahme der Grösse der Vibrationsatome und des Volumens der Flüssigkeit unmöglich wird, und diese nur durch das Auftreten der passiven Expansionskraft befähigt wird, einem erhöhten, äusseren Drucke einen entsprechenden Widerstand zu leisten.

Bei der Condensation eines Dampfes kommt alle Wärme, welche bei dem Verdampfen der Flüssigkeit verbraucht worden ist, wieder zum Vorschein. Zunächst wird die äussere latente Wärme, welche beim Verdampfen der Flüssigkeit zum Raumschaffen verwendet worden ist, durch den äusseren Druck wiedererstattet, ferner wird derjenige Theil der Wärme, welcher als raumerfüllende Kraft des Dampfes dient, überflüssig, zuletzt auch der Theil, den wir als Disgregationsarbeit bezeichnet haben. Alle Bewegungen, durch welche diese Arbeiten verrichtet wurden, theilen sich der Umgebung der Flüssigkeit mit und bringen diejenige Erscheinung hervor, die wir als das Freiwerden der latenten Wärme bezeichnen. —

§ 27. **Dauer der Wärmevibrationen der einfachen Körper, die im Dampfzustande bekannt sind.** Die in den vorangehenden Paragraphen für das Wasser gegebenen Erklärungen gelten nun auch im Allgemeinen für die anderen Körper, welche im flüssigen und dampfförmigen Zustande bekannt sind. Wie beim Wasser beruht auch bei ihnen die Unveränderlichkeit ihres Volumens im flüssigen Zustand auf der unveränderlichen Grösse der Vibrationsatome, der Widerstand, den sie den zusammendrückenden Kräften entgegensetzen, auf einer passiven Expansionskraft, welche stets dann auftritt, wenn die Vibrationsatome durch Druck auf eine kleinere, als bei der gegebenen Temperatur

normale Grösse beschränkt werden. Auch für sie tritt ein Grenzpunkt des flüssigen Zustandes ein, wenn sie ihren Siedepunkt erreicht haben, bei welchem jede weitere Erwärmung und Ausdehnung durch einen inneren Widerspruch unmöglich wird, und die Flüssigkeiten dadurch gezwungen werden, in den Dampfzustand überzugehen. — Mit dem Dampfzustande nehmen auch die einfachen Körper die Eigenschaften der Gase an, das Verhältniss der Elasticität und der Dichtigkeit der Materie wird ein wechselndes, wodurch eine leichtere Volumenveränderlichkeit der Dämpfe begründet wird, bis dieses Verhältniss endlich bei höheren Temperaturen das für die permanenten Gase gültige Gesetz erreicht und die Dämpfe von da an in ihrem überhitzten Zustande dem Mariotte'schen Gesetze folgen.

Haben die Dämpfe der einfachen Körper bei einem hinreichend überhitzten Zustande ihre sogenannte wahre Dichtigkeit erreicht, d. h. einen Zustand, bei welchem ihr specifisches Gewicht im Vergleich zu dem specifischen Gewichte der Luft oder des Wasserstoffs ein constantes ist, so ist auch für sie die Annahme, dass die Intensität ihrer Wärmevibrationen bei gleicher Temperatur derjenigen der Gase und der anderen überhitzten Dämpfe gleich ist, zulässig; es eröffnet sich auch für sie, wie für die permanenten Gase, die Möglichkeit, mit Hülfe der Gleichgewichtsgleichung

$$\frac{D_1 i_1}{T_1} = \frac{D_2 i_2}{T_2}$$

aus der beobachteten, wahren Dichtigkeit die relative Dauer ihrer stehenden Wärmevibrationen zu bestimmen. Es folgt aus obiger Gleichung, wenn wir $i_1 = i_2$ setzen, die Proportion

$$D_1 : D_2 = T_1 : T_2$$

wonach also die Dauer der stehenden Wärmevibrationen bei den einfachen Dämpfen sich zu einander verhält, wie ihre wahren Dichtigkeiten.

In der folgenden Tabelle geben wir für die Dauer der Wärmevibrationen in den einfachen Dämpfen und Gasen diejenigen Zahlen an, welche sich später bei der Betrachtung des

chemischen Verhaltens dieser Körper mit grosser Wahrscheinlichkeit als die richtigen herausstellen werden.

	Wahre Dichtigkeit.	Dauer der Wärmevibrationen.
Wasserstoff	1	1
Stickstoff	14,03	14
Sauerstoff	15,97	16
Schwefel	32,23	32
Chlor	35,26	36
Cadmium	56,93	50
Phosphor	65,02	30
Brom	80,05	84
Selen	82,08	80
Quecksilber	101,50	100
Jod	126,15	132
Tellur	131,20	128
Arsenik	153,10	78

Sind die von uns für die relative Dauer der Wärmevibrationen der einfachen Dämpfe gewählten Zahlen — wie wir allen Grund haben es zu glauben — die richtigen, so erklären sich die geringen Abweichungen von diesen Zahlen, welche wir in der obigen Tabelle bei den Dampfdichtigkeiten bemerken, entweder dadurch, dass diese Dichtigkeiten noch nicht mit völliger Genauigkeit beobachtet worden sind, oder dadurch, dass die Annahme, die Intensität der Wärmevibrationen sei bei gleicher Temperatur bei allen überhitzten Dämpfen und Gasen eine gleiche, nicht vollständig erfüllt ist; diese Annahme gilt nur für einen vollkommenen Gaszustand, zu dem die Dämpfe und Gase nur Annäherungen sind. Bei zwei Körpern, dem Phosphor und Arsen, haben wir die Dauer der Wärmevibrationen nur halb so gross angenommen als ihre Dichtigkeit. Die Veranlassung dazu werden wir bei der speciellen Betrachtung des chemischen Verhaltens dieser Körper erkennen. Es ist wahrscheinlich, dass der beobachtete Dampf dieser Körper das Ergebniss einer unvoll-

kommenen Verdampfung derselben war und dass ebenso wie die Dichtigkeit des Schwefeldampfes nahe dem Siedepunkte dreimal grösser gefunden wird wie bei höherer Temperatur, auch bei dem Phosphor und Arsen durch eine nochmalige Verdoppelung der Vibrationsatome erst bei einer höheren Temperatur sich die wahre Dampfdichtigkeit herausstellen wird.

Bezeichnen wir die Dichtigkeit einer Flüssigkeit bei ihrem Siedepunkte mit γ_1, die zu ihrer Oberfläche normale Componente der Wärmevibrationen mit u_1, so haben wir, da die active Expansionskraft der Flüssigkeiten bei ihrem Siedepunkte dem äusseren Drucke gleich ist, die Gleichung

$$\frac{2\,\alpha\,\gamma_1\,u_1}{T_1} = p.$$

Ist uns ausserdem die Spannung der Dämpfe bei demselben Drucke durch die Gleichung

$$\frac{2\,\alpha\,D_1\,i_1}{T_1} = p$$

gegeben, so folgt aus beiden Gleichungen

$$\gamma_1\,u_1 = D_1\,i_1.$$

Da die Dichtigkeiten den Beobachtungen entnommen werden können, so liesse sich, wenn man die entsprechenden Grössen in die letzte Gleichung einsetzt, die Zunahme der Vibrationsintensität bei dem Uebergange der Körper aus dem flüssigen in den dampfförmigen Zustand bestimmen. Hätten wir für den Siedepunkt einer anderen Flüssigkeit die Gleichung

$$\frac{2\,\alpha\,\gamma_2\,u_2}{T_2} = p,$$

so wäre auch

$$\frac{\gamma_1\,u_1}{T_1} = \frac{\gamma_2\,u_2}{T_2}.$$

Da uns die relative Dauer der Wärmevibrationen derjenigen einfachen Körper, bei welchen die wahre Dampfdichtigkeit bestimmt worden ist, bekannt ist, ihre Dichtigkeiten beim Siede-

punkte im flüssigen Zustande aber durch Beobachtungen ermittelt werden könnten, so gewährt die letzte Gleichung die Möglichkeit, auch das Verhältniss der Vibrationsintensitäten der Flüssigkeiten bei ihrem Siedepunkte zu bestimmen. Leider fehlen aber noch die erforderlichen empirischen Thatsachen, da die hohen Temperaturen der meisten einfachen Körper bei ihrem Siedepunkte die Beobachtungen ihrer Dichtigkeit bedeutend erschweren. —

Bezeichnen wir ferner die Wärme, welche eine bestimmte Quantität eines einfachen Körpers beim Siedepunkte in sich enthält, mit

$$\frac{A\ M_1\ \nu_1^2}{T_1}$$

und mit

$$A\ \frac{M_1\ c_1^2}{T_1}$$

die Wärmemenge, welche in dem Dampfe desselben Körpers enthalten ist, so wird die Differenz beider Ausdrücke

$$W_1 = A\ \frac{M_1\ (c_1^2 - \nu_1^2)}{T_1}$$

die Wärmemenge darstellen, welche in dem Dampfe mehr enthalten ist, als in der Flüssigkeit. Haben wir für einen anderen Körper die Gleichung

$$W_2 = A\ \frac{M_2\ (c_2^2 - \nu_2^2)}{T_2},$$

so erhalten wir durch Division

$$W_1 : W_2 = M_1 \left(\frac{c_1^2 - \nu_1^2}{T_1}\right) : M_2 \left(\frac{c_2^2 - \nu_2^2}{T_2}\right).$$

Beziehen wir M_1 und M_2 auf die Gewichtseinheit, so ist $M_1 = M_2$, und folglich

$$W_1 : W_2 = \frac{c_1^2 - \nu_1^2}{T_1} : \frac{c_2^2 - \nu_2^2}{T_2}.$$

In diesem Falle sind W_1 und W_2 die inneren latenten Wärmen beider Körper. Nehmen wir noch an, dass die Vibrationsintensität im flüssigen Zustande im Vergleich zu der Vibrationsintensität im dampfförmigen Zustande so gering ist, oder dass sie in einem solchen Verhältnisse zu einander stehen, dass wir näherungsweise

$$c_1^2 - v_1^2 : c_2^2 - v_2^2 = c_1^2 : c_2^2$$

setzen können, so erhalten wir

$$W_1 : W_2 = \frac{c_1^2}{T_1} : \frac{c_2^2}{T_2}.$$

Denken wir uns die beiden Dämpfe in einem stark überhitzten Zustande, so dass auch

$$c_1 = c_2$$

ist, so erhalten wir

$$W_1 : W_2 = T_2 : T_1.$$

Die Dauer der Wärmevibrationen verhält sich aber zu einander wie die wahren Dampfdichtigkeiten, folglich ist auch

$$W_1 : W_2 = D_2 : D_1.$$

Wir gelangen auf diese Weise zu einem dem Despretz'-schen ähnlichen Gesetze, wonach bei den einfachen Körpern die Wärmemengen, welche in den überhitzten Dämpfen mehr als in den entsprechenden Flüssigkeiten enthalten sind, sich zu einander umgekehrt verhalten, wie die wahren Dichtigkeiten dieser Dämpfe. Die Befolgung dieses Gesetzes ist jedoch bei den einfachen Körpern schon von der Erfüllung so vieler verschiedenen Bedingungen abhängig, dass eine genaue Befolgung desselben bei den zusammengesetzten Körpern am allerwenigsten erwartet werden kann.

Von den festen Körpern.

§ 23. **Widerstand der festen Körper gegen zusammendrückende Kräfte.** Die festen Körper haben, wie die Flüssigkeiten, ein fast unveränderliches Volumen; sie können die grössten Lasten tragen, ohne merklich zusammengedrückt zu werden, und doch besitzen sie dem Anscheine nach nicht die geringste Expansionskraft; sie unterscheiden sich dadurch, wie die Flüssigkeiten, von den Gasen und Dämpfen, welche jeden ihnen gebotenen Raum sofort einnehmen, mit derselben Leichtigkeit aber auch auf ein kleineres Volumen zusammengedrückt werden können. Ausserdem unterscheiden sich die festen Körper sowohl von den Gasen, als auch von den Flüssigkeiten noch dadurch, dass sie einen ebensolchen bedeutenden Widerstand, wie gegen die Verkleinerung ihres Volumens, auch gegen die Trennung und gegen die Verschiebung ihrer Theile von und aneinander, d. h. gegen jede Formveränderung entgegensetzen und dadurch im Stande sind, ihre selbständige Gestalt zu bewahren.

Die atomistische Theorie ist um eine Scheinerklärung dieses Verhaltens der festen Körper nicht verlegen, sie sagt*): „Das „Gleichgewicht der Molecularkräfte, welches zwischen den ein„zelnen Theilchen fester Körper besteht, ist ein stabiles, weil „eine mehr oder minder grosse Kraft nöthig ist, um es aufzu„heben. Bei den festen Körpern befinden sich die Atome in „einer solchen Entfernung, dass sowohl die zwischen den Körper„atomen wirksame Anziehung, als auch die Abstossung, welche „die Aetherhüllen der Atome auf einander ausüben, mit grosser „Energie wirken. Mit der Entfernung der Atome ändern sich „beide Kräfte, aber nach verschiedenen Gesetzen. Bei wachsender „Entfernung nimmt die Abstossung der Aetherhüllen stärker ab, „bei abnehmender Entfernung nimmt sie stärker zu als die An„ziehung der Atome. Werden also durch eine äussere Kraft

*) Pouillet's Lehrbuch der Physik von Müller, B. 1, S. 75.

„die Atome eines festen Körpers genähert, so nimmt die Ab„stossung der Aetherhüllen mehr zu als die Anziehung der „Körperatome, die Abstossung wird überwiegend, und daher „der Widerstand, welchen die festen Körper einer Compression „entgegensetzen. Wirkt dagegen auf einen festen Körper eine „Kraft auf die Weise, dass sie den Abstand der Atome zu ver„grössern strebt, so nimmt die Abstossung der Aetherhüllen „mehr ab, als die Anziehung der Körperatome, die Anziehung „wird überwiegend, und daher der Widerstand, welchen ein „fester Körper der Trennung seiner Theilchen entgegensetzt."

Das Ungenügende der obigen Erklärung ist leicht einzusehen. Die mechanische Wärmetheorie hat die Hypothese abstossender Aetherhüllen vollständig vernichtet, sie lehrt: dass die ausdehnende, raumerfüllende Kraft in den Körpern auf der Wärme, auf einer inneren Bewegung beruhe. Von der Anziehungskraft der Atome können wir uns nicht die geringste Vorstellung machen. Wir wissen weder von den Atomen, noch von ihren Entfernungen etwas, ebenso wenig wie wir von den Molecularkräften wissen, auf welche Weise sie möglich sind und wie sie an den Atomen haften. Obige Erklärung der atomistischen Theorie ist somit nichtssagend, ein Standpunkt, der endlich einmal aus der Wissenschaft verschwinden müsste. Um so lebhafter stellt sich das Bedürfniss heraus, dass die Cohäsion der festen Körper durch eine innere Bewegung erklärt werde.

Den Widerstand gegen zusammendrückende Kräfte haben die festen Körper mit den Flüssigkeiten gemein; diese Eigenschaft erklärt sich deshalb bei ihnen auf dieselbe Weise, so dass wir hier nur das kurz zu wiederholen haben, was in dieser Beziehung bereits von den Flüssigkeiten gesagt worden ist.

Wie wir wissen, wird das Volumen der Körper durch die Gleichung

$$V = nq^3 l^3 = \frac{nq^3 T^3}{8} \sqrt{\left(\frac{E}{D}\right)^3}$$

bestimmt. Machen wir nun für die festen Körper dieselbe Voraussetzung, wie für die Flüssigkeiten, dass bei ihnen das Verhältniss der Elasticität und der Dichtigkeit der Materie bei

gegebener Temperatur unter jedem beliebigen Drucke ein constantes, unveränderliches ist, so folgt aus obiger Gleichung sofort, dass das Volumen der festen Körper, bei einer unveränderlichen Anzahl der Vibrationsatome (nq^3) und bei einer unveränderlichen Dauer der Wärmevibrationen (T), ebenfalls unveränderlich sein müsse.

Obwohl wir uns dadurch über die Unmöglichkeit bedeutender Volumenveränderungen bei den festen Körpern vollkommen Rechenschaft geben können, so ist damit noch nicht der Widerstand, welchen sie den zusammendrückenden Kräften entgegensetzen, erklärt. Wir müssen deshalb bei den festen Körpern, wie bei den Flüssigkeiten, zwischen einer activen und passiven Expansionskraft unterscheiden.

Die active Expansionskraft der festen Körper wird durch ihre stehenden Wärmevibrationen hervorgebracht, durch welche auch ihre Temperatur bestimmt wird; sie muss bei den festen Körpern noch viel geringer sein, als bei den Flüssigkeiten, weil sie erst durch Erwärmung, d. h. durch die Steigerung der Intensität ihrer stehenden Wärmevibrationen in den flüssigen Zustand übergeführt werden. Die active Expansionskraft kann auf keine andere Weise zur Wirksamkeit gelangen, als durch eine hinreichende Abnahme des äusseren Druckes, und bringt in diesem Falle bei den Flüssigkeiten ein Verdampfen derselben hervor; sie ist nicht grösser als die Spannung der dabei gebildeten Dämpfe. Das Verdunsten der festen Körper scheint ebenfalls durch einige Erscheinungen bestätigt zu werden; das Eis z. B. verdunstet noch unter dem Gefrierpunkte und die dabei gebildeten Dämpfe haben bei — 30° C. eine Spannkraft von 0,39 Millimeter. Die active Expansionskraft des Eises bei — 30° C. beträgt also nicht mehr als 0,39 Millimeter Quecksilberhöhe; bei 0° C. ist sie 4,6 Millimeter gleich. Die active Expansionskraft der meisten anderen Körper muss noch geringer sein, da sie noch weiter von ihrem Schmelzpunkte entfernt sind.

Bei der geringen activen Expansionskraft der festen Körper beruht also ihr Widerstand gegen zusammendrückende Kräfte fast ausschliesslich auf ihrer passiven Expansionskraft, welche bei ihnen auf dieselbe Weise, wie bei den Flüssigkeiten, entsteht.

Ist ein fester Körper einem äusseren Drucke ausgesetzt, welcher grösser ist als seine active Expansionskraft, so erleidet er zunächst eine geringe Volumenabnahme, wodurch seine Vibrationsatome auf einen kleineren Raum beschränkt werden, als wie ein solcher ihnen bei der gegebenen Temperatur gebührt. Die Vibrationsatome sind aber stehende Wärmewellen, welche von allen Seiten von festen Knotenflächen umringt sind; ihre Grösse hängt also von der Länge dieser Wärmewellen ab. — Die Länge der stehenden Wärmewellen ist aber bei den festen Körpern, wegen des constanten Verhältnisses zwischen der Elasticität und der Dichtigkeit der Materie, unveränderlich. Werden nun die Vibrationsatome durch die Wirkung eines äusseren Druckes nur im Geringsten verkleinert, während das Verhältniss der Elasticität und der Dichtigkeit der Materie unveränderlich bleibt, so entspricht der Durchschnitt der Vibrationsatome oder die Entfernung der Knotenflächen von einander nicht mehr der Länge der stehenden Wärmewellen; es findet keine vollständige Interferenz der Wärmewellen an den Knotenflächen statt; diese müssen an den inneren Bewegungen der Vibrationsatome theilnehmen und die Folge davon ist die Entstehung fortschreitender Wellen, welche von jedem Vibrationsatom beständig ausgehen und sich durch den zusammengedrückten Körper verbreiten. Solche fortschreitende Wellen sind aber — wie wir nach § 12. wissen — eine bewegende Kraft; sie versetzen die Körper, auf welche sie treffen, in Bewegung oder üben, wenn die Körper unbeweglich sind, einen Druck aus. Dasselbe gilt nun auch von den fortschreitenden Wellen, welche in einem festen Körper durch eine Zusammendrückung hervorgerufen werden. Durch diese fortschreitenden Wellen üben die festen Körper gegen den äussern Druck einen Gegendruck aus, der als passiver Widerstand sich nach der Grösse des ausgeübten Druckes richtet, so dass die passive Expansionskraft der festen Körper stets gleich ist dem Ueberschuss des äusseren Druckes über ihre active Expansionskraft.

Bezeichnen wir also wieder die active Expansionskraft der festen Körper oder den Druck, welchen sie durch ihre

stehenden Wärmevibrationen auf die Flächeneinheit ausüben, nach Gl. (47) durch

$$\frac{2\,\alpha\,D\,i}{T},$$

die passive Expansionskraft oder den Druck, den die festen Körper durch ihre fortschreitenden Wellen auf dieselbe Fläche ausüben, nach Gl. (43) durch

$$\frac{4\,L\,D\,v}{\pi^2\,T_1}$$

und durch p den äusseren Druck, so erhalten wir für die festen Körper dieselbe Gleichgewichtsgleichung, wie für die Flüssigkeiten,

$$\frac{2\,\alpha\,D\,i}{T} + \frac{4\,L\,D\,v}{\pi^2\,T_1} = p.$$

Durch gesteigerten Druck bei einer sich gleichbleibenden Temperatur wird nur die passive Expansionskraft erhöht, die active bleibt aber unverändert, so dass die Summe beider immer wieder dem äusseren Drucke gleich ist. Es ist selbstverständlich, dass die passive Expansionskraft, d. h. die Intensität der Vibrationen der von jedem Vibrationsatom ausgehenden Wellen in dem Maasse zunimmt, wie die Länge der stehenden Wärmewellen oder die Grösse der Vibrationsatome in ihrer normalen Entwickelung durch einen äusseren Druck beschränkt wird. Die Grösse der Volumenabnahme, die ein fester Körper durch einen äusseren Druck erleidet, hängt somit davon ab, wann die von jedem Vibrationsatom ausgehenden, fortschreitenden Wellen eine hinreichende Intensität erlangen, um den zusammendrückenden Kräften das Gleichgewicht halten zu können. Die geringe Volumenveränderlichkeit der festen Körper beweist, dass dieser Zustand sehr bald erreicht wird und dass die kleinste Abnahme in der Grösse der Vibrationsatome schon genügt, um im Innern der Körper eine Kraft zu begründen, die fähig ist, die schwersten Lasten zu tragen. Da die active Expansionskraft der festen Körper geringer ist als der auf ihnen lastende atmosphärische Druck, so sieht man ein, dass sie sich alle in

einem mehr oder weniger zusammengedrückten Zustande befinden, wobei jedoch die Abnahme ihres Volumens im Vergleich zu der normalen Grösse der Körper eine so geringe ist, dass sie auf keine Weise nachgewiesen werden kann. Die festen Körper verwenden einen Theil ihrer inneren Bewegung, um fortschreitende Wellen als passive Expansionskraft auszusenden; in Folge dessen müsste die Intensität ihrer Wärmevibrationen abnehmen und sie sich, wie bei der Ausstrahlung der Wärme, abkühlen; die ausgegebene Bewegung wird ihnen aber durch den äusseren Druck wiederersetzt, der auch nur durch fortschreitende Wellen hervorgebracht werden kann; diese fortschreitenden Wellen, indem sie den zusammengedrückten Körper durchlaufen, wirken in derselben Weise wie einstrahlende Wärmewellen; sie steigern die Intensität der Wärmevibrationen und erhalten dadurch die innere Bewegung der Körper aufrecht. Wir sehen daraus, wie durch den äusseren Druck selbst in den Körpern eine Rückwirkung hervorgerufen wird, welche sie in den Stand setzt, einen den zusammendrückenden Kräften gleichen Widerstand zu leisten.

Bei einer Temperaturerhöhung wird die Intensität der stehenden Wärmevibrationen erhöht; diese Steigerung kommt jedoch bei den festen Körpern, wie bei den Flüssigkeiten, nur der activen Expansionskraft zu Gute, während die passive Expansionskraft abnimmt, da die Summe beider, als dem äusseren Drucke gleich, sich gleich bleiben muss. Bei den festen Körpern ist deshalb eine Zunahme des Volumens bei der Temperaturerhöhung nicht unbedingt nothwendig; tritt eine solche dennoch ein, wenn auch — wie es aus den Beobachtungen hervorgeht — in sehr geringem Grade, so ist es ein Beweis dafür, dass mit der gesteigerten Intensität der Wärmevibrationen ein verändertes Verhältniss zwischen der Elasticität und der Dichtigkeit der Materie verbunden ist, durch welches dann auch, nach den uns bekannten Gleichungen, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wärmewellen, ihre Länge, die Grösse der Vibrationsatome und somit auch das Volumen der Körper bestimmt werden. Die Intensität der Wärmevibrationen wird durch die Bedingung der gleichen Ein- und Ausstrahlung der Wärmewellen bestimmt;

hat sich das Temperaturgleichgewicht zwischen den Körpern festgestellt, so nehmen die Vibrationsatome eine der Temperatur entsprechende Grösse an und bedingen dadurch wieder das Volumen der Körper. — Derjenige Theil der raumerfüllenden Kraft, welcher den stehenden Wärmevibrationen bei der gegebenen Temperatur und dem Volumen der Körper abgeht, um dem äusseren Drucke das Gleichgewicht halten zu können, wird durch die passive Expansionskraft ersetzt, welche stets dann entstehen muss, wenn die Körper sich unter einem stärkeren Drucke als ihre active Expansionskraft befinden. Auf diese Weise werden ein allseitiger gleicher Druck und Gegendruck zwischen den Körpern und ihre gegenseitige Undurchdringlichkeit für einander begründet.

Auf dieselbe Weise erklären sich auch die gewaltigen mechanischen Wirkungen, welche die festen Körper auszuüben vermögen, wenn sie bei der Erwärmung verhindert werden, sich auszudehnen. Wird ein fester Körper erwärmt, so streben seine Vibrationsatome eine der Temperatur entsprechende Grösse anzunehmen; wird aber der Körper daran verhindert, sein Volumen zu vergrössern, so entsteht eine Expansionskraft, ganz ebenso als ob der Körper zusammengedrückt worden wäre. Wenn man bedenkt, welche grossen Kräfte angewendet werden müssen, um das Volumen eines festen Körpers nur um ein Geringes zu verkleinern, so sieht man auch ein, dass, wenn ein solcher Körper bei seiner Erwärmung durch andere Körper daran verhindert wird, sich auszudehnen, er auf diese Körper einen ebensolchen Druck ausübt, wie ein solcher hätte angewendet werden müssen, um ihn um den Betrag seiner Ausdehnung durch die Wärme zusammenzudrücken. Können die Vibrationsatome eines Körpers nicht die der erhöhten Temperatur entsprechende Grösse annehmen, so senden sie mit verstärkter Intensität fortschreitende Wellen aus, welche durch ihre Stösse im Stande sind, die gewaltigsten Widerstände zu überwinden.

§ 29. **Widerstand der festen Körper gegen ausdehnende Kräfte.** Die Cohäsion oder absolute Festigkeit der Körper, d. h. der Widerstand, welchen sie den ausdehnenden Kräften entgegensetzen, findet ihre Erklärung auf dieselbe Weise, wie

die rückwirkende Festigkeit oder der Widerstand gegen zusammendrückende Kräfte, durch den Widerspruch, welcher dann entsteht, wenn das Volumen eines Körpers durch dehnende Kräfte der normalen Grösse seiner Vibrationsatome nicht entsprechend verändert wird. Obwohl es möglich ist, dass die Wirkung einer ausdehnenden Kraft zunächst darin besteht, in der Richtung ihrer Wirksamkeit die passive Expansionskraft zu ersetzen, so dass, wenn die ausdehnende Kraft der passiven Expansionskraft gleich wird, die Vibrationsatome ihre normale Grösse annehmen und nur noch eine active Expansionskraft besitzen, welche der Differenz zwischen dem atmosphärischen Drucke p und der ausdehnenden Kraft P gleich ist, in welchem Falle wir

$$\frac{2\,\alpha\,D\,i}{T} = p - P$$

setzen können, so ist ebenso klar, dass eine ausdehnende Kraft, wenn sie über diese Grenze hinaus vergrössert wird, das Uebergewicht über den äusseren Druck gewinnen muss; da aber die festen Körper wegen des von allen Seiten auf ihnen lastenden atmosphärischen Druckes nicht im Stande sind, wie unter besonderen Umständen die Flüssigkeiten, Verdampfungserscheinungen zu zeigen, so wird durch eine ausdehnende Kraft eine Verlängerung der Vibrationsatome in einer bestimmten Richtung veranlasst und dadurch ganz ebenso, wie bei der Beschränkung der Vibrationsatome bei einer Zusammendrückung der Widerstand des Körpers gegen die Veränderung seines Volumens hervorgerufen.

Denken wir uns einen schweren Körper an einem Drahte aufgehängt; durch das angehängte Gewicht wird der Draht etwas ausgedehnt und in Folge dessen auch die Vibrationsatome in der Richtung der Zugkraft etwas verlängert; die Länge der stehenden Wärmewellen muss aber wegen des constanten Verhältnisses zwischen der Elasticität und der Dichtigkeit der Materie unveränderlich bleiben; an den Knotenflächen kann deshalb keine vollkommene Interferenz der Wärmewellen stattfinden; die stehenden Wärmewellen verwandeln sich theil-

weise in fortschreitende Wellen, welche den Draht durchlaufen und sich auch dem hängenden Körper mittheilen. Diese Wellenbewegung muss nothwendigerweise so beschaffen sein, dass sie dem hängenden Körper eine Bewegung nach oben ertheilen würde, wenn er nicht bereits durch seine Schwere das Streben zu einer Bewegung nach unten hätte; so heben sich aber beide Bewegungen auf, der schwere Körper wird an einem Fallen zur Erdoberfläche verhindert und kann deshalb auch nicht mehr ein weiteres Ausdehnen des Drahtes bewirken.

Der Widerstand, welchen die festen Körper einer Ausdehnung entgegensetzen, beruht also genau auf denselben Ursachen, wie ihr Widerstand gegen eine Zusammendrückung; nur die Richtung der wirkenden Kräfte ist eine andere; dort wirken Druck und Gegendruck gegen einander, hier aus einander; dort werden die fortschreitenden Wellen durch eine zu starke Beschränkung, hier durch eine zu grosse Ausdehnung der Vibrationsatome hervorgerufen; dort ist der vorangehende Theil der Wellen eine Verdichtung, hier vielleicht eine Verdünnung, eine rückwärts gerichtete Wellenbewegung, durch welche ein Saugen entsteht; dort wirken die Wellen durch einen Stoss, hier durch einen Zug; die Folge davon ist aber immer dieselbe; den äusseren Kräften, welche eben solche Wellenbewegungen sind, wird das Gleichgewicht gehalten und ihren weiteren Wirkungen eine Grenze gesetzt.

Wenn wir berechtigt sein sollten, von einer activen und passiven Cohäsion der festen Körper zu sprechen, so möchten wir den atmosphärischen Druck als die Ursache der activen Cohäsion bezeichnen, die auch bei den Gasen und den Flüssigkeiten überwunden werden muss, bevor ihre Theile von einander getrennt werden; dagegen würden wir die passive Cohäsion in den fortschreitenden Wellen erkennen, die jedesmal dann entstehen, wenn die Ausdehnung der Vibrationsatome ein bestimmtes Maass überschreitet, und die das Bestreben haben, sowohl dem ziehenden, als dem gezogenen Körper eine Bewegung in entgegengesetzter Richtung zu derjenigen zu ertheilen, in welcher die ausdehnende Kraft ihre Wirkung ausübt.

Bezeichnen wir die passive Cohäsion der festen Körper, als die Wirkung einer fortschreitenden Wellenbewegung, wieder durch $\frac{4\,L\,D\,v}{\pi^2\,T_1}$, die active Expansionskraft, welche in jedem Körper in Folge seiner stehenden Wärmevibrationen existirt, durch $\frac{2\,\alpha\,D\,i}{T}$, den äusseren atmosphärischen Druck mit p und die dehnende Kraft mit P, so erhalten wir die Gleichung

$$\frac{2\,\alpha\,D\,i}{T} + P = \frac{4\,L\,D\,v}{\pi^2\,T_1} + p.$$

Die active Expansionskraft und die dehnende Kraft streben die Theile eines Körpers von einander zu entfernen; die passive Cohäsion und der äussere Druck hingegen dieselben zusammenzuhalten. Das Gleichgewicht kann sich nur dann einstellen, wenn die beiden Summen der obigen Gleichung einander gleich sind. In diesem Falle heben die entstandenen fortschreitenden Wellen die Wirkung der dehnenden Kraft auf und verhindern dadurch die Theile des Körpers, sich noch mehr auszudehnen. Erreicht die ausdehnende Kraft eine solche Grösse, dass der gezogene Körper nicht mehr im Stande ist, von seinen Vibrationsatomen Wellen von hinreichender Intensität auszusenden, so gewinnt die ziehende Kraft das Uebergewicht, und da es dem Körper nicht möglich ist, wegen der unveränderlichen Grösse seiner Vibrationsatome, sich noch mehr auszudehnen, so tritt schliesslich eine Trennung seiner Theile von einander ein, er zerreisst. Bei dem einen Körper tritt dieses früher, bei dem anderen später ein, wodurch die Verschiedenheit der absoluten Festigkeit bei den festen Körpern begründet wird.

Die Cohäsion der festen Körper lässt sich somit erklären, ohne dass man gezwungen wäre, seine Zuflucht zu der sehr unbefriedigenden Hypothese einer Anziehungskraft zu nehmen. Die Cohäsion ist eine innere Bewegung der Körper, welche den von aussen angelegten Kräften entgegenwirkt und ihnen das Gleichgewicht hält.

Die relative Festigkeit oder der Widerstand der festen Körper gegen die Veränderung ihrer Form erklärt sich auch

durch eine innere Bewegung der Körper. Jede Formveränderung fängt mit einem Biegen an. Durch das Biegen werden die Körper an einigen Stellen gedehnt, an anderen zusammengedrückt. Durch die Ausdehnung und Zusammendrückung entsteht auch der Widerstand, den die festen Körper den formverändernden Kräften entgegensetzen. Bei der Biegung eines Körpers entstehen in allen seinen Theilen, sowohl in den ausgedehnten, wie in den zusammengedrückten fortschreitende Wellen, welche sich den wirkenden Kräften widersetzen. In den zusammengedrückten Theilen des Körpers entstehen diese Wellenbewegungen dadurch, dass die Vibrationsatome unter ihre normale Grösse verkleinert, in den ausgedehnten Theilen dadurch, dass die Vibrationsatome über ihre normale Grösse erweitert werden; sie wirken den biegenden Kräften entgegen und streben danach, die ausgedehnten Theile zu verkürzen und die zusammengedrückten wieder auszudehnen. Wird die Grenze der vollkommenen Elasticität nicht überschritten, so setzen sich die inneren Bewegungen des gebogenen Körpers mit der biegenden Kraft ins Gleichgewicht und beschränken ihre Wirkung auf ein bestimmtes Maass; hört die biegende Kraft auf zu wirken, so führen sie den Körper zu seiner früheren Form zurück. Ist dagegen die Grenze der vollkommenen Elasticität überschritten, so tritt eine Verschiebung der Vibrationsatome an einander ein, wodurch ein neuer innerer Gleichgewichtszustand des Körpers entsteht; in diesem Falle behält der Körper entweder ganz oder theilweise die ihm ertheilte neue Form, oder die Vibrationsatome werden an einer Stelle ganz von einander getrennt, der Körper zerbricht. Die relative Festigkeit der festen Körper erklärt sich also wie ihre Cohäsion durch Wellenbewegungen, welche in ihrem Inneren hervorgerufen werden und welche im Stande sind, den ausdehnenden und zusammendrückenden Kräften Widerstand zu leisten.

Wenn aber auf diese Weise die Cohäsion und die selbstständige Gestalt der festen Körper durch ihre inneren Bewegungen, ohne Zuhülfenahme einer Anziehungskraft, eine genügende Erklärung finden, so tritt hier die Frage auf, warum die Flüssigkeiten, da sie gegen die zusammendrückenden Kräfte

dieselbe Widerstandsfähigkeit besitzen, wie die festen Körper, nicht auch, wie diese, der Trennung ihrer Theile von einander denselben Widerstand entgegensetzen. Um diese Frage zu beantworten, müssen wir uns zuvor mit dem inneren Bau der festen Körper und der Krystalle und mit der Ursache der Verschiedenheit der Aggregatzustände noch genauer bekannt machen.

§ 30. **Innerer Bau der Krystalle.** Die Krystalle besitzen nicht allein in Bezug auf das Licht, sondern auch in Bezug auf andere Naturkräfte in verschiedenen Richtungen verschiedene Eigenschaften; sie verhalten sich also in verschiedenen Richtungen gleichsam als verschiedene Körper. Da nach unserer Annahme die Verschiedenheit der Körper auf der Verschiedenheit ihrer Wärmevibrationen beruht, so folgt daraus, dass die Wärmewellen, welche zur Bildung der Vibrationsatome in den Krystallen beitragen, in verschiedenen Richtungen Vibrationen von verschiedener Dauer haben oder dass sie von verschiedener Zusammensetzung sind. Dieses vorausgesetzt, erklären sich die an den Krystallen beobachteten Eigenthümlichkeiten mit der grössten Leichtigkeit.

Die kleinste Zahl von fortschreitenden Wärmewellen, welche — wie leicht ersichtlich — erforderlich ist, um durch Interferenz Vibrationsatome zu bilden, sind drei unter beliebigen Winkeln sich kreuzende Paare, wobei je zwei zu einander gehörige Wärmewellen sich in entgegengesetzter Richtung fortpflanzen und an Vibrationsdauer und Intensität gleich sein müssen, damit ihre Verwandlung in stehende Wärmewellen möglich sei.

Denken wir uns sechs vollkommen gleiche Wellensysteme, von denen je zwei sich in entgegengesetzter Richtung begegnen, paarweise sich aber unter einander rechtwinklig schneiden. Je zwei Wellensysteme, die sich in entgegengesetzter Richtung fortpflanzen, bilden stehende Wärmewellen, die durch ebene Knotenflächen von einander getrennt werden. Da die Bildung der stehenden Wellen nach drei zu einander senkrechten Richtungen geschieht und alle Wärmewellen — wie vorausgesetzt — gleich sind, so werden dabei Vibrationsatome gebildet, die von

sechs Seiten durch quadratische Ebenen begrenzt sind und die folglich die Form eines Würfels oder Hexaëders annehmen. Durch Aneinanderlagerung vieler solcher cubischer Vibrationsatome geht ein Körper hervor, der in seiner äusseren Erscheinung den Bau seiner Vibrationsatome erkennen lässt, und wir haben somit einen Krystall des regulären Systems in seiner einfachsten Form vor uns. Da die Krystalle des regulären Systems demnach in drei vollkommen symmetrischen, rechtwinkligen Richtungen von Wärmewellen durchströmt werden, deren Vibrationsdauer eine gleiche ist, so zeigen sie auch in allen Richtungen gleiche Eigenschaften und unterscheiden sich von den amorphen Körpern nur durch ihren regelmässigen Bau.

Durchkreuzen sich wiederum die Wellensysteme rechtwinklig unter einander, sind aber zwei in entgegengesetzter Richtung fortschreitende Wärmewellen von den beiden anderen Paaren an Vibrationsdauer oder Zusammensetzung verschieden, so zeigt der von ihnen durchströmte Körper in der Richtung der Fortpflanzung des einen Wellenpaares besondere Eigenschaften. — Durch die verschiedene Elasticität, welche die Materie in dieser Richtung annimmt, sowie durch die verschiedene Dauer der Wärmevibrationen und die verschiedene Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wärmewellen, wird auch die Länge der stehenden Wärmewellen eine verschiedene, als die nach anderen Richtungen; die so gebildeten Vibrationsatome haben nicht mehr die Form eines Würfels, sondern sie sind in einer bestimmten Richtung entweder verkürzt oder verlängert und nehmen folglich die Gestalt quadratischer Prismen an, welche die einfachste Form der Krystalle des quadratischen Systems bilden. Die Fortpflanzungsrichtung desjenigen Wellenpaares, welches von den beiden anderen, unter sich gleichen Paaren verschieden ist, wird die Hauptaxe der quadratischen Krystalle genannt; die Fortpflanzungsrichtungen der beiden anderen Wellenpaare sind die Nebenaxen. Ein aus solchen quadratischen Vibrationsatomen gebildeter Krystall kann nicht in allen Richtungen dieselben Eigenschaften haben. Senkrecht zu seiner Hauptaxe wird er von gleichartigen Wärmewellen durchlaufen und zeigt deshalb auch in diesen Richtungen gleiche

Eigenschaften; in der Richtung seiner Hauptaxe wird er von Wärmewellen mit einer anderen Vibrationsdauer durchströmt und besitzt deshalb in dieser Richtung ein anderes Verhalten gegen Licht und Wärme. In den mittleren Richtungen zwischen den Axen werden die Eigenschaften eines quadratischen Krystalls durch die gemeinschaftliche Wirkung seiner verschiedenen Wärmewellen bestimmt.

Zur Erklärung des inneren Baues der hexagonalen Krystalle müssen wir, statt drei, vier Wellenpaare annehmen. Die Fortpflanzungsrichtungen von drei unter einander gleichen Wellenpaaren fallen in eine Ebene und schneiden sich unter einem Winkel von 60°. Die Fortpflanzungsrichtung des vierten, von den drei anderen an Vibrationsdauer verschiedenen Wellenpaares ist senkrecht zu der Fortpflanzungsrichtung der anderen Wellenpaare. Man erkennt deshalb bei den hexagonalen Krystallen eine Hauptaxe und drei Nebenaxen. Die Form der so gebildeten Vibrationsatome ist ein sechsseitiges Prisma, welches von zwei Seiten durch parallele Endflächen begrenzt wird. In Bezug auf ihre Eigenschaften und auf die Vertheilung der Elasticität in ihrem Inneren stimmen die hexagonalen Krystalle vollständig mit den Krystallen des quadratischen Systems überein.

Haben wir wieder drei Wellenpaare mit zu einander senkrechten Fortpflanzungsrichtungen, sind aber alle drei Wellenpaare von verschiedener Dauer der Wärmevibrationen, so sind auch die durch sie gebildeten Vibrationsatome nach drei auf einander senkrechten Richtungen verschieden ausgedehnt und haben somit die Form von rechteckigen Prismen, die durch verschieden grosse Rechtecke begrenzt werden. Die aus solchen Vibrationsatomen gebildeten Krystalle gehören zum rhombischen System. Die Elasticität ist bei diesen Krystallen in der Richtung der krystallographischen Axen, welche mit den Fortpflanzungsrichtungen der Wärmewellen zusammenfallen, eine verschiedene, und nur senkrecht zu zwei Richtungen, welche durch die gemeinschaftliche Wirkung der verschiedenen Wärmewellen bestimmt werden, ist sie gleichmässig vertheilt; diese Richtungen werden als die optischen Axen der Krystalle bezeichnet.

Endlich wenn sich die drei Wellenpaare, welche zur Bildung der Vibrationsatome erforderlich sind, unter spitzen Winkeln schneiden, so gehen daraus die schiefaxigen Krystalle hervor, und zwar nehmen die Vibrationsatome, wenn die Fortpflanzungsrichtungen zweier Wellenpaare sich unter einem spitzen Winkel schneiden, die Fortpflanzungsrichtung des dritten Paares dagegen senkrecht zu derjenigen der beiden anderen ist, die Form monoklinischer Prismen an, und die Krystalle selbst gehören dann zu dem monoklinischen System; wenn dagegen die Fortpflanzungsrichtungen der Wärmewellen so gerichtet sind, dass nur zwei senkrecht zu einander sind oder, wenn sie sich sämmtlich unter spitzen Winkeln schneiden, so gehen daraus Vibrationsatome und Krystalle hervor, bei welchen duoklinische und triklinische Prismen die Grundform bilden.

Bei den meisten Krystallen beschränkt sich jedoch die Zahl der Wellenpaare nicht auf drei oder vier, sondern die Wärmewellen können sich bedeutend vervielfältigen, sind aber immer so gerichtet, dass sie symmetrisch zu der Fortpflanzungsrichtung der Hauptwellen und folglich auch zu den Krystallaxen liegen. Die Ebenen dieser Wellen werden durch die verschiedenen Flächen, welche an den Krystallen vorkommen und die Mannigfaltigkeit ihrer Form bedingen, angedeutet, so z. B. wenn solche Nebenwellen bei den Krystallen des regulären Systems aus den Ecken eines Würfels nach dem Mittelpunkte desselben gerichtet sind und jene dadurch abgestumpft werden; auch können sich diese durch besondere Wärmewellen gebildeten Krystallflächen bis zum Verschwinden der Ebenen des Würfels ausbreiten, die drei senkrechten und gleichen Axen des regulären Systems in demselben Abstande vom Mittelpunkte schneiden und dadurch das Octaëder oder den Achtflächner bilden. Auf dieselbe Weise lässt sich zu jeder an den Krystallen beobachteten Fläche ein Wellensystem voraussetzen, welches jedoch immer so gerichtet sein muss, dass dadurch der auf den einfachsten Formen basirte Charakter der Krystalle nicht verloren gehe.

Aus dem regelmässigen inneren Bau der Krystalle erklären sich mit Leichtigkeit die an ihnen beobachteten Eigenthümlichkeiten, ihre äussere Form, die Vertheilung der Elasticität in

ihrem Inneren, ihr verschiedenes Verhalten gegen das Licht, je nachdem in welcher Richtung sie von demselben durchstrahlt werden, endlich ihre Spaltbarkeit in Richtungen, die zu ihren Axen symmetrisch liegen, ohne dass man deshalb — wie es bisher geschehen ist — gezwungen wäre, die Krystalle aus Atomen, wie die Pyramiden vor den Arsenalen aus Kanonenkugeln, aufzubauen.

Die Vibrationsatome in den Krystallen müssen wir uns regelmässig neben einander gelagert denken, so dass die sie trennenden Knotenflächen vollkommene Ebenen bilden. Parallel zu diesen Ebenen werden die Krystalle von Spaltungsflächen durchlaufen, und da wir im § 7. erkannt haben, dass die Körper an ihrer Oberfläche durch halbe Vibrationsatome begrenzt werden, so sieht man leicht ein, dass die Spaltungsflächen durch die Mitte der Vibrationsatome hindurchgehen müssen. Je regelmässiger also die Vibrationsatome in einem Krystalle an einander gelagert sind, je genauer die Mitte des einen Vibrationsatomes mit der Mitte der nebenan liegenden Vibrationsatome in eine Ebene zusammenfällt, um so mehr werden sich auch die Knotenflächen einer vollkommenen Ebene nähern und die Krystalle eine um so leichtere Spaltbarkeit zeigen. Da die Spaltungsflächen parallel den Krystallflächen sind, so deuten sie auch die Oberfläche der Wärmewellen an.

Die weitere Ausführung dieses Gegenstandes ist die Aufgabe der Krystallographie; wir begnügen uns damit, hier diejenigen Grundlagen festgestellt zu haben, von welchen aus diese Wissenschaft fortan auszugehen haben wird.

§ 31. **Verschiedenheit der Aggregatzustände.** Bei der Regelmässigkeit, welche in dem inneren Bau der Krystalle herrscht, ist man berechtigt anzunehmen, dass eine solche Regelmässigkeit auch bei den inneren Vibrationsbewegungen stattfindet, dass sich nämlich alle Wärmewellen, welche die Materie innerhalb eines Vibrationsatomes bewegen, wenn sie von gleicher Vibrationsdauer sind, in derselben Schwingungsphase befinden. In einem Krystall mit Wärmevibrationen von einer bestimmten Dauer, wie sie in den regulären Krystallen eines einfachen Körpers vorkommen kann, würde demnach die

Mitte jedes Vibrationsatomes in Bezug auf alle Wärmewellen gleichzeitig in demselben Bewegungszustande sein, d. h. für alle elementare Schwingungen gleichzeitig die Gleichgewichtslage passiren, gleichzeitig die grösste Entfernung von derselben erreichen. Aus dieser Regelmässigkeit erklärt sich dann auch der Widerstand, welchen die Krystalle den äusseren Kräften entgegensetzen, und die Selbstständigkeit ihrer Gestalt. Es lässt sich annehmen, dass mit der Uebereinstimmung der Schwingungsphasen in den regelmässig geformten Vibrationsatomen auch die Unveränderlichkeit ihrer Form und somit auch der Form des ganzen Körpers verbunden ist. In einem so gestalteten Körper wird der Widerstand gegen die Störung des inneren Gleichgewichts durch äussere Kräfte um so leichter hervorgerufen, je einfacher und vollständiger die zur Aufrechterhaltung der festen Knotenflächen erforderlichen Bedingungen erfüllt sind. Aus diesem Grunde sind die Krystalle, ihres regelmässigen inneren Baues wegen, die vorzugsweise harten und spröden Körper, sie besitzen eine vollkommen selbstständige Gestalt und bei Anwendung stärkerer Kräfte führt jede Formveränderung zu einem Zerbrechen, d. h. zu einer vollständigen Trennung ihrer Theile von einander.

Die regelmässige Form der Krystalle wird dadurch hervorgebracht, dass ihre Wärmevibrationen nicht blos, wie jede Bewegung überhaupt, nach drei verschiedenen Richtungen in Gedanken zerlegt werden können, sondern weil sie in der That nur die resultirenden Bewegungen von wenigen componirenden Vibrationen sind, welche von Wärmewellen in genau bestimmten und zu einander symmetrisch liegenden Richtungen fortgepflanzt werden. Je vielfältiger diese Richtungen sind, eine um so complicirtere Form nehmen auch die Krystalle an, wie es an den zahlreicher werdenden Krystallflächen und Spaltungsflächen erkannt werden kann. Bei einer weiteren Vermehrung der Wärmewellen verschwindet der krystallinische Charakter der Körper immer mehr und sie gehen endlich in denjenigen Zustand über, den wir als den amorphen bezeichnen, bei dem das gleichartige Verhalten der Körper in allen Richtungen nicht auf der Gleichheit der drei senkrecht zu einander wirkenden Wellenpaare

beruht, wie bei den Krystallen des regulären Systems, sondern auf der Vielfältigkeit der Richtungen, in welchen sich die Wärmewellen durchkreuzen, wodurch keine dieser Richtungen besonders hervortreten kann und auch keine Veranlassung mehr zur Entstehung regelmässiger Körperformen gegeben ist.

Den Unterschied zwischen dem krystallinischen und dem amorphen Zustande der Körper erkennen wir somit darin, dass die Vibrationsatome bei den Krystallen nur von wenigen in bestimmten Richtungen sich fortpflanzenden Wärmewellen gebildet werden, während die amorphen Körper in vielfachen und beliebigen Richtungen von Wärmewellen durchströmt werden. Aus dieser Verschiedenheit erklärt sich auch die Eigenthümlichkeit mancher Substanzen, dass sie bald krystallisirt, bald im amorphen Zustande auftreten. Die Bildung der Krystalle erfolgt nur bei einem langsamen Uebergange der Körper — sei es durch Erkaltung oder durch Ausscheidung aus einer Auflösung — aus dem flüssigen in den festen Zustand. Nur dann, wenn den Wärmewellen während der Veränderung des Aggregatzustandes eine hinreichende Zeit gewährt ist, sich zu ordnen und sich zu resultirenden, in bestimmten Richtungen fortschreitenden Wellen zu vereinigen, gehen aus ihrem Zusammenwirken regelmässig geformte Vibrationsatome hervor und nehmen die aus der Flüssigkeit ausscheidenden Theile die Krystallform an, während die Wärmewellen bei einem schnellen Erkalten die Vielfältigkeit ihrer Fortpflanzungsrichtungen, welche sie in den Flüssigkeiten besitzen, auch in dem festen Zustande behalten, so dass die dabei entstehenden starren Körper nur amorph sein können.

Wenn auch die amorphen Körper sich von den Krystallen dadurch unterscheiden, dass in ihnen die Wärmewellen nicht in bestimmt vorgeschriebenen, sondern in beliebigen Richtungen wirken, so mag doch bei ihnen, wie bei den Krystallen, die Regelmässigkeit der inneren Bewegungen, die Uebereinstimmung der Phasen bei den verschiedenen Wärmewellen fortbestehen; daraus erklärt sich auch dann die Selbstständigkeit ihrer Gestalt und der Widerstand, den sie den äusseren Kräften entgegensetzen. Wie schon erwähnt, kann man annehmen, dass die Körper gegen die Veränderung ihrer Form einen um so

grösseren Widerstand entgegensetzen, je grösser die Uebereinstimmung der Schwingungsphasen ihrer verschiedenen Wärmewellen ist, so dass, wenn sich die Materie an einem Ende eines Vibrationsatoms für alle stehenden Wärmewellen in der Verdichtung befindet, während am andern Ende für alle Wärmewellen eine Verdünnung eingetreten ist, die Vibrationsatome auch im Stande sind, bei jeder Störung des innern Gleichgewichts fortschreitende Wellen von grösserer Intensität der Vibrationen auszusenden, als wenn die Verdichtung des einen Wellensystems mit der Verdünnung eines anderen zusammenfällt, in welchem Falle dann durch eintretende Interferenzen die Widerstandsfähigkeit des Körpers nothwendigerweise gestört werden muss. Je mehr also die Uebereinstimmung in den Bewegungsphasen der verschiedenen Wärmewellen abnimmt, um so leichter geben die Körper der Einwirkung äusserer Kräfte nach; sie nehmen dann die Eigenschaften der dehnbaren und weichen Körper an, die nur ein Uebergang von den Krystallen und den harten und spröden Körpern zu dem flüssigen Zustande sind.

Dadurch werden wir auf den Unterschied zwischen dem festen und dem flüssigen Aggregatzustande der Körper geführt. Bei den festen Körpern findet noch, wie bei den Krystallen, mehr oder weniger eine Uebereinstimmung in den Bewegungsphasen der verschiedenen Wärmewellen von gleicher Vibrationsdauer statt; bei den Flüssigkeiten hat diese Uebereinstimmung aufgehört. Die gleichen Schwingungsphasen der sich unter kleinen Winkeln durchkreuzenden Wärmewellen fallen nicht mehr genau zusammen, sondern die Verdichtungen des einen Wellensystems mit den Verdünnungen eines andern oder auch auf andere Weise; in Folge dessen nehmen die Vibrationsatome eine höchst unregelmässige Form an und werden durch vielfach gekrümmte Knotenflächen von einander abgegrenzt. Auf dieser Unregelmässigkeit der Form der Vibrationsatome beruht auch die leichte Veränderlichkeit ihrer Form und die Möglichkeit, sich einem neuen, innern Gleichgewichtszustand anzubequemen. Bei der geringsten Einwirkung äusserer Kräfte verändert sich bei den Flüssigkeiten die Form der Vibrationsatome, wodurch auch eine Veränderung der Form des ganzen Körpers und die leichte

Verschiebung seiner Theile an einander möglich wird; den stehenden Wärmewellen verbleibt nur noch die auf der unveränderlichen Grösse der Vibrationsatome beruhende, raumerfüllende Kraft, durch welche das Volumen der Körper bestimmt wird, welches bei den Flüssigkeiten ebenso unveränderlich ist, wie bei den festen Körpern.

Zum Schmelzen der Körper muss ihnen Wärme zugeführt werden, wodurch nicht allein die Intensität der bereits bestehenden Wärmevibrationen erhöht wird, sondern auch neue Wärmewellen in verschiedenen Richtungen hervorgerufen werden, deren Bewegungsphasen, sobald sie sich in stehende Wärmewellen verwandelt haben, nicht immer mit denjenigen der früheren Wärmewellen übereinzustimmen brauchen. Die Folge davon ist die Abnahme der Festigkeit bei den starren Körpern und ihr allendlicher Uebergang in den flüssigen Zustand.

Da jedoch die Verflüssigung der Körper an einen bestimmten Schmelzpunkt gebunden ist, so müssen wir voraussetzen, dass bei einer bestimmten Temperatur in den festen Körpern ein Zustand eintritt, bei dem die noch ferner hinzugeführte Wärme nicht mehr dazu verwendet wird, um die Intensität der Wärmevibrationen zu erhöhen, sondern ausschliesslich nur um neue Wärmewellen hervorzubringen, welche durch ihre Interferenz mit den bereits vorhandenen, ohne die Temperatur des Körpers erhöhen zu können, nur dazu beitragen, seinen inneren Halt zu zerstören und ihn in den flüssigen Zustand überzuführen. Erst wenn der ganze Körper in den flüssigen Zustand übergegangen ist, wird die hinzutretende Wärme wieder dazu verwendet, die Intensität seiner stehenden Wärmevibrationen und seine Temperatur zu erhöhen. Daraus erklärt sich auch das Verschwinden der latenten Wärme bei dem Schmelzen der Körper. Durch die vielfachen im Innern des Körpers zwischen den Wärmewellen vorkommenden Interferenzen bleibt das Ausstrahlungsvermögen und in Folge dessen auch die Temperatur des Körpers während des Schmelzens unverändert, und die durch die zugeführte Wärme erhöhte innere Beweglichkeit des Körpers wird nur als Disgregationsarbeit dazu verwendet, in ihm die Eigenschaften der Flüssigkeit, d. h. die leichte Ver-

schiebbarkeit seiner Theile an einander, zu begründen. Beim Erstarren der Körper tritt der umgekehrte Process ein; diejenigen Wärmewellen, welche nur dazu beitragen, den flüssigen Zustand aufrecht zu erhalten und deshalb beim Schmelzen für das Thermometer verschwinden, werden von den Körpern zuerst ausgestrahlt und treten sodann als frei werdende, latente Wärme auf, während der erstarrte Körper nur diejenigen Wärmewellen nachbehält, welche zur Erhaltung seiner Temperatur erforderlich sind. Einen Beweis für den innigen Zusammenhang, welcher zwischen dem Aggregatzustande eines Körpers und seiner innern Bewegung besteht, liefert der von James Thomson und Clausius auf Grundlage der mechanischen Wärmetheorie nachgewiesene und durch Versuche von William Thomson am Wasser, von Bunsen am Wallrath und Paraffin und von Hopkins am Wallrath, Wachs, Schwefel und Stearin bestätigte Umstand, dass mit Erhöhung des äusseren Druckes eine Erniedrigung des Gefrierpunktes verbunden ist. Durch erhöhten Druck wird die passive Expansionskraft vergrössert, d. h. die Vibrationsintensität fortschreitender Wellen bei den festen und flüssigen Körpern gesteigert; dieser Zuwachs an innerer Bewegung ist hinreichend, um den flüssigen Zustand bis unter den Gefrierpunkt zu erhalten. —

Den Unterschied zwischen dem flüssigen und dem dampfförmigen Zustande der Körper haben wir bereits im vorigen Abschnitte ausführlich behandelt. Wir haben erkannt, dass die Flüssigkeiten, sobald ihre active Expansionskraft dem äusseren Drucke gleich geworden ist, bei einer weiteren Zufuhr von Wärme, wegen der Unmöglichkeit einer entsprechenden Ausdehnung, durch die Vervielfältigung ihrer Vibrationsatome in den dampf- oder gasförmigen Zustand übergehen. Die Dämpfe haben deshalb mit den Flüssigkeiten die unregelmässige Form ihrer Vibrationsatome und die leichte Verschiebbarkeit ihrer Theile, ihre Cohäsionslosigkeit, gemein, unterscheiden sich aber von den Flüssigkeiten durch das veränderte Gesetz, welches die Dichtigkeit und die Elasticität der Materie an einander bindet, wodurch die Veränderlichkeit ihres Volumens möglich wird und sie die Fähigkeit erhalten, einen beliebigen, ihnen gewährten

Raum einzunehmen oder durch erhöhten Druck auf ein kleineres Volumen zusammengepresst zu werden.

Im § 25. haben wir die 536,5 Wärmeeinheiten, welche als latente Wärme erforderlich sind, um ein Kilogramm Wasser unter dem atmosphärischen Drucke in Dampf zu verwandeln, gleich einer Arbeitsleistung von 227476 Meterkilogrammen gefunden; wir berechneten ferner die dabei geleistete äussere Arbeit auf 17047 Meterkilogramme und schätzten, nach Analogie mit den Gasen, diejenige Arbeitsleistung, welche erforderlich ist, um dem Dampf diejenige raumerfüllende Kraft zu ertheilen, durch welche er im Stande ist, den von ihm eingenommenen Raum gegen den äusseren Druck zu behaupten, auf 41108 Meterkilogramme. Nach Abzug der beiden letzten Grössen von der Gesammtleistung der Wärme bei der Verdampfung eines Kilogramms Wasser verblieb uns ein Rest von 169321 Meterkilogrammen, über dessen Verwendung wir uns damals keine Rechenschaft geben konnten und den wir als Disgregationsarbeit der latenten Wärme bezeichneten. Jetzt sind wir in der Lage, uns über die Bedeutung dieses Wärmeantheils eine bestimmte Vorstellung zu machen. Wenn schon die Flüssigkeiten sich von den festen Körpern dadurch unterscheiden, dass bei ihnen durch das Zusammentreffen der Wärmewellen in verschiedenen Schwingungsphasen solche innere Bewegungen vorkommen, welche in Folge der eintretenden Interferenzen sich weder als erhöhte Temperatur, noch als Widerstand gegen äussere Kräfte zu äussern vermögen, so gilt dies in erhöhtem Grade von den Gasen. Wir denken uns demnach die Verwendung der inneren latenten Wärme bei der Verdampfung auf die Weise, dass ausser der bei der Bildung neuer Vibrationsatome zur Begründung der raumerfüllenden Kraft verbrauchten Arbeit, in den Gasen und Dämpfen noch eine solche Beweglichkeit aller Theile existirt, durch welche sie befähigt werden, ihre Form auch ohne Anwendung äusserer Kraft zu verändern und jeden ihnen gebotenen Raum sofort vollständig und freiwillig einzunehmen. Die Disgregationsarbeit der latenten Wärme bei der Verdampfung ist somit ausschliesslich eine innere Arbeit und sie kann deshalb weder als erhöhte Temperatur noch als

raumerfüllende Kraft in der äusseren Erscheinung der Körper hervortreten.

Die Verschiedenheit der Aggregatzustände beruht demnach auf einem verschiedenen inneren Bewegungszustande der Körper. Von den Krystallen, welche die im Innern vorzugsweise geordneten Körper sind, bis zu der innern Beweglichkeit der Gase finden allmälige Uebergänge statt, durch welche die verschiedenen Eigenschaften der Körper in ihren verschiedenen Aggregatzuständen begründet werden.

Das chemische Verhalten der Körper.

§ 32. **Die verschiedenen chemischen Theorien.** Ueberblicken wir die verschiedenen Theorien, welche in der Chemie nach einander zur Geltung gekommen sind, so ist ein gewisser Fortschritt nicht zu verkennen. Jede Theorie hat dazu beigetragen, das vorliegende Material zu erweitern, die Existenz gewisser Verbindungen voraussehen lassen und dadurch die Richtung angedeutet, in welcher Versuche anzustellen waren; jede hat neues Licht in einzelne Theile der Chemie gebracht, die Summe des empirisch Erkannten vermehrt und die Aufstellung umfassenderer Gesichtspunkte vorbereitet. Eine Betrachtungsweise jedoch, welche die eigenthümlichen Vortheile aller bisher aufgestellten Ansichten in sich vereinigte und welche, als umfassender Ausdruck dessen, was über die Beziehungen der Verbindungen zu einander und über ihre Zusammensetzung erkannt worden ist, in jeder Beziehung allen anderen Betrachtungsweisen überlegen wäre, ist bisher noch nicht gewonnen worden; vor Allem aber hat es keine Theorie dahin gebracht, für die Erkenntniss der wahren Constitution der Körper eine unerschütterliche Grundlage zu gewinnen.

Wenn auch die auf der elektrochemischen Ansicht gegründete Sauerstoffsäurentheorie und die mit ihr verbundene Radicaltheorie der organischen Verbindungen durch ihre dualistische Schreibart der Formeln den von keiner anderen Theorie in

gleichem Maasse erreichten Vortheil boten, auf klare Weise die Entstehung und Zusammensetzung der Körper aus den Elementen und ihren näheren Bestandtheilen, ihre Wechselwirkungen und ihre Zersetzungsproducte erkennen zu lassen, ohne dabei irgend welche hypothetische Verbindungen vorauszusetzen, so hat dagegen die Substitutionstheorie nicht weniger dazu beigetragen, die Erkenntniss der Zusammensetzung der Körper zu entwickeln, indem sie Thatsachen ans Licht brachte, welche der elektrochemischen Ansicht direct widersprachen und den Beweis lieferten, dass die alleinige Addition der Bestandtheile nicht hinreichend sei, um die Entstehung aller Verbindungen zu erklären, sondern dass auch die Möglichkeit eines gegenseitigen Verdrängens und Vertretens der Körper in den Verbindungen angenommen werden müsse. Die Reihentheorie hat ihrerseits dazu beigetragen, das unterdessen bedeutend angewachsene Material der organischen Chemie zu ordnen und zu sichten, die Mittel an die Hand gegeben, einen Ueberblick über eine ins Unendliche gehende Mannigfaltigkeit zu gewinnen, nicht nur jedem Körper den ihm entsprechenden Platz im System der Classification angewiesen, sondern auch die Lücken erkennen lassen, die noch auszufüllen waren und die in Folge dessen auch häufig mit Erfolg ausgefüllt worden sind. Die neuere Typentheorie hat endlich durch den Gebrauch ihrer Molecularformeln die Uebereinstimmung zwischen dem chemischen und physikalischen Verhalten der Körper nachgewiesen, die Abhängigkeit der Dampfdichtigkeit von der Zusammensetzung erkennen lassen und dadurch Gesichtspunkte begründet, die von jeder künftigen Theorie zu berücksichtigen sind.

Wenn aber auch jede einzelne Ansicht eigenthümliche Vortheile bot, so hat sich dennoch die Wissenschaft für das ausgedehnte und stets sich erweiternde Gebiet der Chemie noch nicht zu einem Standpunkte erhoben, welcher alle Verhältnisse in allen Beziehungen gleich deutlich überblicken liesse. Die Sauerstoffsäurentheorie und die Radicaltheorie konnten, trotz der unzweifelhaften Vorzüge, welche sie vor allen anderen Theorien besitzen, dennoch durch ihr starres Festhalten an den elektrochemischen Ansichten und durch ihre zu geringe Berück-

sichtigung des physikalischen Verhaltens der Körper dem Andrängen der sich täglich mehrenden, neuen Thatsachen nicht widerstehen; die Substitutionstheorie musste nothwendigerweise auf diejenigen Thatsachen beschränkt bleiben, welche in ihr Gebiet gehörten, auf die Erkenntniss der gegenseitigen Vertretung der Körper in den Verbindungen; die Reihentheorie war nur ein wenn auch erfolgreicher Classificationsversuch, ohne deshalb zur Erkenntniss der inneren Constitution der Körper wesentlich beitragen zu können; die neuere Typentheorie endlich verdankt ihre Erfolge weniger ihrer typischen Schreibart der Formeln, als der unterdessen erweiterten Erkenntniss von dem physikalischen Verhalten der Körper und dem Umstande, dass sie, auf Grundlage der Reihentheorie aufgebaut, aller Vortheile dieser Classificationsmethode theilhaftig wurde. —

Wenn schon die Vorstellung einzelner, durch leere Zwischenräume von einander getrennter Atome etwas der Vernunft Widerstrebendes ist, so erscheint das Zusammenkleben der Atome zu Molecülen, wie solches in der Typentheorie vorausgesetzt wird, als eine bis aufs Aeusserste getriebene Willkür der Phantasie. Zwar behaupten die Anhänger der Typentheorie, dass die von ihnen benutzten Formeln keine Constitutionsformeln seien, sondern nur Umsetzungsformeln, welche keinen anderen Zweck haben, als die Wechselwirkung der Körper und ihre Zersetzungen deutlich erkennen zu lassen; in Wirklichkeit stellt sich die Sache ganz anders heraus. Da die Molecularformeln den Zusammentritt der Atome zu Molecülen, der Art und der Anzahl nach, versinnlichen sollen, werden die Formeln der Typentheorie zu wirklichen Constitutionsformeln, die jedoch wegen des Mangels einer empirischen und theoretischen Grundlage jeder Gewissheit entbehren. — Die typische Schreibweise ist vielmehr nur ein gewaltsames Hineinzwingen der chemischen Formeln in eine vorgefasste Form, durch welche die verschiedenartigsten Verbindungen in eine Classe mit einander vereinigt, die gleichartigsten Verbindungen aber von einander gerissen werden. Zu dem Wassertypus gehörig werden z. B. nicht allein indifferente Stoffe, sondern auch Säuren, Basen und Salze gerechnet, während viele, ihren Eigenschaften nach ähnliche Körper, z. B. die Metalloxyde

(Ka_2 Θ und Ca Θ), bald zu dem einen, bald zu dem anderen Typus gehören. Vergebens fragt man sich, was die Säuren, Basen und Salze Gemeinsames mit dem Wasser haben, um mit demselben verglichen zu werden, als höchstens eine gewisse Anzahl von Bestandtheilen, deren Zeichen auf eine bestimmte Art geordnet werden können. Ausserdem hat sich die typische Schreibweise bei den unorganischen Verbindungen nicht allgemein durchführen lassen, und wenn auch die wasserhaltigen unorganischen Säuren, wegen ihres Gehaltes an Wasserstoff, ein Zurückführen derselben auf den Wassertypus unter Voraussetzung sonst unbekannter Verbindungen gestattet haben, so haben dagegen die Anhydride jedem solchen Versuche widerstanden und haben dadurch den Beweis geliefert, dass die neuere Typentheorie jeder thatsächlichen Grundlage entbehrt. — Sogar der Hauptgrundsatz der Typentheorie, dass die Molecularformeln 2 Volumen Dampf entsprechen sollen, ist nicht ohne vielfache Ausnahmen geblieben. — Ganze Reihen von Verbindungen haben sogenannte abnorme Dampfdichten gezeigt, d. h. Dampfdichten, die durch die Beobachtung sich nur halb so gross erwiesen haben, als wie es ihre Molecularformeln erwarten liessen. Erwähnen wir hier des Phosphorchlorids PCl_5 und anderer Verbindungen analoger Zusammensetzung, des Salmiaks NH_4 Cl und der ihm verwandten Körper, des Schwefelsäurehydrats $\left.\frac{S\Theta_2}{H_2}\right\} \Theta_2$, u. s. w., bei denen allen die Molecularformeln 4 Volumen Dampf entsprechen. Zwar sind vielfache Versuche gemacht worden, diese abnormen Dampfdichten durch Zersetzungen bei der Verdampfung zu erklären, weder aber hat man diese Zersetzungen in allen Fällen mit Gewissheit nachweisen können, noch ist der Umstand zu übersehen, dass die abnormen Dampfdichten sich immer nur bei solchen Verbindungen gezeigt haben, bei denen wegen der ungeraden Atomzahl eines Bestandtheils die Zweitheilung der Formel nicht möglich war. Nicht die Dampfdichten sind abnorm, sondern die Schreibweise der Typentheorie, welche dadurch selbst auf einen ihr zu Grunde liegenden Irrthum deutet. —

Eine Theorie der chemischen Verbindungen, welche allen

von der Wissenschaft an sie gestellten Anforderungen entsprechen würde, hätte, indem sie die Fehler ihrer Vorgängerinnen vermeidet, sich die guten Seiten derselben anzueignen; sie würde dadurch zu einer Ausgleichung und Vereinigung der entgegengesetztesten Ansichten führen und allen Meinungsverschiedenheiten ein Ende setzen. Sie müsste durch Zugrundelegung der Atomgewichte, als der wahren Aequivalentgewichte der Elemente, die innigen Beziehungen zwischen dem chemischen und physikalischen Verhalten der Körper nachweisen, der Reihentheorie ihre Classification der organischen Verbindungen entnehmen, wie die Substitutionstheorie, eine gegenseitige Vertretung der Körper in den Verbindungen zulassen, durch ihre Schreibweise der Formeln aber sich der dualistischen Theorie anschliessen und dadurch das Hervorgehen der Verbindungen aus ihren Bestandtheilen und ihre Zersetzungsproducte erkennen lassen. Vor Allem müsste sie aber, auf der vorangehenden Erkenntniss der inneren Constitution der Körper gegründet, das ganze System ihrer Classification auf einer von den einzelnen chemischen Erscheinungen unabhängigen, theoretischen Grundlage aufbauen. Zu einer derartigen Theorie werden wir durch unsere mechanische Anschauungsweise der innern Constitution der Körper geführt. —

§ 33. **Theoretische Begründung der chemischen Erscheinungen.** Die Materie an sich ist gleichartig und unterschiedlos. Die Körper aber werden nach allen Seiten hin von Wärmewellen durchlaufen, welche, indem sie in entgegengesetzter Richtung auf einander treffen, sich in stehende Wärmewellen verwandeln und durch die sich dabei bildenden, festen Knotenflächen die Materie der Körper in Vibrationsatome scheiden, innerhalb welcher die Vibrationsbewegungen der Wärme vor sich gehen. Die Dauer dieser Wärmevibrationen ist in verschiedenen Körpern eine verschiedene; in jedem einfachen Körper kommen stehende Wärmevibrationen nur von einer bestimmten Dauer vor, in den zusammengesetzten Körpern, da sie aus zwei oder mehreren einfachen Körpern bestehen, finden Wärmevibrationen von verschiedener Dauer gleichzeitig statt. Unsere Aufgabe ist nun, von die-

sen Grundsätzen ausgehend, die an den Körpern beobachteten chemischen Erscheinungen zu erklären.

Die qualitativen Verschiedenheiten der einfachen Körper beruhen auf der verschiedenen Dauer ihrer stehenden Wärmevibrationen. Das Fortbestehen in ihrer Eigenthümlichkeit hängt somit von der Aufrechterhaltung ihrer stehenden Wärmewellen oder von der Unbeweglichkeit der die Vibrationsatome von einander trennenden Knotenflächen ab. Die Bedingungen dieser Erhaltung sind im Innern eines homogenen Körpers, da in demselben nur Wärmevibrationen von gleicher Dauer, und bei gleichmässiger Temperatur auch von gleicher Intensität vorkommen, vollständig erfüllt; nicht so an der Berührungsfläche zweier verschiedenartiger Körper; hier stossen Wärmewellen mit einer verschiedenen Dauer der Vibrationen auf einander und müssten folglich, wenn sie an der Berührungsfläche keine Reflexion erleiden, als fortschreitende Wellen aus dem einen Körper in den anderen übergehen. Dieses findet stets in dem Falle statt, wenn zwei Körper eine chemische Verbindung mit einander eingehen. Die Umwandlung der stehenden Wärmewellen in fortschreitende müsste jedoch zu einer vollständigen Aufhebung der inneren Bewegung der beiden Körper führen; dieses tritt aber nicht ein, und wir müssen deshalb voraussetzen, dass die fortschreitenden Wärmewellen, wegen der innigen Vermischung der beiden Körper, welche einer chemischen Vereinigung vorangeht, oder in Folge von erlittenen Reflexionen, sofort auf Wellen mit Vibrationen von gleicher Dauer und gleicher Intensität stossen und sich wieder in stehende Wärmewellen verwandeln, die jedoch von da an nicht mehr getrennt in zwei verschiedenen Körpern, sondern als ein zusammengesetztes Wellensystem in einem und demselben Körper stattfinden. Die chemische Verbindung zweier Körper ist somit nichts Anderes als die gegenseitige Mittheilung und Uebertragung der stehenden Wärmewellen von dem einen Körper auf den anderen.

Aus dieser Darstellung der chemischen Vereinigung zweier Körper geht hervor, dass in der Vibrationstheorie der Natur von einer Nebeneinanderlagerung der verschiedenartigen Vibrationsatome in einem zusammengesetzten Körper nicht ge-

sprochen werden darf; die Vibrationsatome durchdringen sich vielmehr. — Wenn auch die Materie der beiden Bestandtheile in einem zusammengesetzten Körper als noch nebeneinander gelagert betrachtet werden kann, so sind doch die verschiedenen Theile derselben, die früher in verschiedenen Körpern enthalten waren, wegen der Gleichartigkeit der Materie, in der Verbindung nicht mehr von einander zu unterscheiden. Indem die Materie jetzt an den Vibrationsbewegungen beider zu einer chemischen Verbindung zusammengetretenen Körper theilnimmt, tritt auch eine Ausgleichung ihrer bis zur Vereinigung der beiden Körper verschiedenen Dichtigkeit ein, und somit schwindet das letzte Unterscheidungsmerkmal, woran die aus dem einen oder dem anderen Bestandtheile des zusammengesetzten Körpers stammende Materie erkannt werden könnte. Aus der chemischen Vereinigung zweier Körper geht ein dritter, von seinen Bestandtheilen völlig verschiedener Körper hervor, der sich von ihnen sowohl durch seine Dichtigkeit, als auch durch seine Eigenschaften unterscheidet und der mit seinen Bestandtheilen nur das gemein hat, dass er von ihnen ihre beiderseitigen Vibrationsbewegungen entlehnt hat; diese Vibrationsbewegungen haben sich in ihm zu einem zusammengesetzten Wellensystem vereinigt, durch welches ohne Unterschied sowohl die Materie des einen, wie des anderen Bestandtheils in dem zusammengesetzten Körper bewegt wird. — Die Dichtigkeit der Materie in einem solchen Körper ist ebenso gleichmässig, wie in den einfachen Körpern, und wird ebenso wie bei diesen durch die Bedingungen des Gleichgewichts zwischen dem inneren und äusseren Druck und durch die Temperatur bestimmt; das allein Zusammengesetzte in einem zusammengesetzten Körper sind nur seine stehenden Wärmewellen und seine Vibrationsatome; diese hat man sich auf die Weise gebildet vorzustellen, dass die kleineren, nach allen Seiten durch Knotenflächen abgeschlossenen Vibrationsatome des einen Körpers sich in die grösseren, ebenfalls nach allen Seiten abgeschlossenen Vibrationsatome des anderen Körpers hineingelagert haben, so dass die Materie in dem Vibrationsatome eines zusammengesetzten Körpers gleichzeitig durch Wärmevibrationen von verschiedener Dauer bewegt

wird. Da die gegenseitige Mittheilung und Uebertragung der Vibrationsbewegungen von dem einen Körper auf den anderen nur bei einer innigen Berührung der verschiedenen Körper möglich ist, so folgt daraus, dass eine chemische Vereinigung nur unter dieser Bedingung eintreten kann, wie es auch in der That durch die Erfahrung bestätigt wird, dass die chemischen Vereinigungen nur dann eingeleitet werden, wenn die Körper entweder innig mit einander gemischt sind, oder wenn sie sich in einem gasförmigen oder flüssigen Zustande befinden. —

Zwischen einer einfachen Mischung und einer chemischen Verbindung besteht demnach theoretisch folgender Unterschied: In einer Mischung befinden sich die Vibrationsatome der verschiedenen Körper noch neben einander und sie verhalten sich zu einander, abgesehen davon, dass man sie sinnlich nicht mehr unterscheiden kann, wie zwei verschiedene Körper überhaupt; die Materie eines jeden Körpers wird in der Mischung nur durch Vibrationen von bestimmter Dauer bewegt und das Gleichgewicht der inneren Bewegungen wird durch die allgemeinen für die Körper geltenden Gesetze bestimmt. Bei einer chemischen Verbindung dagegen haben sich die inneren Bewegungen ausgeglichen; die stehenden Wärmewellen der Körper sind nicht mehr getrennt von einander, sondern sie haben sich in einander gelagert und haben dadurch die Veranlassung zur Entstehung zusammengesetzter Vibrationsatome gegeben.

Das Bestreben der verschiedenartigen Körper, die sich in Berührung mit einander befinden, ihre stehenden Wärmewellen mit einer verschiedenen Vibrationsdauer unter einander auszugleichen, bildet das, was man in der Chemie als die Affinität der Körper bezeichnet hat. Sie ist dermaassen eine nothwendige Consequenz von der Vorstellung, die man sich in einer Vibrationstheorie der Natur von der innern Constitution der Körper zu machen hat, dass sie keiner weiteren ausführlichen Begründung bedarf, viel eher könnte die Frage gestellt werden, warum dieses Vereinigungsbestreben nicht überall dort eintritt, wo verschiedenartige Körper in Berührung mit einander sind, und wie es noch möglich ist, dass sie neben einander bestehen können, ohne dass die Welt in ein einziges, unterschiedloses

Ganzes zusammenfliesse. Die Ursache davon glauben wir ausser den Cohäsionsverhältnissen auch noch dem Umstande zuschreiben zu dürfen, dass viele zusammengesetzte Körper, welche mit einander in Berührung sind, häufig gleichartige Bestandtheile in sich enthalten und dadurch befähigt sind, sich ihre stehenden Wärmewellen gegenseitig zu erhalten; ferner dem Umstande, dass bei einigen Körpern ein so disharmonisches Verhältniss in der Dauer ihrer Wärmevibrationen besteht, dass ebenso wenig wie eine Saite gleichzeitig Töne von sich giebt, deren Schwingungszahlen nicht in einem einfachen Verhältnisse zu einander stehen, auch die Wärmewellen dieser Körper nicht gemeinschaftlich in einem zusammengesetzten Körper stattfinden können und folglich die innere Bewegung der Körper, entweder durch eine vollständige Reflexion ihrer Wärmewellen an der Berührungsfläche, oder durch eine gleiche Aus- und Einstrahlung der Wärme, ohne Mittheilung der stehenden Wärmewellen, aufrechterhalten wird. Endlich kann das Nichtzustandekommen einer chemischen Verbindung auch noch auf anderen Bedingungen beruhen, die wir jedoch erst später werden kennen lernen.

Wir haben so eben darauf hingewiesen, dass es solche Körper geben könne, die durch die Vibrationsdauer ihrer stehenden Wärmewellen in einem so disharmonischen Verhältnisse zu einander stehen, dass eine chemische Verbindung dieser Körper, d. h. das gleichzeitige Stattfinden ihrer beiderseitigen Wellensysteme innerhalb eines aus ihnen gebildeten zusammengesetzten Körpers, nicht möglich ist. Im Gegensatz dazu können wir voraussetzen, dass diejenigen einfachen Körper ein desto stärkeres Vereinigungsbestreben zu einander zeigen, je harmonischer das Verhältniss ist, in welchem die Dauer ihrer Wärmevibrationen zu einander steht, d. h. wenn dieses Verhältniss durch möglichst einfache Zahlen ausgedrückt werden kann, der Art, dass ebenso wie eine Saite, welche ihrer ganzen Länge nach schwingt, zugleich auch in 2, 3, 4 u. s. w. Abtheilungen zerfällt, von denen jede ihre Schwingungen mit einer ihrer Länge entsprechenden Vibrationsdauer vollbringt, auch bei den zusammengesetzten Körpern auf der Länge, welche von einer oder mehreren stehenden Wärmewellen des einen Körpers eingenommen

wird, eine bestimmte Anzahl der stehenden Wärmewellen des anderen Bestandtheils sich aneinanderreiht, so dass in einer gewissen Entfernung von einander die festen Knotenflächen beider Körper zusammenfallen. Da die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wärmewellen in einem zusammengesetzten Körper im Allgemeinen für beide Bestandtheile als gleich angenommen werden kann, so folgt daraus, dass bei der chemischen Verbindung zweier Körper, wenn sich die Schwingungszahlen der beiden Wellensysteme zu einander verhalten z. B. wie m : n, auf der Länge, welche von m stehenden Wellen des einen Körpers eingenommen wird, sich n stehende Wellen des anderen Körpers aneinanderreihen, und in m^3 Vibrationsatome des Körpers mit der grösseren Vibrationsdauer sich n^3 Vibrationsatome mit einer kürzeren Vibrationsdauer hineinlagern.

§ 34. **Dauer der Wärmevibrationen bei den festen Körpern.** Bei den Gasen haben wir von ihrer Dichtigkeit und ihrer specifischen Wärme aus auf die Dauer ihrer Wärmevibrationen geschlossen. Bei den festen Körpern, deren Dampfdichtigkeit uns nicht bekannt ist, steht uns allein die specifische Wärme zu Gebote, um dieselbe Bestimmung zu treffen.

Für die Wärme, welche in einem Körper M_1 enthalten ist, haben wir nach Gl. (46) den Ausdruck

$$W_1 = A \frac{M_1 c_1^2}{T_1}.$$

Wird die Temperatur des Körpers erhöht, d. h. die Intensität seiner Wärmevibrationen von c_1 auf v_1 gesteigert, so haben wir für die nach der Erwärmung in ihm enthaltene Wärme die Gleichung

$$W_2 = A \frac{M_1 v_1^2}{T_1};$$

durch Subtraction erhalten wir den Zuwachs an Wärme in dem Körper

$$Q_1 = W_2 - W_1 = A \frac{M_1 (v_1^2 - c_1^2)}{T_1};$$

Haben wir nun für einen anderen Körper M_2 die Gleichung

$$Q_2 = A \frac{M_2 (v_2^2 - c_2^2)}{T_2},$$

so erhalten wir die Proportion

$$Q_1 : Q_2 = \frac{M_1 (v_1^2 - c_1^2)}{T_1} : \frac{M_2 (v_2^2 - c_2^2)}{T_2}.$$

Beziehen wir beide Massen auf die Gewichtseinheit, so ist $M_1 = M_2$, und wir erhalten sodann

$$Q_1 : Q_2 = \frac{v_1^2 - c_1^2}{T_1} : \frac{v_2^2 - c_2^2}{T_2}. \qquad (69)$$

Machen wir noch die Voraussetzung, dass für eine geringe Temperaturzunahme, z. B. um 1° C., worauf die Angaben der specifischen Wärme in der Physik berechnet sind, die Differenzen $v_1^2 - c_1^2$ und $v_2^2 - c_2^2$ einander gleich gesetzt werden können, eine Annahme, welche allem Anscheine nach mit vollem Rechte gemacht werden darf, so ist

$$Q_1 : Q_2 = T_2 : T_1 \qquad (70)$$

d. h. die specifischen Wärmen der einfachen Körper verhalten sich umgekehrt, wie die Dauer ihrer stehenden Wärmevibrationen.

Durch die ausführlichen Untersuchungen, welche Dulong und Petit über die specifische Wärme der festen Körper angestellt haben, gelangten sie zu dem Resultate, dass bei vielen festen, unzerlegbaren Substanzen, den chemischen Elementen, die specifische Wärme um so kleiner gefunden wird, je grösser das Aequivalentgewicht dieser Substanzen ist; ein Zusammenhang zwischen diesen beiden Grössen ergiebt sich unverkennbar, wenn man diejenigen Wärmemengen bestimmt, welche zu einer gleichen Temperaturerhöhung bei chemisch äquivalenten Gewichtsmengen erforderlich sind. So ist z. B. die specifische Wärme des Eisens gleich 0,1138; das Aequivalentgewicht dieses Metalls ist gleich 28 und das Product dieser beiden Grössen gleich 3,19. Multiplicirt man die specifische Wärme des Kupfers

0,0952 mit seinem Aequivalentgewicht 31,7, so erhält man das Product 3,02, einen Werth, welcher mit dem für das Eisen gefundenen nahe übereinstimmt. Es zeigt sich dieses bei sehr vielen Elementen: die Producte aus den specifischen Wärmen mit den Aequivalentgewichten sind nur sehr wenig differirend, d. h. chemisch aequivalente Gewichtsmengen vieler Elemente nehmen bei gleicher Erwärmung nahezu gleiche Menge Wärme auf. Diese Regelmässigkeit lässt sich jedoch nicht allgemein durchführen, wenn man für die Aequivalentgewichte diejenigen Zahlen benutzt, die gegenwärtig in der Chemie als solche angenommen werden; man findet das Product aus specifischer Wärme und Aequivalentgewicht für viele Elemente nahezu doppelt so gross, als es sich für andere ergiebt. Durch Verdoppelung der Aequivalentgewichte bei einigen Elementen gelangt man zu Zahlen, welche in der Chemie als Atomgewichte bezeichnet werden; legt man diese Zahlen dem Gesetze von Dulong und Petit zu Grunde, so gewinnt es eine bedeutend allgemeinere Gültigkeit. Es kann somit als ein bis auf einige Ausnahmen und geringe Abweichungen gültiges Naturgesetz ausgesprochen werden, dass die specifischen Wärmen der Elemente ihren Atomgewichten umgekehrt proportional sind. Bezeichnen wir mit A_1 und A_2 die Atomgewichte zweier Elemente, so erhalten wir die Proportion

$$Q_1 : Q_2 = A_2 : A_1. \qquad (71)$$

Verbinden wir diese Gleichung mit der Gl. (70), so erhalten wir

$$A_1 : A_2 = T_1 : T_2. \qquad (72)$$

Die Dauer der Wärmevibrationen bei den einfachen Körpern ist ihren Atomgewichten proportional. Inwiefern diese Gesetze durch die Beobachtungen bestätigt werden, ist aus der folgenden Tabelle zu ersehen.

In dieser Tabelle sind, mit Einschluss der Gase und Flüssigkeiten, die meisten Elemente aufgenommen und nach der Grösse ihrer Atomgewichte, wie solche gegenwärtig in der Chemie angenommen werden, mit dem kleinsten Atomgewichte, dem des

Wasserstoffs = 1, anfangend und mit dem grössten, dem des Wismuth = 210, endigend, geordnet.

In der ersten Zahlencolonne sind die sogenannten Atomgewichte der Elemente angegeben. Die beigefügten durchstrichenen Zeichen geben an, bei welchen Körpern die Aequivalentgewichte verdoppelt worden sind.

Die zweite Colonne enthält die wahren Gas- und Dampfdichtigkeiten der Elemente, wie sie sich aus den Beobachtungen ergeben haben.

In der dritten Colonne ist die specifische Wärme derjenigen Körper angegeben, bei denen sie mit einer gewissen Sicherheit hat bestimmt werden können.

Die vierte Colonne enthält die Producte aus den Atomgewichten und den specifischen Wärmen. Man ersieht daraus, inwiefern das Gesetz von Dulong und Petit bei Zugrundelegung der Atomgewichte als allgemein gültig angesehen werden kann.

In der fünften Colonne sind endlich die relativen Zahlen für die Dauer der Wärmevibrationen einiger elementarer Körper angegeben, wie sie mit grosser Wahrscheinlichkeit, auf Grundlage nachfolgender Betrachtungen, aus dem chemischen Verhalten der Körper hervorgehen und, wie wir sehen werden, durch ihr harmonisches Verhältniss zu einander ein unerwartetes Licht über die chemischen Erscheinungen verbreiten.

Elemente.	Zeichen.	Atomgewicht.	Dampfdichte.	Specif. Wärme.	Product aus Atomgewicht und specif. Wärme.	Wahrscheinlich Dauer de Wärmevibrationen.
Wasserstoff	H	1	1	3,4046	3,40	1
Lithium	Li	7		0,9408	6,59	8
Beryllium	Be	9,3				
Bor	B	10,9		0,2300	2,51	
Kohlenstoff	C	12		0,1469	1,76	12
Stickstoff	N	14	14,03	0,2440	3,42	14
Sauerstoff	O	16	15,97	0,2182	3,39	16
Fluor	F	19				20
Natrium	Na	23		0,2934	6,75	24
Magnesium	Mg	24		0,2499	6,00	24
Aluminium	Al	27,4		0,2143	5,87	
Silicium	Si	28		0,1670	4,68	28
Phosphor	P	31	65,02	0,1740	5,39	30
Schwefel	S	32	32,23	0,1630	5,22	32
Chlor	Cl	35,5	35,26	0,1214	4,31	36
Kalium	Ka	39,1		0,1655	6,47	40
Calcium	Ca	40				40
Titan	Ti	50				
Chrom	Cr	52,2				
Mangan	Mn	55		0,1217	6,69	
Eisen	Fe	56		0,1138	6,37	
Nickel	Ni	58,8		0,1092	6,42	
Kobalt	Co	58,8		0,1067	6,27	
Kupfer	Cu	63,4		0,0952	6,04	
Zink	Zn	65,2		0,0956	6,23	
Yttrium	Y	68				
Indium	In	74				
Arsen	As	75	153,1	0,0814	6,11	78
Selen	Se	79,4	82,08	0,0762	6,05	80
Brom	Br	80	80,05	0,0843	6,74	84
Rubidium	Rl	85,4				88
Strontium	Sr	87,6				

Elemente.	Zeichen.	Atom-gewicht.	Dampf-dichte.	Specif. Wärme.	Product aus Atom-gewicht und specif. Wärme.	Wahr-scheinliche Dauer der Wärme-vibratio-nen.
Zirkon	Zr	89,6				
Cerium	Ce	92				
Lanthan	La	92,8				
Didym	D	96				
Molybdän	Mo	96		0,0722	6,93	
Niob	Nb	97,6				
Rhodium	Rh	104,4		0,0580	6,06	
Ruthenium	Ru	104,4				
Palladium	Pd	106,6		0,0593	6,32	
Silber	Ag	108		0,0570	6,16	
Cadmium	Cd	112	56,93	0,0567	6,35	112 oder 56
Thorium	Th	115,72				
Zinn	Sn	118		0,0548	6,46	
Uran	U	120				
Antimon	Sb	122		0,0508	6,20	126
Jod	I	127	126,15	0,0541	6,87	132
Tellur	Te	128	131,2	0,0475	6,08	128
Caesium	Cs	133				
Barium	Ba	137				
Vanadin	Va	137,2				
Tantal	Ta	137,6				
Wolfram	W	184		0,0334	6,15	
Gold	Au	197		0,0324	6,38	
Platin	Pt	197,4		0,0324	6,40	
Iridium	Ir	198		0,0326	6,45	
Osmium	Os	199,2		0,0311	6,20	
Quecksilber	Hg	200	101,5	0,0319	6,38	200 oder 100
Thallium	Tl	204		0,0336	6,85	
Blei	Pl	207		0,0314	6,50	
Wismuth	Bi	210		0,0308	6,47	206

Wir haben somit, wie es aus der obigen Tabelle hervorgeht, zur Bestimmung der relativen Dauer der Wärmevibrationen in den elementaren Körpern drei Gleichungen. Zuerst für die permanenten Gase und für die Dämpfe im vollkommenen Gaszustande die Gleichgewichtsgleichung

$$\frac{D_1 i_1}{T_1} = \frac{D_2 i_2}{T_2}$$

oder unter der Voraussetzung, dass die Vibrationsintensitäten i_1 und i_2 bei gleichen Temperaturen gleich sind, die Proportion

$$T_1 : T_2 = D_1 : D_2,$$

d. h. die Dauer der Wärmevibrationen bei den Gasen und Dämpfen ist ihrer wahren Dichtigkeit proportional.

Ferner haben wir das theoretisch festgestellte Verhältniss für die specifischen Wärmen der Körper

$$Q_1 : Q_2 = \frac{v_1^2 - c_1^2}{T_1} : \frac{v_2^2 - c_2^2}{T_2}$$

oder unter der Voraussetzung, dass für gleiche, aber unbedeutende Zunahmen der Temperatur die Zunahme der Vibrationsintensitäten, d. h. die Differenzen $v_1^2 - c_1^2$ und $v_2^2 - c_2^2$ einander gleich sind, die Proportion

$$T_1 : T_2 = Q_2 : Q_1,$$

wonach die Dauer der Wärmevibrationen der specifischen Wärme der elementaren Körper umgekehrt proportional ist.

Endlich haben wir noch, da die Atomgewichte sich umgekehrt verhalten wie die specifischen Wärmen der einfachen Körper, die Proportion

$$T_1 : T_2 = A_1 : A_2,$$

wonach also die Dauer der Wärmevibrationen auch den Atomgewichten proportional ist.

Die Dichtigkeit der Gase und Dämpfe, die specifischen Wärmen und Atomgewichte sind uns durch die Erfahrung ge-

geben; wir können also, je nachdem welche Beobachtungen uns zuverlässiger erscheinen, die eine oder die andere dieser Grössen auswählen, um die relative Dauer der Wärmevibrationen in den elementaren Körpern zu bestimmen. Bisher haben die Atomgewichte allein für alle elementaren Körper aus ihrem chemischen Verhalten bestimmt werden können. Die Atomgewichte, welche in einer mechanischen Naturtheorie an sich bedeutungslos sind, bieten uns also den allgemeinsten Anknüpfungspunkt, um uns eine Vorstellung über die relative Dauer der Wärmevibrationen zu bilden. Bei allen Körpern, für welche das Gesetz von Dulong und Petit bis auf kleine Abweichungen seine Gültigkeit hat, werden wir bei der Bestimmung der relativen Dauer der Wärmevibrationen durch die specifischen Wärmen annähernd auf dieselben Zahlen wie durch die Atomgewichte geführt. Von diesem Gesetze finden jedoch einige Ausnahmen statt, die einer Erklärung bedürfen. Zunächst bemerken wir, dass die Gase, Wasserstoff, Stickstoff, Sauerstoff und Chlor nicht dem allgemeinen Gesetze folgen, sondern eine verhältnissmässig geringere specifische Wärme zeigen, als die meisten festen Körper. Dieser Umstand beruht unzweifelhaft auf ihrem gasförmigen Zustande, wodurch bei ihrer Erwärmung eine geringere innere Disgregationsarbeit zu leisten ist, als bei der Erwärmung der festen und flüssigen Körper. Diese Annahme wird durch die Erscheinung bestätigt, dass die specifische Wärme verschiedener zusammengesetzter Substanzen im gasförmigen Zustande geringer als im tropfbarflüssigen Zustande ist. Die specifische Wärme ist somit nicht geeignet, um die relative Dauer der Wärmevibrationen bei Körpern von verschiedenem Aggregatzustande festzustellen. Die Dauer der Wärmevibrationen in den Gasen bestimmen wir deshalb nach ihren Atomgewichten, um so mehr als diese in Uebereinstimmung mit ihren Dichtigkeiten sind. — Uebrigens hat die Proportion

$$T_1 : T_2 = A_1 : A_2 = Q_2 : Q_1$$

innerhalb der Gruppe der drei Gase: Wasserstoff, Stickstoff und Sauerstoff, wieder ihre volle Gültigkeit. Nur das Chlor

zeigt eine verhältnissmässig höhere specifische Wärme, was durch seine Nähe zu dem Condensationspunkte und durch die in Folge dessen bedingte grössere innere Disgregationsarbeit bei seiner Erwärmung, als bei der der übrigen Gase, seine genügende Erklärung findet.

Eine weitere, für die atomistische Theorie vollkommen unerklärlich scheinende Abweichung von der durchschnittlichen, sogenannten Atomwärme = 6,4 tritt bei folgenden Körpern ein:

Elemente.	Atom-gewicht.	Specif. Wärme.	Product.
Phosphor	31	0,1740	5,39
Schwefel	32	0,1630	5,22
Silicium	28	0,1670	4,68
Bor	10,9	0,2300	2,51
Kohlenstoff	12	0,1469	1,76

Diese Körper gehören zu denjenigen, welche in verschiedenen allotropischen Zuständen vorkommen. Wir werden die Erklärung derselben bei der speciellen Betrachtung der Verbindungen dieser Körper geben und dann auch in der Lage sein, die Ursache der oben erwähnten Abweichungen von dem Gesetze von Dulong und Petit nachzuweisen. Erwähnen wir hier in Bezug auf das eigenthümliche Verhalten dieser Körper nur so viel, dass sie vom theoretischen Standpunkte aus nicht als vollkommen einfache Körper betrachtet werden dürfen, sondern dass in ihrem Inneren Wärmevibrationen von verschiedener Dauer angenommen werden müssen, die jedoch in einem so einfachen Verhältniss zu einander stehen, dass der Uebergang von der einen Dauer zur anderen ebenso leicht eintritt, wie beim Schalle der Uebergang eines tönenden Körpers von dem Grundton zur Octave und Duodecime und umgekehrt. Die geringeren Abweichungen, welche sich bei den übrigen Körpern zeigen, beruhen zum Theil auf Beobachtungsfehlern, zum Theil aber auch auf der Unkenntniss dessen, bei welchen

Temperaturen man die festen Körper in Bezug auf die specifische Wärme mit einander zu vergleichen hat. Die specifische Wärme ist im Allgemeinen bei höheren Temperaturen grösser als bei niedrigeren; für die oben in der Tabelle genannten Elemente ist sie aber um 100° C. bestimmt worden. — Es ist wohl möglich, dass man mit der Zeit, wenn man alle Umstände in Rechnung zieht, für die specifische Wärme der Elemente die wirklich vergleichbaren Zustände ermitteln wird. Jedenfalls sehen wir bereits ein, dass die Proportion

$$T_1 : T_2 = A_1 : A_2 = Q_2 : Q_1$$

als Gesetz vollkommen zulässig ist und dass in allen Fällen, wo die Beobachtungen nur unbedeutende Abweichungen von demselben zeigen, dieses nur auf einer verschiedenen Zu- oder Abnahme der Intensität der Wärmevibrationen beruhen kann, in welchem Falle die Proportion

$$Q_1 : Q_2 = \frac{v_1^2 - c_1^2}{T_1} : \frac{v_2^2 - c_1^2}{T_2}$$

bei der Bestimmung der specifischen Wärme zu Grunde gelegt werden muss.

Die Atomgewichte sind jedoch nicht allein den specifischen Wärmen umgekehrt proportional, sondern sie stehen auch in demselben Verhältniss zu einander, wie die wahren Dampfdichten der Elemente. In unserer Tabelle finden wir von den 13 Körpern, bei denen die Gas- und Dampfdichtigkeiten direct beobachtet worden sind, 9 Körper, deren Atomgewichte den Dampfdichtigkeiten nahezu gleich sind. Solches ist aber auch eine Anforderung unserer Theorie; denn da die Dauer der Wärmevibrationen einerseits der wahren Dampfdichte direct, andererseits der specifischen Wärme umgekehrt proportional ist, so folgt daraus, dass die Atomgewichte, welche die relative Dauer der Wärmevibrationen angeben, auf dieselbe Einheit, wie die Dampfdichten, bezogen, diesen gleich sein müssen.

Von dieser Regel kommen vier Ausnahmen vor; wir ersehen aus der Tabelle, dass die Dampfdichtigkeiten des Quecksilbers und des Cadmiums halb so gross, die Dampfdichtigkeiten

des Phosphors und des Arsens aber doppelt so gross als ihre Atomgewichte sind. Wir ziehen es vor, die ausführliche Erklärung dieser Erscheinungen ebenfalls bis auf die specielle Betrachtung dieser Körper zu verschieben, und erwähnen nur so viel, dass das eigenthümliche Verhalten des Quecksilbers und Cadmiums sich durch die Annahme erklärt, dass sie die Dauer ihrer Wärmevibrationen bei ihrer Verdampfung auf die Hälfte herabsetzen, indem sie gleichsam auf ihre nächst höhere Octave überspringen. — Die specifische Wärme des Quecksilbers und Cadmiums ist für ihren festen und flüssigen Zustand bestimmt worden; ihr entsprechend findet sich die Dauer der Wärmevibrationen und die Atomgewichte dieser Körper gleich 200 und 112, die Dampfdichtigkeiten deuten aber auf eine Dauer der Vibrationen gleich 100 und 56, woraus dann die obige Annahme von selbst hervorgeht, eine Annahme, zu der wir um so mehr berechtigt sind, als wir bei der Erklärung der chemischen Erscheinungen häufig auf solche Veränderungen in der Dauer der Wärmevibrationen stossen werden. Bei dem Phosphor und dem Arsen muss dagegen angenommen werden, dass ihre wahren Dampfdichtigkeiten noch nicht beobachtet worden sind, und dass ebenso, wie bei dem Schwefel, die Dampfdichte bei einer den Siedepunkt nicht viel übersteigenden Temperatur dreimal so gross ist, als neuere Bestimmungen dieselbe bei 1040° ergeben haben, auch bei dem Phosphor und Arsen die Dampfdichtigkeit in noch höherer Temperatur nur halb so gross gefunden werden wird, als die bis jetzt beobachtete. Die Dauer der Wärmevibrationen haben wir somit bei dem Phosphor und Arsen den Atomgewichten entsprechend anzunehmen.

§ 35. **Die Harmonie der Elemente.** Die Bestimmung der relativen Dauer der Wärmevibrationen in den einfachen Körpern nach den beobachteten Dampfdichtigkeiten, den specifischen Wärmen und den Atomgewichten ist insofern eine mangelhafte, als diese Grössen selbst noch mit Beobachtungsfehlern behaftet sind und unter einander, wenn auch unbedeutend, differiren. — Um sich eine richtige Vorstellung von der wahren Dauer der Wärmevibrationen zu bilden, muss man diesen Gegenstand von

einem höheren, allgemeineren Standpunkte auffassen. Die nachfolgenden Betrachtungen mögen auf den ersten Blick etwas willkürlich und hypothetisch erscheinen, sind es aber nicht, sondern sie gehören vollkommen in eine Vibrationstheorie der Natur und verbreiten ausserdem ein unerwartetes Licht über das chemische Verhalten der Körper. —

Es zeigt sich nämlich bei mehreren chemisch ähnlichen Körpern eine unverkennbare Regelmässigkeit in der Differenz der Grösse ihrer Atomgewichte, wie es die folgende Zusammenstellung für einige wohl charakterisirte Gruppen erkennen lässt.

Elemente.	Atomgewicht.	Differenz.	Elemente.	Atomgewicht.	Differenz.
Fluor	19		Lithium	7	
Chlor	35,5	16,5	Natrium	23	16
Brom	80	44,5	Kalium	39	16
Jod	127	47	Rubidium	85,4	46,4
Sauerstoff	16		Magnesium	24	
Schwefel	32	16	Calcium	40	16
Selen	79,4	47,4	Strontium	87,6	47,6
Tellur	128	48,6	Barium	137	49,4
Stickstoff	14		Kohlenstoff	12	
Phosphor	31	17	Silicium	28	16
Arsen	75	44			
Antimon	122	47			

Die Glieder dieser verschiedenen Gruppen haben viel Aehnlichkeit in ihrem chemischen Verhalten, obgleich parallel mit der Veränderung der Atomgewichte eine regelmässige Veränderung der Eigenschaften vor sich geht. — So ist unter den Haloidkörpern das Fluor mit ausserordentlicher Affinität begabt, daran schliesst sich in seinen Eigenschaften das Chlor an; dasselbe ist bei gewöhnlicher Temperatur ein Gas; hierauf folgt das Brom, eine Flüssigkeit, und endlich das Jod, ein fester Körper.

Sauerstoff, Schwefel, Selen und Tellur bilden eine andere Gruppe. Es ist die Gruppe der Amphigene. Sauerstoff ist ein Gas, Schwefel schmilzt bei 111°5, Selen bei 211°5 und Tellur bei 500°.

In derselben Weise bilden Stickstoff, Phosphor, Arsen und Antimon eine Gruppe und zeigen in vieler Hinsicht trotz ihrer Verschiedenheit ein ähnliches chemisches Verhalten u. s. w.

Diese für die atomistische Theorie unerklärlichen Verhältnisse sind für die Vibrationstheorie höchst erwünscht. Die Differenz zwischen den Atomgewichten chemisch ähnlicher Körper, wie sie aus der obigen Tabelle hervorgeht, beträgt nämlich häufig 16 oder ein Multiplum dieser Zahl. — Bedenkt man nun, dass die Atomgewichte nichts Anderes als die Dauer der Wärmevibrationen bedeuten, so kann, wenn man jedes Element, wie die Farben des Lichtes, mit einem Tone vergleicht, diese Regelmässigkeit in der Differenz der Atomgewichte als eine Folge der Harmonie, welche unter den Elementen herrscht, betrachtet werden. — Es lassen sich nämlich unter der Voraussetzung, dass die Dauer der Wärmevibrationen des Lithiums gleich 8 und die des Fluors gleich 20 ist, sowie unter gehöriger Berücksichtigung der an den einfachen Körpern beobachteten Dampfdichtigkeiten, specifischen Wärmen und ihres chemischen Verhaltens die Zahlen für die Dauer der Wärmevibrationen einiger Körper, wie folgende Tabelle zeigt, in ein überaus harmonisches Verhältniss zu einander bringen.

Elemente.	Dampf-dichte.	Atom-gewicht.	Dauer der Wärme-vibration.	Differenz.
Wasserstoff	1	1	1	
Lithium		7	8	
Natrium		23	24	16
Kalium		39,1	40	16
Rubidium		85,4	88	3.16
Kohlenstoff		12	12	
Silicium		28	28	16
Stickstoff	14,03	14	14	
Phosphor	65,02	31	30	16
Arsen	153,10	75	78	3.16
Antimon		122	126	3.16
Wismuth		210	206	5.16
Sauerstoff	15,97	16	16	
Schwefel	32,23	32	32	16
Selen	82,08	79,4	80	3.16
Tellur	131,20	128	128	3.16
Fluor		19	20	
Chlor	35,26	35,50	36	16
Brom	80,08	80	84	3.16
Jod	126,15	127	132	3.16
Magnesium		24	24	
Calcium		40	40	16
Strontium		87,6	88	3.16
Barium		137	136	3.16
Cadmium	59,93	112	56 oder 112	
Quecksilber	101,50	200	100 oder 200	

Ueberblickt man in der obigen Tabelle die Zahlen für die Dauer der Wärmevibrationen, so findet man zunächst den Wasserstoff alleinstehend mit der kürzesten Vibrationsdauer, als den höchsten Ton in der Reihe der Elemente. Verdoppelt man mehrmals seine Vibrationsdauer, d. h. schreitet man von Octave zu Octave abwärts, so gelangt man zu dem Lithium als zu seiner drittnächst tieferen Octave mit einer Vibrationsdauer = 8, und noch eine Octave tiefer zu dem Sauerstoff mit einer Vibrationsdauer = 16. Geht man von dem Sauerstoff weiter, so gelangt man zu dem Schwefel, als zu seiner nächsttieferen Octave. Die folgende Octave mit einer Vibrationsdauer = 64 fehlt in der Gruppe der Amphigene, dagegen findet man nach einem Intervall gleich 16 das Selen mit einer Vibrationsdauer gleich 80, während das Tellur mit einer Vibrationsdauer = 128 als die zweittiefere Octave des Schwefels sich herausstellt.

Die Körper in den anderen Gruppen stehen nicht im Verhältniss der Octaven zu einander, sondern ihre Aehnlichkeit scheint auf der Regelmässigkeit ihrer Intervalle zu beruhen; bei 4 Gruppen beträgt die Differenz zwischen dem ersten und zweiten Gliede 16, und zwischen dem zweiten, dritten und vierten das Dreifache davon.

Die Körper aus verschiedenen Gruppen stehen ebenfalls in einem harmonischen Verhältnisse zu einander. Kohlenstoff, Sauerstoff, Fluor und Natrium bilden gleichsam die Haupttöne einer vollen Octave. Betrachtet man das Natrium als den Grundton, so ist das Fluor die kleine Terz, der Sauerstoff die Quinte und der Kohlenstoff die nächst höhere Octave. Das Fluor ist die kleine Terz des Magnesiums, die Quinte des Phosphors, die kleine Sexte des Schwefels; der Sauerstoff ist die grosse Terz des Fluors, die Septime des Phosphors; der Kohlenstoff ist die Quarte des Sauerstoffs, die Sexte des Fluors, u. s. w.

Unverkennbar zeigen diejenigen Körper die grösste Affinität zu einander, bei denen die Dauer der Wärmevibrationen in den einfachsten Verhältnissen steht. Das starke Vereinigungsbestreben des Fluors scheint aus obiger Tabelle klar hervorzugehen, ebenso die Affinität des Sauerstoffs zum Schwefel, Kalium, Natrium und anderen Körpern, während die Vibrationsdauer des in-

differenten Stickstoffs in kein recht harmonisches Verhältniss zu der Vibrationsdauer der anderen Körper gebracht werden kann.

Auf Grundlage dieser Betrachtungen haben wir uns für berechtigt gehalten, für die relative Dauer der Wärmevibrationen einiger Körper bestimmte Zahlen anzugeben. Bei den anderen erschien ein solcher Versuch noch zu gewagt, und können somit nur die Atomgewichte als erste Annäherung betrachtet werden. Dabei bemerken wir, dass die Dauer der Wärmevibrationen mancher Körper sich sehr wenig von einander unterscheidet, bei einigen Körpern sogar, wie beim Natrium und Magnesium, Kalium und Calcium, eine ganz gleiche ist. Theoretisch scheint dadurch jede Verschiedenheit zwischen diesen Körpern aufgehoben zu sein; man bedenke aber, dass unsere Erkenntniss noch sehr mangelhaft ist und dass die Verschiedenheit dieser Körper, trotz der theoretischen Gleichheit, auf besonderen, uns noch unbekannten Verhältnissen beruhen mag.

Für die Dauer der Wärmevibrationen haben wir in der letzten Tabelle nur ganze Zahlen angegeben, wie es auch bei einem harmonischen Verhältnisse der Körper zu einander nicht anders sein kann. Diese Zahlen weichen bei einigen Körpern sowohl von den Dampfdichtigkeiten, als auch von den Atomgewichten etwas ab. — Wir sind zu diesen Abweichungen jedoch vollkommen berechtigt, indem die Proportion

$$T_1 : T_2 = D_1 : D_2 = A_1 : A_2,$$

wonach die Dauer der Wärmevibrationen den Dampfdichtigkeiten und Atomgewichten proportional ist, nur unter der Voraussetzung ihre Gültigkeit hat, dass die Intensität der Wärmevibrationen bei den Gasen und Dämpfen bei gleicher Temperatur, sowie die Zunahme der inneren lebendigen Kraft bei einer gleichen Temperaturerhöhung für alle Körper eine gleiche ist. Diese Voraussetzung gilt aber nur für einen vollkommenen Gaszustand, zu dem die Dämpfe nur Annäherungen sind. Der wirkliche Sachverhalt wird vielmehr durch die Gleichungen

$$\frac{D_1 i_1}{T_1} = \frac{D_2 i_2}{T_2}$$

und

$$T_1 : T_2 = \frac{v_1^2 - c_1^2}{Q_1} : \frac{v_2^2 - c_2^2}{Q_2} = A_1 (v_1 - c_1^2) : A_2 (v_2 - c_2^2)$$

ausgedrückt, wonach die Abweichungen der Vibrationsdauer von der Dampfdichtigkeit und den Atomgewichten durch die Verschiedenheit der Vibrationsintensitäten und durch eine verschiedene Zunahme derselben bei der Temperaturerhöhung ausgeglichen werden, eine Annahme, die um so zulässiger ist, als gerade durch diese Verschiedenheit der Vibrationsintensitäten auch die kleinen Abweichungen der Körper von der strengen Gültigkeit mancher anderer Gesetze ihre ungezwungene Erklärung finden.

Ueberblicken wir die anderen Körper, so treten noch weitere Gruppen hervor, deren Glieder sich ebenfalls durch die Aehnlichkeit ihres chemischen Verhaltens oder durch ihr häufiges, gemeinschaftliches Vorkommen in der Natur auszeichnen und dabei fast gleiche Atomgewichte und folglich auch eine nahezu gleiche Dauer der Wärmevibrationen haben. Beispielsweise führen wir folgende Gruppen mit Hinzufügung der Atomgewichte an:

Mangan	55
Eisen	56
Nickel	58,8
Kobalt	58,8
Rhodium	104,4
Ruthenium . . .	104,4
Palladium . . .	106,6
Silber	108
Gold	197
Platin	197,4
Iridium	198
Osmium	199,2

Wir haben somit bei den Elementen, wie bei den Tönen, zwei verschiedene Aehnlichkeiten zu unterscheiden: die Aehnlichkeit der Harmonie und die Aehnlichkeit, welche auf der Kleinheit der Intervalle begründet ist. Diese letzte Aehnlichkeit geht entweder in Gleichheit oder beim Wachsen der Differenzen in Disharmonie über, bei welcher eine chemische Verbindung zweier Körper nicht mehr möglich ist; in der That erkennen wir an den Elementen, deren Atomgewichte, wie die der Metalle, wenig von einander verschieden sind, einen vollständigen Mangel an Affinität. Diese Körper entsprechen tiefen Tönen mit kleinen Intervallen, die nur disharmonisch klingen können. Die von uns für die Dauer der Wärmevibrationen der wichtigsten einfachen Körper gewählten Zahlen werden wir von nun an bei der Erklärung der chemischen Erscheinungen benutzen. Ob die von uns gewählten Zahlen die richtigen sind, können nur spätere Forschungen erweisen, jedenfalls sind sie von der Wahrheit nicht weit entfernt, und wenn auch dabei ein oder der andere Irrthum mit unterlaufen sein sollte, so werden dadurch unsere theoretischen Resultate nicht weiter beeinträchtigt, da in diesem Falle in die allgemeinen Gleichungen statt der einen Zahl nur eine andere zu setzen wäre.

Nach diesen Vorbereitungen können wir zur theoretischen Begründung der chemischen Gesetze übergehen.

§ 36. **Gleichgewichtsgleichungen zusammengesetzter Körper.** Da die Körper die bei ihnen herrschende Gesetzmässigkeit vorzüglich nur im gas- und dampfförmigen Zustande zeigen, so sollen die nachfolgenden theoretischen Untersuchungen sich zunächst nur auf solche Körper beziehen, die sowohl im freien Zustande, als auch in ihren Verbindungen im gas- oder dampfförmigen Zustande bekannt sind. Erst später werden wir nachweisen, inwiefern die erlangten Resultate auch auf feste und flüssige Körper anwendbar sind. —

Die chemische Vereinigung zweier Körper haben wir als eine gegenseitige Mittheilung und Uebertragung der inneren Bewegung von dem einen auf den anderen Körper erkannt. — Die Wärmevibrationen von verschiedener Dauer, die vor der Verbindung in getrennten Körpern vor sich gingen, finden nach

der Verbindung gemeinschaftlich in demselben Körper statt, so dass die Materie des einen wie des anderen Körpers ohne Unterschied an den Bewegungen beider Wellensysteme theilnimmt. Ein solcher Vorgang muss nothwendigerweise tiefgehende Veränderungen im Innern der Körper hervorbringen. Zunächst tritt eine Ausgleichung in der Dichtigkeit der beiden sich vereinigenden Körper ein. Ferner werden die Vibrationsintensitäten beider Wellensysteme, theils in Folge von Wärmeausstrahlung, welche bei den chemischen Vereinigungen häufig beobachtet wird, theils auch schon deshalb, weil die Bewegungen des einen Körpers, indem sie sich auf den anderen verbreiten, einer grösseren Masse mitgetheilt werden, bei gleicher Temperatur in der Verbindung kleiner sein als im freien Zustande der Körper. Endlich müssen wir noch wegen der bedeutenden, häufig nach Multiplen des ursprünglichen Volums der Bestandtheile eintretenden Condensationen, und wegen der qualitativen Veränderungen, welche die Körper bei einer chemischen Verbindung erleiden, auch die Möglichkeit einer Veränderung in der Dauer der Wärmevibrationen zulassen, mit der Beschränkung jedoch, dass, während die Veränderungen in der Vibrationsintensität immer nur stetige sind, die Veränderungen in der Vibrationsdauer nur nach Multiplen oder Submultiplen ihrer ursprünglichen Grösse erfolgen, in der Art, dass, wie bei den stehenden Luftwellen in den Orgelpfeifen oder bei den Saiten, die Dauer der Schwingungen durch Theilung der Wellen auf die Hälfte, ein Drittel u. s. w. ihrer ursprünglichen Grösse herabsinkt und umgekehrt durch Vereinigung der Wellen wieder zu ihrer früheren Grösse zurückkehrt, wobei der Ton auf seine Octave, Duodecime u. s. w. übergeht, oder wieder zu dem Grundton zurückkehrt, auch die Wärmevibrationen bei der Verbindung zweier Körper ihre Dauer verdoppeln, verdreifachen u. s. w. oder durch Theilung nach ganzen Zahlen verkleinern. Wenn also T_1 und T_2 die Dauer der Wärmevibrationen im freien Zustande bedeuten, so wird sie in der Verbindung durch $n_1 T_1$ und $n_2 T_2$ ausgedrückt werden können; wobei n_1 und n_2 entweder ganze Zahlen oder einfache Brüche sind.

Ist die Verbindung zweier gas- oder dampfförmiger Körper

ebenfalls gas- oder dampfförmig, so wird ihre Spannkraft dem auf sie ausgeübten Drucke gleich sein. Da sich die Bestandtheile vor ihrer Verbindung unter demselben Drucke befanden, so folgt daraus, dass die Spannkraft einer Verbindung der Spannkraft ihrer Bestandtheile im freien Zustande gleich ist. Die Spannkraft einer Verbindung wird aber nicht mehr durch ein einfaches, sondern durch ein zusammengesetztes Wellensystem hervorgebracht; jedes einzelne Wellensystem hält nur einem Theile des äusseren Druckes das Gleichgewicht; die Spannkraft des zusammengesetzten, gasförmigen Körpers wird demnach der Summe der Spannkräfte seiner einzelnen Wellensysteme gleich sein. Die Spannkraft jedes einzelnen Wellensystems können wir aber, wie bei den einfachen Körpern, durch das Product aus der Dichtigkeit der Materie und der zur Oberfläche des Körpers normalen Componente der Vibrationsintensität, dividirt durch die Vibrationsdauer, ausdrücken. — Bezeichnen wir also mit D die Dichtigkeit des zusammengesetzten Körpers, mit u_1 und u_2 die zur Oberfläche normalen Vibrationsintensitäten der einzelnen Wellensysteme in der Verbindung und durch $n_1\,T_1$ und $n_2\,T_2$ die Dauer der Wärmevibrationen, wobei T_1 und T_2 sich auf den freien Zustand beziehen, n_1 und n_2 aber ganze Zahlen oder einfache Brüche sind, durch welche die bei der Verbindung eingetretenen Veränderungen angegeben werden, so erhalten wir nach § 14. für die Spannkraft des einen Wellensystems den Ausdruck

$$\frac{2\,\alpha\,D\,u_1}{n_1\,T_1},$$

für die Spannkraft des anderen

$$\frac{2\,\alpha\,D\,u_2}{n_2\,T_2}$$

und für die Spannkraft des zusammengesetzten gasförmigen Körpers die Summe beider

$$2\,\alpha\,D\left(\frac{u_1}{n_1\,T_1} + \frac{u_2}{n_2\,T_2}\right) = p,$$

wobei wir uns unter p den gewöhnlichen atmosphärischen Druck

denken, da eine Druckerhöhung bei den chemischen Verbindungen nur ausnahmsweise vorkommen kann. Dividiren wir auf beiden Seiten mit α, so erhalten wir, wie schon früher, für die raumerfüllende Kraft der Verbindung den Ausdruck

$$2\,D\left(\frac{u_1}{n_1\,T_1} + \frac{u_2}{n_2\,T_2}\right) = \beta. \qquad \text{I}$$

Dasselbe Raisonnement lässt sich verallgemeinern und auf die Verbindungen mehrerer Körper anwenden, in welchem Falle die letzte Gleichung die Form

$$2\,D\left(\frac{u_1}{n_1\,T_1} + \frac{u_2}{n_2\,T_2} + \frac{u_3}{n_3\,T_3}\ldots\right) = \beta$$

annimmt. —

Auf ähnliche Weise können wir auch einen Ausdruck für die in einem zusammengesetzten Körper enthaltene Quantität an innerer, lebendiger Kraft oder Wärme finden. Bezeichnen wir mit ν_1 die mittlere oder resultirende Intensität der Vibrationen des einen Wellensystems und mit ν_2 die des anderen, so werden wir die lebendigen Kräfte, welche jedem Wellensystem in einem zusammengesetzten Körper von der Masse M entsprechen, nach § 13. durch

$$\frac{2\,M\,\nu_2^2}{n_1\,T_1} \text{ und } \frac{2\,M\,\nu_2^2}{n_2\,T_2}$$

ausdrücken können. Die innere, lebendige Kraft des Körpers wird gleich sein der Summe beider oder

$$2\,M\left(\frac{\nu_1^2}{n_1\,T_1} + \frac{\nu_2^2}{n_2\,T_2}\right).$$

Für die in dem Körper enthaltene Wärme erhalten wir demnach die Gleichung

$$W = A\,M\left(\frac{\nu_1^2}{n_1\,T_1} + \frac{\nu_2^2}{n_2\,T^2}\right). \qquad \text{II}$$

Die beiden Gleichungen I und II sollen dazu dienen, die Gesetze, welche bei den chemischen Verbindungen gelten, auf theoretischem Wege zu ermitteln. — Mit Hülfe der ersten Glei-

chung werden wir die Spannkraft und das Volumen der gasförmigen Verbindungen, mit Hülfe der zweiten die specifische Wärme zusammengesetzter Körper bestimmen können.

Bevor wir jedoch diese Gleichungen auf die Verbindungen der Körper anwenden, haben wir sie einer Umformung zu unterwerfen. Gehen wir zuerst von der Gleichung I

$$2 D \left(\frac{u_1}{n_1 T_1} + \frac{u_2}{n_2 T_2}\right) = \beta$$

aus und bestimmen wir die Grössen u_1 und u_2, die zur Oberfläche der Verbindung normalen Componenten der Vibrationsintensitäten, d. h. ihre Abhängigkeit von den entsprechenden Grössen i_1 und i_2 im freien Zustande der Körper. —

Es seien M_1 und M_2 die Massen zweier gas- oder dampfförmiger Körper, die eine chemische Verbindung mit einander eingehen. Die in ihnen enthaltene, raumerfüllende Kraft im freien Zustande können wir dann nach § 14. durch

$$\frac{2 M_1 i_1}{T_1} \text{ und } \frac{2 M_2 i_2}{T_2}$$

ausdrücken. Nehmen wir nun an, dass die raumerfüllende Kraft beider Körper durch die Wärmeausstrahlung, welche die chemischen Verbindungen häufig begleitet, nicht verringert wird, sondern dass diese ausschliesslich auf Rechnung der inneren Disgregationsarbeit der Gase erfolgt, so wird die innere Quantität der Bewegung, welche die raumerfüllende Kraft der Gase begründet, ohne Verlust von dem einen Körper dem anderen mitgetheilt, d. h. von den Massen M_1 und M_2 auf die Masse $M_1 + M_2$ übertragen. Sind nun u_1 und u_2 die entsprechenden Vibrationsintensitäten in der Verbindung, so erhalten wir die Gleichungen

$$M_1 i_1 = (M_1 + M_2) u_1 \text{ und } M_2 i_2 = (M_1 + M_2) u_2$$

und daraus

$$u_1 = \frac{M_1 i_1}{M_1 + M_2} \text{ und } u_2 = \frac{M_2 i_2}{M_1 + M_2}.$$

Setzen wir diese Grössen in die Gleichung I

$$2\,D\left(\frac{u_1}{n_1\,T_1} + \frac{u_2}{n_2\,T_2}\right) = \beta$$

ein, so erhalten wir

$$\frac{2\,D}{M_1 + M_2}\left(\frac{M_1\,i_1}{n_1\,T_1} + \frac{M_2\,i_2}{n_2\,T_2}\right) = \beta.$$

Die Dichtigkeit der Verbindung ist aber gleich der Masse der in ihr enthaltenen Materie, dividirt durch das Volumen V des zusammengesetzten Körpers; es ist also

$$D = \frac{M_1 + M_2}{V}$$

und folglich auch

$$\frac{2}{V}\left(\frac{M_1\,i_1}{n_1\,T_1} + \frac{M_2\,i_2}{n_2\,T_2}\right) = \beta. \qquad \text{III}$$

Aus dieser Gleichung lässt sich nun das Volumen eines gasförmigen, zusammengesetzten Körpers bestimmen, sobald die in die Verbindung eintretenden Massen M_1 und M_2 bekannt sind.

§ 37. **Theoretische Begründung des Gesetzes der festen Verhältnisse.** Aequivalente nennt man solche Gewichtsmengen zweier einfacher Körper, welche in der Verbindung mit einem dritten Körper sich gegenseitig vertreten können. Im Sinne einer mechanischen Naturtheorie kann dieser Ausdruck in Bezug auf gas- und dampfförmige Körper nur solche Mengen bedeuten, welche im freien Zustande gleiche Volume einnehmen, d. h. eine gleiche, raumerfüllende Kraft besitzen und aus diesem Grunde sich in den Verbindungen gegenseitig vertreten können, weil die durch den Austritt des einen Körpers verloren gehende Spannkraft durch den Eintritt des anderen vollkommen wiederersetzt wird. — Solche Mengen zweier einfacher Gase haben wir bereits im § 16. als mechanische Aequivalente bezeichnet; sie haben bei gleichem Volumen und gleicher Spannkraft und Temperatur, eine gleiche raumerfüllende Kraft, eine gleiche Quantität der inneren Bewegung, gleiche innere lebendige Kräfte und eine gleiche Wärmemenge; für sie gelten die Gleichgewichtsgleichungen

$$\frac{M_1\,i_1}{T_1} = \frac{M_2\,i_2}{T_2} \text{ und } \frac{M_1\,c_1^2}{T_1} = \frac{M_2\,c_2^2}{T_2},$$

in welchen Gleichungen, da sie sich auf gleiche Volumen beziehen, die Massen auch durch die Dichtigkeiten ersetzt werden können. —

Es ist leicht, den Beweis zu liefern, dass diejenigen Quantitäten zweier gas- oder dampfförmiger Körper, welche sich in der Verbindung mit einem dritten Körper gegenseitig vertreten, auch diejenigen Mengen sind, die sich unter einander verbinden. Es seien A und B die Massen zweier gasförmiger Körper, die mit der Masse C eines dritten Gases in Verbindung treten; dann sind der obigen Annahme gemäss A und B mit einander äquivalent, was wir durch die Gleichung

$$A \equiv B \tag{73}$$

ausdrücken können. Wir sagen: dass A und B auch diejenigen Mengen sind, die mit einander in Verbindung treten. Sollte sich B nicht mit A, sondern mit einer kleineren Quantität A_1 verbinden, so wären, da C sich auch mit B verbindet, A_1 und C mit einander äquivalent, folglich

$$A_1 \equiv C. \tag{74}$$

Umgekehrt wäre, wenn A sich nicht mit B, sondern nur mit B_1 verbindet, C, da es sich auch mit A verbindet, mit B_1 äquivalent, also auch

$$B_1 \equiv C; \tag{75}$$

aus den Gleichungen (74) und (75) folgt

$$A_1 \equiv B_1. \tag{76}$$

Vergleichen wir die beiden Gleichungen (73) und (76) mit einander, so folgt, wenn $A_1 < A$ ist, dass auch $B_1 < B$ sein muss; dieses ist aber nicht möglich, da B_1 unserer Voraussetzung gemäss diejenige Menge ist, welche sich mit der grösseren Quantität A verbindet. Wenn aber B_1 nicht kleiner als B ist, und auf dieselbe Weise liesse es sich beweisen, dass es auch nicht grösser sein kann, so folgt daraus, dass $B_1 = B$

und $A_1 = A$ ist, d. h. dass diejenigen Mengen zweier gasförmiger Körper, welche sich in den Verbindungen vertreten, auch diejenigen sind, die sich mit einander verbinden.

Die gas- und dampfförmigen Körper verbinden sich also mit einander nach mechanischen Aequivalenten, diese nehmen aber im vollkommenen Gaszustande bei gleichem Druck und gleicher Temperatur gleiche Volumen ein; durch das Volumen werden auch die Gewichte genau bestimmt; es folgt daraus für die Gase und Dämpfe die theoretische Nothwendigkeit des ersten chemischen Gesetzes: dass die Verbindungen der Elemente nach festen, unabänderlichen Gewichtsverhältnissen erfolgen. — Da die Atomgewichte der neueren Chemie im Allgemeinen ebenfalls gleichen Volumen der Körper im gasförmigen Zustande entsprechen, so sind sie mit den mechanischen Aequivalenten gleichbedeutend und mit diesen zugleich die wahren chemischen Aequivalente der Körper.

§ 38. **Theoretische Begründung des Multiplen-Gesetzes.** Den Satz, dass die gasförmigen Körper sich nur nach mechanischen Aequivalenten mit einander verbinden, haben wir im vorigen Paragraphen so allgemein bewiesen, dass er auch dann gelten muss, wenn zwei Körper verschiedene Verbindungen mit einander eingehen; in diesem Falle müssen aber mit den Körpern solche Veränderungen vor sich gehen, dass sie in der Verbindung einander äquivalent sind. Wenn M_1 und M_2 die Massen zweier Körper bedeuten, die sich mit einander verbinden, so sind sie mechanisch äquivalent; es besteht folglich für sie die Gleichung

$$\frac{M_1\, i_1}{T_1} = \frac{M_2\, i_2}{T_2}.$$

Beziehen wir diese Ausdrücke auf die Volumeneinheit, so können wir die Massen durch die Dichtigkeiten ersetzen, wir erhalten somit auch

$$\frac{D_1\, i_1}{T_1} = \frac{D_2\, i_2}{T_2}, \tag{77}$$

in welchem Falle D_1 und D_2 auch die relativen Gewichtsmengen darstellen, welche in die Verbindung eintreten. Verbindet sich nun die Quantität D_1 des einen Körpers nicht nur mit der Quantität D_2, sondern auch noch mit einer anderen Gewichtsmenge des zweiten Körpers, und bezeichnen wir diese Gewichtsmenge mit x_2 D_2, wo augenscheinlich x_2 das Volumen im Dampfzustande bedeutet, so müssen mit der Quantität x_2 D_2, wenn sie sich mit D_1 verbinden soll, solche Veränderungen vor sich gehen, dass sie mit D_1 äquivalent wird. Dieses wird durch eine veränderte Dauer der Wärmevibrationen erreicht. Bezeichnen wir die Dauer der Wärmevibrationen des Körpers D_2 in der Verbindung mit n_2 T_2, so besteht, wenn x_2 D_2 mit D_1 äquivalent sein soll, die Gleichung

$$\frac{D_1\, i_1}{T_1} = \frac{x_2\, D_2\, i_2}{n_2\, T_2}.$$

Es ist aber

$$\frac{D_1\, i_1}{T_1} = \frac{D_2\, i_2}{T_2},$$

folglich

$$x_2 = n_2. \tag{78}$$

Die Dauer der stehenden Wärmevibrationen kann sich aber, wie die Dauer der stehenden Schwingungen einer Saite und der Luft in den Orgelpfeifen, wenn diese von einem höheren auf einen tieferen Ton übergehen, nur nach Multiplen verändern; n_2 und x_2 müssen folglich ganze Zahlen sein. Es folgt daraus: dass die Verbindungen der gasförmigen Körper mit einander nur nach einfachen mechanischen Aequivalenten oder nach Multiplen derselben erfolgen.

Geht die Gewichtsmenge x_2 D_2 ausser mit D_1 auch noch eine Verbindung mit x_1 D_1 ein, so besteht, da x_1 D_1 mit x_2 D_2 in der Verbindung äquivalent sein muss, die Gleichung

$$\frac{x_1\, D_1\, i_1}{n_1\, T_1} = \frac{x_2\, D_2\, i_2}{n_2\, D_2},$$

es ist aber

$$\frac{D_1 i_1}{T_1} = \frac{D_2 i_2}{T_2},$$

folglich auch

$$\frac{x_1}{n_1} = \frac{x_2}{n_2}.$$

Da aber $x_2 = n_2$ ist, so ist auch $x_1 = n_1$, und weil n_1 nur eine ganze Zahl sein kann, so ist damit das Multiplengesetz auch für den Körper D_1 bewiesen.

Somit wäre die atomistische Theorie ihrer letzten Stütze beraubt, insofern sie bisher die einzige Theorie war, welche eine scheinbare Erklärung des Multiplengesetzes zu geben vermochte.

§ 39. **Theoretische Begründung der Condensation dampfförmiger Verbindungen auf 2 Volumen.** Wenden wir die erlangten Resultate auf die Gleichung III

$$\frac{2}{V}\left(\frac{M_1 i_1}{n_1 T_1} + \frac{M_2 i_2}{n_2 T_2}\right) = \beta$$

an. Setzen wir wieder $M_1 = x_1 D_1$ und $M_2 = x_2 D_2$, so erhalten wir

$$\frac{2}{V}\left(\frac{x_1 D_1 i_1}{n_1 T_1} + \frac{x_2 D_2 i_2}{n_2 T_2}\right) = \beta.$$

Da aber nach der Gleichgewichtsgleichung für einfache gasförmige Körper

$$\frac{2 D_1 i_1}{T_1} = \frac{2 D_2 i_2}{T_2} = \beta$$

ist, so folgt

$$\frac{1}{V}\left(\frac{x_1}{n_1} + \frac{x_2}{n_2}\right) = 1;$$

es ist aber $x_1 = n_1$ und $x_2 = n_2$, folglich

$$\frac{x_1}{n_1} + \frac{x_2}{n_2} = 2$$

und also

$$V = 2. \qquad (79)$$

Es tritt bei der Verbindung zweier einfacher, gas- oder dampfförmiger Körper, wenn das Volumen eines einfachen mechanischen Aequivalentes gleich Eins gesetzt wird, stets eine Condensation auf 2 Volumen ein.

Wenn wir in die Ausdrücke für die raumerfüllende Kraft der einzelnen Wellensysteme eines zusammengesetzten gasförmigen Körpers von der gleichmässigen Dichtigkeit D

$$\frac{2\,D\,u_1}{n_1\,T_1} \text{ und } \frac{2\,D\,u_2}{n_2\,T_2}$$

wie oben

$$D = \frac{M_1 + M_2}{V} = \frac{M_1 + M_2}{2}$$

und

$$u_1 = \frac{M_1\,i_1}{M_1 + M_2} = \frac{x_1\,D_1\,i_1}{M_1 + M_2} \text{ so wie } u_2 = \frac{M_2\,i_2}{M_1 + M_2} = \frac{x_2\,D_2\,i_2}{M_1 + M_2}$$

einsetzen, so erhalten wir

$$\left.\begin{aligned} \frac{2\,D_1\,u_1}{n_1\,T_1} &= 2\,\frac{M_1 + M_2}{2\,n_1\,T_1}\cdot\frac{x_1\,D_1\,i_1}{M_1 + M_2} = \frac{2\,x_1\,D_1\,i_1}{2\,n_1\,T_1} = \frac{\beta}{2} \\ &\text{und} \\ \frac{2\,D_2\,u_2}{n_2\,T_2} &= 2\,\frac{M_1 + M_2}{2\,n_2\,T_2}\cdot\frac{x_2\,D_2\,i_2}{M_1 + M_2} = \frac{2\,x_2\,D_2\,i_2}{2\,n_2\,T_2} = \frac{\beta}{2} \end{aligned}\right\} \quad (80)$$

Die raumerfüllende Kraft jedes einzelnen Wellensystems beträgt also die Hälfte der raumerfüllenden Kraft der Verbindung. In zwei Volumen einer Verbindung trägt jeder Bestandtheil dazu bei, 1 Volumen gegen den äusseren Druck aufrechtzuerhalten, oder, was dasselbe bedeutet, jedes gas- oder dampfförmige Element, mag es mit einem oder mit mehreren mechanischen Aequivalenten im freien Zustande in eine dampfförmige Verbindung eintreten, reducirt seine raumerfüllende Kraft durch die Veränderung der Dauer seiner Wärmevibrationen auf 1 Volumen oder hält, da es sich in 2 Volumen ausbreitet, der Hälfte des äusseren Druckes das Gleichgewicht. Die gasförmigen Elemente werden also, wenn sie sich auch nach meh-

reren mechanischen Aequivalenten zu einem zusammengesetzten Körper vereinigen, in der Verbindung einfache, mechanische Aequivalente und sind folglich auch untereinander mechanisch äquivalent.

§ 40. **Weitere Veränderungen im Innern der Körper bei einer chemischen Verbindung.** Ausser den Veränderungen in der Dichtigkeit der Materie, in der Dauer und Intensität ihrer Wärmevibrationen — deren Nothwendigkeit wir bereits theoretisch nachgewiesen haben — müssen bei der chemischen Vereinigung zweier Körper auch noch andere Veränderungen in ihrem Innern vor sich gehen.

Die Intensität der Wärmevibrationen verändert sich bei der Verbindung zweier Körper nicht allein dadurch, dass die inneren Bewegungen des einen Bestandtheils auf den anderen Bestandtheil der Verbindungen übertragen, einer grösseren Masse mitgetheilt werden, sondern auch in Folge der Wärmeausstrahlung, welche bei einer sich gleich bleibenden raumerfüllenden Kraft auf Kosten der inneren Disgregationsarbeit der Gase und Dämpfe erfolgt.

Mit der Veränderung der Dichtigkeit der Materie und der Intensität der Wärmevibrationen muss auch eine Veränderung der Elasticität der Materie verbunden sein; die Folge davon ist eine veränderte Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wärmewellen, und diese zieht wiederum eine Veränderung der Länge der stehenden Wärmewellen und der Grösse der Vibrationsatome nach sich.

Die Veränderung der Grösse der Vibrationsatome wird jedoch nicht allein durch eine veränderte Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wärmewellen, sondern auch durch eine veränderte Dauer der Wärmevibrationen hervorgebracht. Den letzteren Vorgang können wir uns etwa auf folgende Weise vorstellen. Wie eine schwingende Saite von einem höheren Ton zu einem tieferen Ton dadurch übergeht, dass die Schwingungsknoten zwischen ihren stehenden Wellen aufgehoben werden, so fliessen auch mehrere stehende Wärmewellen durch die Aufhebung der sie trennenden Knotenpunkte in eine grössere Welle zusammen; mit der veränderten Wellenlänge ist eine Veränderung in der

Dauer der Wärmevibrationen, und mit der Vereinigung der Wärmewellen ein Zusammenfliessen mehrerer Vibrationsatome in ein grösseres Vibrationsatom verbunden.

Denken wir uns eine Verbindung, bei welcher 3 Volumen des einen Körpers sich mit 1 Volumen eines anderen verbinden und 2 Volumen Dampf eines zusammengesetzten Körpers bilden, eine Verbindung also, welche der Gleichung

$$2\left(\frac{3\,D_1\,i_1}{3\,T_1} + \frac{D_2\,i_2}{T_2}\right) = 2\,\beta$$

entspricht. Derjenige Körper, welcher mit 3 mechanischen Aequivalenten in die Verbindung eintritt, verdreifacht auch die Dauer seiner Wärmevibrationen. Dieses kann auf die Weise geschehen, dass zwischen 3 stehenden Wärmewellen 2 Knotenpunkte aufgehoben werden, und da dem dreifachen Wege, welchen die Wärmewellen durchlaufen müssen, eine dreifache Zeit entspricht, so wird dadurch nothwendigerweise auch die Dauer der Wärmevibrationen verdreifacht. Diese Veränderung zieht aber nach sich, da sie nach allen Richtungen erfolgt, dass $3^3 = 27$ Vibrationsatome zusammenfliessen und ein einziges grösseres Vibrationsatom bilden.

Würde jedoch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wärmewellen dabei eine gleiche bleiben, so wäre dadurch noch nicht eine Veränderung in dem Volumen der Körper bedingt, da in der dreifachen Zeit von den Wärmewellen ein dreifacher Weg durchlaufen werden kann und das neu gebildete Vibrationsatom folglich auch denselben Raum einnehmen, als die 27, aus deren Vereinigung es entstanden ist. Bei einer Verbindung jedoch von 3 Volumen eines Körpers mit 1 Volumen eines anderen zu 2 Volumen eines zusammengesetzten Körpers nimmt die Verbindung einen kleineren Raum ein, als der eine ihrer Bestandtheile; dieses beweist die Nothwendigkeit einer Abnahme in der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wärmewellen, welche in einer Weise erfolgen muss, dass dieser Körper sich von 3 auf 2 Volumen condensire. Umgekehrt muss sich der andere Bestandtheil von 1 auf 2 Volumen erweitern; da wir jedoch nicht zu gleicher Zeit eine Abnahme und eine Zunahme der Fortpflan-

zungsgeschwindigkeit der Wärmewellen voraussetzen können, so müssen wir bei einer chemischen Verbindung, wie früher bei der Verdampfung der Flüssigkeiten und der Condensation der Dämpfe, eine Veränderung der absoluten Zahl der Vibrationsatome zulassen, wenn diese Veränderung unter Umständen auch von keiner veränderten Dauer der Wärmevibrationen begleitet ist.

Das Volumen einer Verbindung wird durch das Gleichgewicht ihrer raumerfüllenden Kraft und des äusseren Druckes bestimmt. Alle Veränderungen, welche im Innern der Körper vor sich gehen, müssen dieser Bedingung entsprechen, wenn überhaupt eine chemische Verbindung zu Stande kommen soll. Die Veränderungen der Dauer und der Intensität der Wärmevibrationen, der Länge und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wärmewellen, der Grösse und der Anzahl der Vibrationsatome müssen stets der Art sein, dass bei einer Vereinigung zweier Elemente zu einer dampfförmigen Verbindung eine Condensation auf 2 Volumen ermöglicht werde. — Verändert sich eine der oben genannten Grössen nicht in entsprechender Weise, so ist die chemische Verbindung nicht möglich; die Körper bestehen sodann neben einander, ohne auf einander chemisch einzuwirken.

Es wäre von hohem Interesse, diesen Gegenstand noch weiter zu verfolgen, wir unterlassen es jedoch und ziehen es vor, durch möglichst viele Beispiele die Richtigkeit der in dem letzten Paragraphen ausgesprochenen Grundsätze nachzuweisen. Diese Grundsätze sind aber folgende: —

1) Die Affinität ist das Streben der Körper, sich ihre stehenden Wärmevibrationen gegenseitig mitzutheilen. —

2) Die Affinität ist um so grösser, je einfacher und harmonischer das Verhältniss ist, in welchem die Dauer der Wärmevibrationen bei den verschiedenen Körpern zu einander steht, und je leichter die übrigen zum Zustandekommen einer chemischen Verbindung erforderlichen Bedingungen erfüllt sind.

3) Mechanische Aequivalente sind solche Gewichtsmengen, welche im vollkommenen Gaszustande, bei

gleichem Drucke und gleicher Temperatur gleiche Volumen einnehmen und zu einer gleichen Temperaturerhöhung gleiche Wärmemengen bedürfen.

4) Die chemische Verbindung der Körper erfolgt entweder nach einfachen mechanischen Aequivalenten oder nach Multiplen derselben.

5) Bei einer Verbindung nach einfachen mechanischen Aequivalenten tritt weder eine Condensation der Bestandtheile, noch eine Veränderung in der Dauer der Wärmevibrationen ein.

6) Tritt ein Element mit mehreren mechanischen Aequivalenten in die Verbindung ein, so vergrössert es auch in demselben Verhältniss die Dauer seiner Wärmevibrationen.

7) Durch die veränderte Dauer der Wärmevibrationen wird die raumerfüllende Kraft mehrerer Aequivalente auf 1 Volumen reducirt, d. h. die raumerfüllende Kraft eines jeden Bestandtheils ist in der Verbindung einem mechanischen Aequivalente gleich. —

8) Die binären Verbindungen der Elemente nehmen im Dampfzustande 2 Volumen ein.

Diese Grundsätze, welche zunächst nur für gas- und dampfförmige Körper gelten, wollen wir nunmehr durch vielfache Beispiele belegen und dadurch die ausnahmslose Anwendbarkeit unserer Theorie auf die chemischen Erscheinungen nachweisen. —

§ 41. **Chlorwasserstoffgas.** Als Beispiel für eine Verbindung zweier gasförmiger Körper nach gleichen Volumen, d. h. nach einfachen mechanischen Aequivalenten, ohne Condensation und folglich auch ohne Veränderung in der Dauer der Wärmevibrationen, kann das Chlorwasserstoffgas dienen.

Mischt man gleiche Volume Chlorgas und Wasserstoffgas mit einander, so erfolgt zwar im Dunkeln keine chemische Vereinigung der beiden Gase, aber schon bei gewöhnlichem Tageslicht geht die Vereinigung langsam vor sich, das Gemisch verliert die gelbliche Farbe des Chlors und ändert sich vollständig in Chlorwasserstoffsäuregas um; in directem Sonnenlichte findet die Vereinigung plötzlich unter heftiger Explosion statt.

Welche Vorstellung hat man sich nun, vom theoretischen Standpunkte aus, von dem Vorgange bei der Vereinigung des Wasserstoffs mit dem Chlor zu machen? — So lange die beiden Gase blos mit einander gemischt sind, bestehen ihre Vibrationsatome neben einander, und es gelten somit für sie diejenigen Bedingungen, welche bei der Berührung zweier verschiedener Körper von gleicher Temperatur überhaupt erfüllt sein müssen. Trotz der grossen Affinität der beiden Gase ist ihr Vereinigungsbestreben doch nicht hinreichend, um ihre Verbindung einzuleiten; im Dunkeln können sie neben einander bestehen, ohne sich zu vereinigen, und es ist der veranlassende Stoss des Lichtes erforderlich, um die Vereinigung hervorzubringen. Sobald aber durch die mechanische Wirkung des Lichtes die Berührungsflächen der verschiedenen Vibrationsatome durchbrochen werden, so verbreiten sich die stehenden Wärmewellen der beiden Körper als fortschreitende Wärmewellen in einander und verwandeln sich, indem sie auf gleichartige Wellen treffen, sofort wieder in stehende Wärmewellen, so dass dadurch kein Verlust an raumerfüllender Kraft einzutreten vermag. Von nun an nimmt die Materie des Chlors an den Vibrationsbewegungen des Wasserstoffs, und die Materie des Wasserstoffs an den Vibrationsbewegungen des Chlors theil; dadurch wird alle Verschiedenheit zwischen den beiden Gasen ausgeglichen und es geht aus der Vereinigung der beiden Wellensysteme das Chlorwasserstoffgas von durchgängig gleichförmiger Dichtigkeit hervor, dessen Materie von einem zusammengesetzten Wellensystem bewegt wird, bei welchem die Dauer der vereinigten Vibrationen, nach unseren Voraussetzungen § 34., sich zu einander verhält wie 1 : 36. Da angenommen werden kann, dass in den Verbindungen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wärmewellen für beide Vibrationssysteme dieselbe ist, so werden sich im Chlorwasserstoffgase auf der Länge, welche von einer stehenden Wärmewelle des Chlors eingenommen wird, 36 Wärmewellen des Wasserstoffs aneinanderreihen, und in einem Vibrationsatom des Chlors werden sich folglich $36^3 = 46{,}656$ Vibrationsatome des Wasserstoffs hineinlagern. Die absolute Anzahl der Vibrationsatome wird dabei möglicherweise für beide Körper verdoppelt, indem jedes Wellen-

system jetzt den doppelten Raum einnimmt, als vor der Verbindung. —

Wenden wir die allgemeine Gleichung III

$$\frac{2}{V}\left(\frac{M_1 i_1}{n_1 T_1} + \frac{M_2 i_2}{n_2 T_2}\right) = \beta$$

auf die Verbindung des Wasserstoffs und des Chlors an, so haben wir für diesen Fall $V = 2$, n_1 und $n_2 = 1$, $M_1 = H$ und $M_2 = Cl$ und die Gleichung verwandelt sich in

$$\frac{2\,H\,i_1}{T_1} + \frac{2\,Cl\,i_2}{T_2} = 2\beta.$$

Zu derselben Gleichung gelangen wir, wenn wir einfach die mechanischen Aequivalente des Wasserstoffs und des Chlors mit einander summiren. Für den Wasserstoff haben wir aber

$$\frac{2\,H\,i_1}{T_1} = \beta$$

und für das Chlor

$$\frac{2\,Cl\,i_2}{T_2} = \beta;$$

die Summe beider giebt uns die obige Gleichung:

$$\frac{2\,H\,i_1}{T_1} + \frac{2\,Cl\,i_2}{T_2} = 2\beta.$$

Aus dieser Gleichung können wir alle auf das Chlorwasserstoffgas bezüglichen Verhältnisse erkennen, nämlich: dass der Wasserstoff und das Chlor sich nach einfachen Volumen oder nach einfachen mechanischen Aequivalenten zu Chlorwasserstoff vereinigen; dass diese Verbindung, da sie zwei mechanischen Aequivalenten gleich ist, zwei Volumen einnimmt; dass die Vibrationsdauer der Wärmewellen sich nicht verändert; dass die Spannkraft jedes einzelnen Wellensystems die raumerfüllende Kraft zu einem Volumen hergiebt, oder dass sie vielmehr dem halben äusseren Drucke das Gleichgewicht hält, u. s. w. — Wollen wir in der Gleichung die relative Vibrationsdauer

der Wärmewellen angeben, so haben wir nur noch T_1 und T_2 durch die ihnen entsprechenden Zahlen zu ersetzen, wir erhalten

$$\frac{2\ H\ i_1}{1} + \frac{2\ Cl\ i_2}{36} = 2\beta$$

und können sodann auf die Zusammensetzung der stehenden Wärmewellen und der Vibrationsatome schliessen.

§ 42. **Wasserdampf.** Mischt man 2 Volume Wasserstoff und 1 Volumen Sauerstoffgas mit einander — das Gemenge ist das sogenannte Knallgas — so können die beiden Gase in einem Glasgefässe beliebig lange aufbewahrt werden, ohne sich mit einander zu verbinden, und selbst ein allmälig verstärkter, endlich hoch gesteigerter Druck kann die Vereinigung nicht erzwingen. Bei der Berührung aber mit einer Flamme, mit einem glühenden Körper oder einem Platinschwamm, so wie beim Hindurchgehen des elektrischen Funkens erfolgt die Vereinigung von Wasserstoffgas und Sauerstoffgas plötzlich unter heftiger Detonation. Das Product der Vereinigung von 2 Volumen Wasserstoffgas und 1 Volumen Sauerstoffgas ist das allgemein bekannte Wasser, welches in Dampf verwandelt 2 Volumen einnimmt.

Der Vorgang bei der Vereinigung des Wasserstoffs und des Sauerstoffs zu Wasser ist wesentlich derselbe, wie bei Bildung des Chlorwasserstoffgases. So lange die beiden Gase nur mit einander gemischt sind, bestehen ihre Vibrationsatome neben einander und nehmen drei Volumen ein, auch bei ihnen ist die Affinität nicht hinreichend, um die Vereinigung von selbst zu bewirken, und es bedarf eines veranlassenden Umstandes, eines glühenden Körpers, eines elektrischen Funkens oder der Anwesenheit eines Platinschwamms, um die Verbindung einzuleiten. Tritt ein solcher Umstand ein, so theilen sich die beiden Körper ihre stehenden Wärmewellen gegenseitig mit, und nach der erfolgten Vereinigung finden die Vibrationsbewegungen nicht mehr getrennt von einander, sondern in einem zusammengesetzten Wellensysteme gemeinschaftlich statt, wobei zugleich eine Condensation von 3 auf 2 Volume erfolgt. —

Wenn wir in der Gleichung III

$$\frac{2}{V}\left(\frac{M_1\, i_1}{n_1\, T_1} + \frac{M_2\, i_2}{n_2\, T_2}\right) = \beta$$

$V=2$, $M_1 = 2\,H$, $M_2 = \Theta$ setzen, so ist $n_1 = 2$ und $n_2 = 1$, $T_1 = 1$ und $T_2 = 16$, wir erhalten somit

$$2\left(\frac{2\,H\,i_1}{2.1} + \frac{\Theta\,i_2}{16}\right) = 2\,\beta.$$

Auch zu dieser Gleichung können wir durch die einfache Summation der mechanischen Aequivalente gelangen. Für ein mechanisches Aequivalent Sauerstoff haben wir die Gleichung

$$\frac{2\,\Theta\,i_2}{16} = \beta,$$

für zwei Volumen oder zwei mechanische Aequivalente Wasserstoff im freien Zustande aber

$$2\,\frac{2\,H\,i_1}{1} = 2\,\beta.$$

Da aber die Körper, wie wir es allgemein bewiesen haben, sich nur nach gleichen mechanischen Aequivalenten verbinden können, so kann auch die Vereinigung von 1 Volum Sauerstoff mit 2 Volumen Wasserstoff nicht anders erfolgen, als wenn der Wasserstoff gleichzeitig seine raumerfüllende Kraft durch Verdoppelung der Dauer seiner Wärmevibrationen auf die Hälfte reducirt. — Führen wir diese Veränderung in der Gleichung aus, indem wir auf beiden Seiten mit 2 dividiren, so erhalten wir

$$2\,\frac{2\,H\,i_1}{2.1} = \beta,$$

und summiren wir nun mit der Gleichung für den Sauerstoff, so ist

$$2\left(\frac{2\,H\,i_1}{2.1} + \frac{\Theta\,i_2}{16}\right) = 2\,\beta.$$

Aus dieser Gleichung erkennen wir, dass 2 Volume oder

2 mechanische Aequivalente Wasserstoff in der Verbindung enthalten sind, dass sie sich aber durch die Verdoppelung der Vibrationsdauer auf ein mechanisches Aequivalent, da

$$2\,\frac{2\,H\,i_1}{2} = \frac{2\,H\,i_1}{1}$$

ist, reducirt haben. Geschähe dasselbe mit dem Wasserstoffgase im freien Zustande, so würde dadurch seine raumerfüllende Kraft um die Hälfte kleiner und es selbst durch den äusseren Druck von 2 Volumen auf 1 Volum zusammengedrückt werden. In der Verbindung wird die Abnahme der raumerfüllenden Kraft durch den Hinzutritt der Vibrationsbewegungen des Sauerstoffs ersetzt, welche, indem sie sich auf ein doppeltes Volumen ausbreiten, dazu beitragen, der anderen Hälfte des äusseren Druckes das Gleichgewicht zu halten. Wenn sich zwei Körper miteinander verbinden, so theilen sie sich nicht in den von ihnen eingenommenen Raum, sondern in die innere Arbeit, welche sie beständig leisten müssen, um dem äusseren Drucke einen hinreichenden Widerstand entgegensetzen zu können. Dieses Gleichgewicht zwischen der inneren Spannkraft des Wasserdampfes und dem äusseren Drucke tritt nur bei zwei Volumen ein, da der Wasserstoff in der Verbindung nur noch ein mechanisches Aequivalent repräsentirt und folglich in Verbindung mit einem mechanischen Aequivalent Sauerstoff keinen grösseren Raum behaupten kann.

Ferner geht aus der Gleichung hervor, dass sich die Dauer der verschiedenen Wärmevibrationen im Wasserdampfe zu einander verhält wie 2 : 16 oder wie 1 : 8. Auf der Länge, die von einer Wärmewelle des Sauerstoffs eingenommen wird, reihen sich 8 Wärmewellen des Wasserstoffs an einander, und folglich können sich in 1 Vibrationsatom Sauerstoff $8^3 = 512$ Vibrationsatome des Wasserstoffs hineinlagern.

§ 43. **Ammoniak.** Mengt man Wasserstoffgas und Stickstoffgas in dem Verhältnisse, in welchem dieselben im Ammoniakgas enthalten sind, so erfolgt keine Vereinigung, weder durch den elektrischen Funken, oder durch hohe Temperatur, noch durch Druck oder durch Platinschwamm. Der Stickstoff

vermag aber im status nascens mit Wasserstoff Ammoniak zu bilden. Leitet man z. B. ein Gemenge von Stickstoffoxydgas und Wasserstoffgas durch eine glühende Röhre, welche peröse oxydirbare Körper enthält, so verbindet sich der Stickstoff im Momente, wo er aus seiner Vereinigung mit dem Sauerstoff frei wird, mit dem Wasserstoff zu Ammoniak. Sehr leicht und am gewöhnlichsten und häufigsten entsteht Ammoniak, wenn beide, der Stickstoff und der Wasserstoff, im status nascens zusammentreffen. Der Stickstoff aller stickstoffhaltigen organischen Körper wird bei der Fäulniss oder Verwesung derselben in der Form von Ammoniak ausgeschieden. Das Ammoniak ist ein farbloses Gas, von äusserst stechendem Geruche. Seine Verdichtung zu Flüssigkeit erfolgt erst unter dem gewöhnlichen Luftdruck bei einer Kälte von — 40° C.

Für das Ammoniakgas nimmt unsere Gleichgewichtsgleichung die Form

$$2\left(\frac{3\,H\,i_1}{3.1} + \frac{N\,i_2}{14}\right) = 2\,\beta$$

an; daraus erkennen wir, dass in 2 Volumen Ammoniakgas 3 Volumen Wasserstoffgas und 1 Volum Stickstoffgas mit einander verbunden sind und dass der Wasserstoff bei seiner Vereinigung die Dauer seiner Wärmevibrationen verdreifacht. — Das unharmonische Verhältniss der Vibrationsdauer in der Verbindung, 3 : 14, erklärt zur Genüge die schwache Affinität beider Körper zu einander, so dass die Vereinigung nur dann zu Stande kommt, wenn der eine Körper oder auch beide, ihres Gefährten beraubt, mit dessen Hülfe sie dem äusseren Drucke einen hinreichenden Widerstand zu leisten vermochten, erst im status nascens bereitwillig den ihnen gebotenen Ersatz annehmen. Da die Zahl 14 nicht durch 3 theilbar ist, so ist es selbstverständlich, dass sich auf der Länge einer stehenden Wärmewelle des Stickstoffs nicht eine volle Zahl stehender Wärmewellen des Wasserstoffs aneinanderreihen kann und dass in dem Ammoniak erst in der Entfernung von drei Stickstoffwellen die Knotenflächen beider Wellensysteme zusammenfallen. Ein abgeschlossenes Vibrationsatom im Ammoniak wird somit

aus $3^3 = 27$ Vibrationsatomen Stickstoff und $14^3 = 2744$ Vibrationsatomen Wasserstoff bestehen.

§ 44. **Bedeutung der chemischen Formeln.** Es würde zu weitläufig sein, wenn wir für alle Verbindungen, die wir zu betrachten haben werden, die mechanische Gleichung aufstellen wollten; die chemischen Formeln genügen vollkommen, um den innern Zustand der Verbindungen erkennen zu lassen. Wenn wir in der mechanischen Gleichung für das Ammoniak z. B.

$$2\left(\frac{3\ H\ i_1}{3} + \frac{N\ i_2}{14}\right) = 2\ \beta$$

die bei allen binären Verbindungen der Elemente sich gleichbleibende rechte Seite der Gleichung, so wie die Angaben für die Vibrationsintensität i_1 und i_2 und die anderweitig bekannte Dauer der Wärmevibrationen weglassen, so reducirt sie sich auf die chemische Formel

$$NH_3$$

aus der man eben so gut den inneren Zustand und die Zusammensetzung des Ammoniaks zu erkennen vermag, wie aus der mechanischen Gleichung selbst.

Aus dieser Formel erkennen wir, dass in dem Ammoniak Stickstoff N und Wasserstoff H zu einer Verbindung zusammengetreten sind. — Die dem Zeichen H beigefügte Zahl 3 giebt an, dass drei mechanische Aequivalente, d. h. drei Volume Wasserstoffgas im freien Zustande in die Verbindung eingetreten sind, zugleich aber auch dass der Wasserstoff die Dauer seiner Wärmevibrationen verdreifacht hat, d. h. dass er seine raumerfüllende Kraft auf ein Drittheil, in der Verbindung auf ein Volumen herabgesetzt hat. — Jedes Zeichen eines Elementes bedeutet also in der Formel ein Volumen oder bei den binären Verbindungen der Elemente, auf zwei Volumen bezogen, die Hälfte der Spannkraft. Die chemische Formel lässt also auch erkennen, dass das Gewicht der Verbindung 2 Volumen entspricht.

Die chemische Formel des Wassers

$$H_2 \Theta$$

lässt ebenso erkennen, dass in dem Wasser Wasserstoff und Sauerstoff mit einander verbunden sind, dass der Wasserstoff des Wassers im freien Zustande zwei Volumen entspricht, dass er durch Verdoppelung seiner Vibrationsdauer seine raumerfüllende Kraft in der Verbindung auf 1 Volum reducirt hat und in der Verbindung mit 1 Volum Sauerstoff als Wasserdampf wieder 2 Volumen einnimmt.

Die Formel der Salzsäure

$$H\,Cl$$

lässt endlich erkennen, dass diese Verbindung nach gleichen Volumen aus Chlor und Wasserstoff erfolgt ist und dass dabei weder eine Condensation, noch eine Veränderung in der Vibrationsdauer der Bestandtheile eingetreten ist. — Eine jede chemisch-mechanische Formel muss also nicht allein die qualitativen, sondern auch die quantitativen Verhältnisse der Verbindungen erkennen lassen, nicht allein das Volumen der Bestandtheile im freien Zustande, sondern auch das Volumen der Verbindung angeben. — Jedes Zeichen eines Elementes in der Formel bedeutet ein Volum der Verbindung; die dem Zeichen beigefügte Zahl giebt an, mit wie vielen mechanischen Aequivalenten der eine Bestandtheil in die Verbindung eingetreten ist, wie viel Volumen sein Dampf im freien Zustande einnimmt und in welchem Verhältnisse die Dauer seiner Wärmevibrationen sich verändert hat. Damit eine rationelle Formel die innere Constitution einer Verbindung erkennen lasse, muss sie allen diesen Bedingungen entsprechen, und zwar gilt dieses nicht allein für die binären Verbindungen der Elemente, sondern auch für die Verbindungen höherer Ordnung.

Dieses vorausgeschickt, wird die Zusammensetzung der unten benannten Körper und die Bedeutung ihrer Formeln leicht verständlich sein. Aus dem Vergleiche des nach den mechanischen Aequivalentgewichten berechneten Gewichtes der Verbindung und der beobachteten Dichtigkeit derselben, wobei Ersteres sich immer fast genau doppelt so gross erweist als Letztere,

geht der Beweis hervor, dass bei diesen Wasserstoffverbindungen der theoretischen Forderung einer Condensation auf 2 Volumen stets Genüge geleistet ist.

Namen der Verbindung.	Formel.	Berechnetes Gewicht der Verbindung.	Beobachtete Dichtigkeit H = 1.
Typus H Cl.			
Chlorwasserstoff. .	HCl	36,5	18,23
Bromwasserstoff. .	HBr	81	39,75
Jodwasserstoff . .	HI	128	63,1
Typus H_2 O.			
Wasserdampf. . .	H_2 Θ	18	9
Schwefelwasserstoff	H_2 S	34	17
Selenwasserstoff. .	H_2 Se	81,4	40,39
Tellurwasserstoff .	H_2 Te	130	64,89
Typus NH_3.			
Ammoniak. . . .	NH_3	17	8,5
Phosphorwasserstoff	PH_3	34	17,2
Arsenwasserstoff .	As H_3	78	38,95

Die theoretische Forderung, dass die Dampfdichtigkeit der binären Verbindung einfacher Körper stets 2 Volumen entspricht, muss jedoch nicht allein bei den Wasserstoffverbindungen, sondern auch bei den Verbindungen anderer Körper erfüllt sein. — Wir können vielfache Beispiele anführen, dass diese Bedingung in der That durchgängig erfüllt ist, und erhalten zugleich dadurch die Gelegenheit, auch andere, die innere Constitution der Körper betreffende Bemerkungen hinzuzufügen.

§ 45. **Verbindungen des Stickstoffs mit dem Sauerstoff.** Diese beiden Elemente haben eine geringe Affinität zu einander und lassen sich direct nur durch den elektrischen Funken zu Salpetersäure vereinigen, wenn Wasser oder die Lösung einer

alkalischen Base vorhanden ist, mit denen sich die entstandene Säure verbinden kann. Der elektrische Funken, indem er durch das Gemisch aus Sauerstoff und Stickstoffgas hindurchgeht, veranlasst eine Verbrennung des Stickstoffs durch den Sauerstoff zu Salpetersäure. Diese Verbrennung erfolgt aber nur in der unmittelbarsten Nähe des Funkens, sie verbreitet sich nicht durch die ganze Masse, und man muss daher eine ausserordentlich grosse Zahl von elektrischen Funken durch das Gasgemisch gehen lassen, selbst wenn man nur eben nachweisbare Spuren der Säure bilden will. Der Gewitterregen enthält ebenfalls eine Spur von Salpetersäure, die wahrscheinlich auf dieselbe Weise, nämlich durch den Blitz, entsteht. Verbrennt man Wasserstoff in atmosphärischer Luft, so ist das entstehende Wasser meistens sauer von Salpetersäure, ein Beweis, dass da, wo der brennende Wasserstoff sich mit dem Stickstoff in Berührung befindet, gleichzeitig etwas Stickstoff mit verbrannt wird. —

Die Salpetersäure ist der Ausgangspunkt für alle anderen Oxydationsstufen des Stickstoffs; auf mehr oder weniger grossen Umwegen werden alle anderen Verbindungen des Stickstoffs mit dem Sauerstoff durch Zersetzung der Salpetersäure erhalten. — Von den fünf bekannten Verbindungen dieser beiden Elemente

Stickstoffoxydul . . .	$N_2\Theta$
Stickstoffoxyd	$N\Theta$
Salpetrige Säure . . .	$N_2\Theta_3$
Untersalpetersäure . .	$N\Theta_2$ oder $N_2\Theta_4$
Salpetersäure	$N_2\Theta_5$

sind nur die zwei ersten und die Untersalpetersäure auf ihre Dampfdichtigkeit hin untersucht worden, indem die zwei anderen nicht unzersetzt flüchtig sind.

Die einfachste Verbindung des Stickstoffs mit dem Sauerstoff ist das Stickstoffoxydgas $N\Theta$; es ist eine Verbindung nach gleichen Volumen der Bestandtheile wie das Chlorwasserstoffgas. Die Verbindung nimmt zwei Volumen ein, und dem berechneten Gewichte der Verbindung, $14 + 16 = 30$, entspricht

die beobachtete Dichtigkeit gleich 15. — Da die Bestandtheile somit ohne Veränderung ihrer Vibrationsdauer in die Verbindung eintreten und diese im freien Zustande bei dem Stickstoff und Sauerstoff sich zu einander verhält wie 14 zu 16 oder wie 7 zu 8, so reihen sich auf der Länge von 8 Wärmewellen Stickstoff 7 Wärmewellen Sauerstoff an einander an, und ein Vibrationsatom Stickstoffoxyd besteht aus $8^3 = 512$ Vibrationsatomen Stickstoff und $7^3 = 343$ Vibrationsatomen Sauerstoff.

Das Stickstoffoxydulgas $N_2\Theta$ und die Untersalpetersäure $N\Theta_2$ sind beide nach dem Wassertypus gebildet, mit dem Unterschiede, dass es bei dem ersten der Stickstoff ist, bei der letzteren aber der Sauerstoff, welche mit einem doppelten Volumen in die Verbindung eintreten und dabei ihre Vibrationsdauer verdoppeln. Bei dem Stickstoffoxydul entspricht dem Gewichte der Verbindung gleich 44 die normale Dampfdichtigkeit gleich 22. Die Vibrationsdauer des Stickstoffs zu der des Sauerstoffs verhält sich in dieser Verbindung wie 28 : 16 oder 7 : 4, folglich sind die Vibrationsatome derselben zusammengesetzt aus $7^3 = 343$ Vibrationsatomen Sauerstoff und $4^3 = 64$ Vibrationsatomen Stickstoff.

Die Dämpfe der Untersalpetersäure zeigen, wenn man ihr die Formel $N\Theta_2$ giebt, erst bei einer Temperatur von 150° eine normale Dichtigkeit, welche bei niedrigerer Temperatur immer grösser wird und bei — 10 Grad sich verdoppelt. In diesem Zustande entspricht der Untersalpetersäuredampf der Formel $N_2\,\Theta_4$, es ist also eine Verbindung von zwei Volumen Stickstoff mit vier Volumen Sauerstoff, bei welcher der Stickstoff seine Vibrationsdauer verdoppelt und der Sauerstoff die seinige vervierfacht und beide sich dabei auf 2 Volumen condensiren. Bei steigender Temperatur findet, wie man sich gegenwärtig in der Chemie ausdrückt, eine Dissociation der Untersalpetersäure statt, der Stickstoff nimmt wieder seine gewöhnliche Vibrationsdauer wie im freien Zustande an, der Sauerstoff tritt mit einer verdoppelten Vibrationsdauer in der Verbindung auf und bei 150° entspricht dieselbe der Formel $N\Theta_2$. — An der Untersalpetersäure bei niedriger Temperatur lernen wir somit eine neue Art von Verbindungen kennen, in welcher beide Bestand-

theile ihre Vibrationsdauer verändert haben, jedoch so, dass sie in der Verbindung wiederum nur als gleiche Aequivalente gelten können; es ist eine zwei- und viervolumige Verbindung, welche sich bei höherer Temperatur in eine ein- und zweivolumige Verbindung, wie das Wasser, verwandelt. Möge nun die Untersalpetersäure der Formel $N\Theta_2$ oder $N_2 \Theta_4$ entsprechen, so bleibt doch das Verhältniss der Vibrationsdauer des Stickstoffs und des Sauerstoffs immer dasselbe und verhält sich zu einander wie 7 : 16; ein Vibrationsatom Untersalpetersäure besteht also aus $16^3 = 4046$ Vibrationsatomen Stickstoff und $7^3 = 343$ Vibrationsatomen Sauerstoff. —

Die salpetrige Säure und die Salpetersäure sind nicht auf ihre Dampfdichtigkeit untersucht worden. Versucht man die salpetrige Säure aus ihren Salzen durch stärkere Säuren abzuscheiden, so zerfällt dieselbe im Augenblicke des Freiwerdens in Salpetersäure, welche an die Base tritt, und in Stickstoffoxydgas, $3\ N_2 \Theta_3$ geben $N_2 \Theta_5$ und $4\ N\Theta$. Die salpetrige Säure ist eine tief indigoblaue Flüssigkeit, welche rothbraune Dämpfe ausstösst; sie kocht schon unter 0°, vielleicht sogar unter — 10° und zerlegt sich bei dem Kochpunkt, indem derselbe auf 28° sich erhöht, zum grossen Theil in Stickstoffoxydgas und Untersalpetersäure, $2\ N_2 O_3$ geben $2\ N\Theta$ und $N_2 \Theta_4$. Bis zum Jahre 1849 glaubte man, die Salpetersäure könne nur in Verbindung mit Basen oder Wasser bestehen. In dem genannten Jahre gelang es indess Deville, die wasserfreie Säure — die Verbindung $N_2 O_5$ — darzustellen; sie tritt in farblosen, stark glänzenden, durchsichtigen, geraden, rhombischen Säulen auf, schmilzt bei ungefähr 30° C. und beginnt zwischen 45 bis 50° zu sieden, wobei zugleich Zersetzung stattfindet. Wahrscheinlich zerfällt sie in Untersalpetersäure und Sauerstoffgas, $N_2 \Theta_5$ giebt $N_2 \Theta_4$ und Θ. —

§ 46. **Schwefel.** Der Schwefel gehört zu denjenigen Körpern, welche verschiedene allotropische Zustände zeigen, und verdient seiner eigenthümlichen Eigenschaften wegen eine specielle Betrachtung. Der reine Schwefel, wie er in dem Handel vorkommt, ist theils in der Form von Cylindern als Stangenschwefel bekannt, theils in Gestalt eines zarten Pulvers,

das man als Schwefelblumen bezeichnet. Er besitzt in diesem Zustande die hellgelbe Farbe, welche man schwefelgelb nennt. Der Schwefel schmilzt bei 111,5° C. zu einer hellgelben, dünnflüssigen Flüssigkeit; diese wird bei stärkerem Erhitzen immer dunkler, bei 250° bis 260° fast schwarz und dabei so zähflüssig, dass sie aus einem umgekehrten Gefässe nicht ausfliesst; in noch höherer Temperatur kehrt dann die frühere Dünnflüssigkeit, nicht aber die hellere Farbe zurück; bei 420° C. fängt sie an zu sieden und verwandelt sich in braunrothen Schwefeldampf.

Der Schwefel besitzt die Eigenschaft, in zwei ganz verschiedenen Krystallformen aufzutreten: er ist dimorph. Aus den Auflösungen in Schwefelkohlenstoff, Chlorschwefel- und Terpentinöl scheidet er sich in hellgelben, durchscheinenden, wachsglänzenden rhombischen Octaëdern ab; dieselbe Form besitzen die durch Sublimation entstehenden Krystalle, sowie die schönen durchscheinenden Krystalle des natürlichen Schwefels, welche ebenfalls durch Sublimation entstanden sind. Lässt man aber geschmolzenen Schwefel langsam erstarren, so bilden sich durchscheinende, schiefe rhombische Säulen, welche eine braungelbe Farbe besitzen.

Diese beiden verschiedenen Krystallformen gehören zwei verschiedenen allotropischen Zuständen des Schwefels an. Man hat den in Rhombenoctaëdern krystallisirenden, hellgelben Schwefel Alphaschwefel (α S), den in schiefen, rhombischen Prismen auftretenden, braungelben Schwefel Betaschwefel (βS) genannt und bezeichnet. Erkältet man den bis zum Sieden erhitzten, braunrothen Schwefel rasch, etwa dadurch, dass man ihn in kaltes Wasser fallen lässt, so bleibt er längere Zeit hindurch braunroth und weich; er ist dann in sogenannten amorphen Schwefel verwandelt, welcher einen dritten allotropischen Zustand des Schwefels, den Gammaschwefel (γ S), darstellt.

Der Schwefel vermag aus dem einen allotropischen Zustande in den anderen überzugehen. Erhitzt man einen Tropfen bei 111,5° C. geschmolzenen α Schwefel auf einer Glasplatte stärker, so färbt sich derselbe mehr und mehr bräunlichgelb

und endlich braunroth. Die bräunlichgelbe Farbe zeichnet den geschmolzenen βS aus, die rothe Farbe ist die Farbe des γS. Dass nicht ein allmäliger Uebergang aus βS in γS stattfindet, kann man leicht durch das Mikroskop erkennen, wenn der Tropfen so breit ist, dass es möglich ist, ihn an einer Stelle stärker als an der anderen zu erhitzen; es zeigt sich dann nämlich eine scharfe Grenze zwischen dem gelben und dem rothen Schwefel. Die gelbe und die rothe Farbe behält der Tropfen kürzere oder längere Zeit nach dem Erkalten bei. Werden grössere Mengen Schwefel in einem Schmelztiegel geschmolzen, so steigt die Temperatur unausgesetzt bis auf 250 bis 260° C., hier bleibt das Thermometer einige Zeit stationär oder es schwankt sogar auf und ab, dann steigt es wieder regelmässig bis zu dem Siedepunkte von 420° C. Hieraus lässt sich schliessen, dass die Umänderung von βS in γS bei ungefähr 250° C. erfolgt und dass dabei Wärme gebunden wird. Jenseit der Temperatur von 260° C. hat man geschmolzenen γS; 420° C. ist der Siedepunkt von γS, bei welchem derselbe nicht mehr zähflüssig, sondern sogar dünnflüssiger als Wasser ist. Lässt man den bis zum Siedepunkte oder überhaupt über 260° C. erhitzten Schwefel langsam erkalten, so bleibt zwischen 250 und 260° C. das Thermometer eine Zeit lang stationär, und noch weit unterhalb dieser Temperatur erhält sich die dunkle Farbe des γS.

Weder βS noch γS lassen sich längere Zeit aufbewahren, ohne in αS überzugehen. Die durch Schmelzen auf oben erwähnte Weise erhaltenen, bräunlichgelben, prismatischen Krystalle von βS werden in Ruhe oft schon nach wenigen Stunden, weit rascher bei Erschütterung oder wenn man sie ritzt, undurchsichtig hellgelb, weil sie sich in Krystalle von αS umwandeln. Umgekehrt wird αS nicht allein durch Schmelzen in βS übergeführt, sondern es ist hinreichend, αS in einer dem Schmelzpunkte (111,5°) nahen Temperatur längere Zeit hindurch zu erhalten, um diese Umänderung zu bewerkstelligen. Der weiche, amorphe, rothe Schwefel γS erhärtet ebenfalls in kürzerer oder längerer Zeit zu einem Aggregat von Krystallen von αS und wird dann hellgelb und starr.

Das specifische Gewicht des Schwefels in seinen verschiedenen Zuständen ist nicht dasselbe; αS besitzt das höchste, γS das niedrigste specifische Gewicht. Marchand und Scheerer fanden das specifische Gewicht des natürlichen Schwefels, αS, 2,066, des aus Auflösungen krystallisirten Schwefels, ebenfalls αS, 2,045, das specifische Gewicht des durch Schmelzen krystallisirten Schwefels, βS, 1,962, das des braunen, weichen, amorphen Schwefels, γS, 1,957. Deville giebt das specifische Gewicht von αS zu 2,07, von βS zu 1,96, von γS zu 1,91 an.

Die specifische Wärme von αS ist von Regnault = 0,20259 gefunden worden; Marchand und Scheerer fanden dagegen die specifische Wärme von βS gleich 0,20684. Nimmt man diese Zahlen für die specifische Wärme des Schwefels als richtig an, so geben sie durch Multiplication mit dem Atomgewicht 32 die durchschnittliche Atomwärme der festen Körper 6,4. Andere Beobachter geben dagegen die specifische Wärme des Schwefels auf 0,163 an und rechnen deshalb den Schwefel zu denjenigen Körpern (s. Tabelle § 34.), welche eine Abweichung von dem Dulong- und Petit'schen Gesetze zeigen.

Die Dichtigkeit des Schwefeldampfes ist bei einer Temperatur von 860° und 1040°, dem Atomgewichte 32 entsprechend, gleich 32,23 gefunden worden. Frühere Beobachtungen der Dampfdichte des Schwefels, bei einer den Siedepunkt desselben nicht viel übersteigenden Temperatur, hatten das specifische Gewicht seines Dampfes dreimal so gross ergeben. Es tritt also beim Schwefel, nachdem er bereits bei 420° in den Dampfzustand übergegangen ist, gleichsam eine nochmalige Vergasung ein, durch welche die Dichtigkeit seines Dampfes auf ein Drittel abnimmt.

Alle Eigenthümlichkeiten, welche an dem Schwefel beobachtet werden, erklären sich einfach durch die Annahme, dass der Schwefel, vom theoretischen Standpunkte aus, nicht ein vollkommen einfacher Körper ist, sondern Wärmevibrationen von verschiedener Dauer besitzt, die jedoch in einem so einfachen Verhältnisse zu einander stehen, dass der Uebergang von einer Vibrationsdauer zur anderen mit Leichtigkeit erfolgen kann. Durch das mechanische Aequivalentgewicht des Schwefels

und durch seine bei höheren Temperaturen beobachtete Dampfdichtigkeit werden wir auf eine Dauer der Wärmevibrationen gleich 32 geführt. Denken wir uns aber ausserdem im Schwefel noch Wärmevibrationen mit einer doppelten und dreifachen Vibrationsdauer, also gleich 64 und 96, so können wir uns Rechenschaft über das eigenthümliche Verhalten des Schwefels geben. —

Zunächst würde sich dadurch die geringe specifische Wärme des Schwefels, welche von einigen Beobachtern gefunden worden ist, erklären. Nach unserer Theorie ist die specifische Wärme der Körper der Dauer ihrer Wärmevibrationen umgekehrt proportional. — Kommen nun in dem Schwefel ausser den Wärmevibrationen mit einer Dauer gleich 32 auch noch solche mit einer Vibrationsdauer 64 und 96 vor, so sieht man ein, dass der Schwefel zu einer gleichen Temperaturerhöhung einer geringeren Wärmemenge bedarf, als wenn er nur Wärmevibrationen von einer Dauer gleich 32 hätte.

Aus dieser Zusammensetzung der Wärmevibrationen erklären sich auch die anderen an dem Schwefel beobachteten Erscheinungen. Das grössere specifische Gewicht des α- und βSchwefels im Vergleich zu demjenigen des γSchwefels könnte sehr wohl durch das Vorkommen von Wärmevibrationen von längerer Dauer bedingt sein. Nehmen wir ferner an, dass bei der Erwärmung des Schwefels vorzugsweise die Intensität der Wärmevibrationen von kürzerer Dauer gesteigert wird, in der Art, dass bei einer bestimmten Temperatur ein Schwinden der Wärmevibrationen von längerer Dauer 96 und 64, dadurch, dass sie auf ihre Duodecime und nächst höhere Octave übergehen, eintritt, so liesse sich auch die Umwandlung des α- und βSchwefels in γSchwefel erklären. — Das Verschwinden der Wärmevibrationen mit einer Schwingungsdauer gleich 96 bei der Temperatur des Schmelzpunktes 111,5° C. und bei den zunächst höher liegenden Temperaturgraden würde den Uebergang des αSchwefels in βSchwefel bedingen; das Verschwinden der Wärmevibrationen mit einer Schwingungsdauer gleich 64 bei einer Temperatur von 250° bis 260° C. den Uebergang des βSchwefels in γSchwefel nach sich ziehen, und durch eine

zugleich eintretende, grössere Regelmässigkeit der Wärmewellen die Zähflüssigkeit des Schwefels bei dieser Temperatur ihre Erklärung finden. Ebenso wäre die Umwandlung des γS und βS in αS — wenn beide Modificationen längere Zeit aufbewahrt werden — nichts Anderes, als ein theilweises Uebergehen der Wärmevibrationen des γS auf ihre nächst tiefere Octave und Duodecime, d. h. die Entstehung von Wärmevibrationen mit einer Schwingungsdauer 96 und 64. — Die verschiedenen Krystallformen des Schwefels finden dann auch ihre Erklärung in dem Umstande, dass in seinen verschiedenen Modificationen Wärmevibrationen von verschiedener Dauer vorkommen, ebenso wie der amorphe Zustand des γS die nothwendige Folge des schnellen Erkaltens ist, bei welchem den Wärmewellen nicht eine hinreichende Zeit gewährt ist, um sich zu ordnen und eine regelmässige Krystallbildung hervorzubringen.

Die Verdampfung der Körper haben wir als eine Vervielfältigung ihrer Vibrationsatome erkannt. Die Verdampfung jedoch ist nur dann eine vollkommene, wenn die Dichtigkeit des Dampfes, verglichen mit derjenigen eines permanenten Gases, der Dauer der Wärmevibrationen proportional ist, was nur unter der Bedingung eintritt, dass die Intensität der Wärmevibrationen für beide Körper bei gleicher Temperatur eine gleiche ist. — Wenn nun beim Schwefel nahe seinem Siedepunkte eine dreimal so grosse Dampfdichtigkeit beobachtet wird, als bei höheren Temperaturen, bei welchen erst die wahre, den obigen Bedingungen entsprechende Dampfdichtigkeit eintritt, so scheint eine solche Erscheinung auf eine anfänglich unvollkommene Verdampfung, auf eine Unterbrechung in der Vervielfältigung der Vibrationsatome hinzudeuten. Indem der Schwefeldampf durch Temperaturerhöhung sein Volumen verdreifacht, tritt gleichsam durch eine nochmalige Vervielfältigung seiner Vibrationsatome eine erneute Vergasung des Schwefeldampfes ein, nach welcher erst derselbe seine wahre Dichtigkeit erreicht.

In seinen dampfförmigen Verbindungen mit dem Sauerstoff besitzt der Schwefel seine normale Dampfdichtigkeit und folgt demnach genau den von uns aufgestellten Gesetzen. Wird Schwefel in der Luft verbrannt, so verbindet er sich mit dem Sauer-

stoff und bildet die schweflige Säure $S\Theta_2$ (Gewicht der Verbindung 64, beobachtete Dampfdichtigkeit 32,51). In zwei Volumen schwefligsauren Dampfes sind, wie aus der Formel zu erkennen ist, 1 Volum Schwefeldampf und 2 Volumen Sauerstoffgas enthalten. Die Verbindung erfolgt also vollkommen nach dem Wassertypus, nur dass hier der Sauerstoff statt des Wasserstoffs die Dauer seiner Wärmevibrationen verdoppelt und der Sauerstoff durch Schwefel vertreten ist. Die Vibrationsdauer des Sauerstoffs im freien Zustande verhält sich zu derjenigen des Schwefels wie 16 : 32; wenn nun der Sauerstoff in der schwefligen Säure mit einer verdoppelten Vibrationsdauer enthalten ist, so ist diese Dauer derjenigen des Schwefels gleich; es scheint dadurch jede Verschiedenheit der Bestandtheile in der schwefligen Säure aufgehoben zu sein. Obgleich vom Standpunkte einer mechanischen Theorie nichts Widersprechendes darin liegt und es sehr wohl möglich ist, dass der Sauerstoff aus der schwefligen Säure ebenso regenerirt werden könne, wie aus anderen Verbindungen, so wollten wir doch nicht diesen Umstand unerwähnt lassen, um uns nicht den Vorwurf zuzuziehen, eine Consequenz unserer Theorie nicht bemerkt zu haben. Schon bei einigen Elementen sind wir auf eine solche theoretische Gleichheit gestossen und ähnliche Umstände können bei dem rationellen Verhältnisse, in welchem die Dauer der Vibrationen bei den einfachen Körpern steht, häufig vorkommen; sie deuten auf Verschiedenheiten hin, die uns noch unbekannt sind und deren Erforschung späteren Zeiten überlassen bleiben muss.

Die Schwefelsäure $S\Theta_3$ entsteht nicht durch eine directe Verbindung des Schwefels mit dem Sauerstoff, sondern immer nur durch eine weitere Oxydation der schwefligen Säure. Trifft Schwefligsäuregas mit flüssiger oder dampfförmiger, concentrirter Salpetersäure zusammen, so giebt die Salpetersäure 1 Aeq. Sauerstoff ab; es entsteht Schwefelsäure und Untersalpetersäuredampf:

$$S\Theta_2 \text{ und } N_2\,\Theta_5 \text{ geben } S\Theta_3 \text{ und } N_2\,\Theta_4.$$

In 2 Volumen schwefelsauren Dampfes sind enthalten 1 Volum

Schwefeldampf und 3 Volumen Sauerstoffgas. Damit die schweflige Säure in Schwefelsäure übergehe, muss der in ihr enthaltene Sauerstoff die Dauer seiner Vibrationen in dem Verhältnisse von 2 : 3 verändern, also gleichsam auf seine nächst tiefere Quinte übergehen. Der aus der Salpetersäure frei gewordene Sauerstoff muss bei seiner Verbindung mit der schwefligen Säure die Dauer seiner Wärmevibrationen verdreifachen oder, falls der Uebergang desselben aus der Salpetersäure in die Schwefelsäure direct erfolgt, die Dauer seiner Wärmevibrationen in dem Verhältnisse von 5 zu 3 verändern.

Der Formel $S\Theta_3$ der Schwefelsäure entspricht auch die beobachtete Dampfdichtigkeit derselben, 43,41, welche sich fast halb so gross als das berechnete Gewicht der Verbindung = 80 herausstellt. Die Dauer der Wärmevibrationen in der Schwefelsäure wäre demnach: die des Schwefels 32, die des Sauerstoffs $3 . 16 = 48$; auf zwei stehende Wärmewellen Sauerstoff kommen 3 Wellen Schwefel, und ein Vibrationsatom Schwefelsäure haben wir uns somit aus $2^3 = 8$ Vibrationsatomen Sauerstoff und $3^3 = 27$ Vibrationsatomen Schwefel gebildet vorzustellen. —

§ 47. **Quecksilber und Cadmium.** Die Dampfdichtigkeit des Quecksilbers ist gleich 101,5, die des Cadmiums gleich 56,93. Die Dauer der Wärmevibrationen dieser beiden Elemente im Dampfzustande bestimmt sich demnach auf 100 und 56. — Die specifische Wärme des Quecksilbers ist dagegen gleich 0,0319, die des Cadmiums gleich 0,0567. Multipliciren wir diese Werthe mit den obigen Angaben für die Dauer der Wärmevibrationen, so erhalten wir 3,19 und 3,17, d. h. Zahlen, die nur halb so gross sind, als die sogenannte Atomwärme der übrigen Elemente. Die specifische Wärme deutet also bei dem Quecksilber und Cadmium auf eine doppelt so grosse Dauer der Wärmevibrationen hin, als ihre Dampfdichtigkeit. — Beide Angaben sind richtig, und dieses Verhalten des Quecksilbers und Cadmiums erklärt sich einfach dadurch, dass beide Elemente bei ihrer Verdampfung die Dauer ihrer Wärmevibrationen verändern, d. h. auf ihre nächst höhere Octave übergehen. Die specifische Wärme des Quecksilbers und Cadmiums ist für ihren flüssigen und festen Zustand bestimmt worden; die Dauer ihrer

Wärmevibrationen findet sich danach gleich 200 und 112, d. h. gleich ihren Atomgewichten. Beim Verdampfen tritt nicht allein eine Vervielfältigung der Vibrationsatome, sondern auch eine Veränderung in der Vibrationsdauer auf die Hälfte ein, deshalb findet sich auch die Dampfdichtigkeit dieser Elemente gleich 100 und 56.

Das wahre mechanische Aequivalentgewicht des Quecksilbers ist demnach gleich 100; geben wir diesem das Zeichen Hg, so gebührt dem flüssigen Quecksilber bei verdoppelter Vibrationsdauer das Zeichen Hg_2. Die dampfförmigen Verbindungen des Quecksilbers entsprechen genau den von uns aufgestellten Gesetzen. Das Gewicht von zwei Volumen Quecksilberchlorür Hg_2 Cl ist gleich 235,88 gefunden worden; zieht man davon 1 Volum Chlor mit 35,5 ab, so bleibt 200,38. Das Quecksilber ist folglich in der Verbindung mit zwei mechanischen Aequivalenten enthalten, und die Dauer seiner Wärmevibrationen im Dampfe des Quecksilberchlorürs ist gleich derjenigen im flüssigen Zustande. Zu demselben Resultate gelangt man auch bei dem Quecksilberchlorid Hg_2 Cl_2. Das Gewicht von 2 Volumen desselben ist gleich 271,48; zieht man davon die darin enthaltenen 2 Volume Chlor mit 71 ab, so bleibt, wie oben, 200,48 nach. Das Quecksilberchlorid lehrt uns eine neue Art von Verbindungen kennen. — Obgleich die Verbindung nach gleichen mechanischen Aequivalenten erfolgt, so findet dennoch eine Condensation statt. Aus 2 Volumen Quecksilberdampf 2 Hg und 2 Volumen Chlor 2 Cl entstehen 2 Volumen Quecksilberchlorid. Dieser Verbindung entspricht also die Formel Hg_2 Cl_2. Beide Bestandtheile verdoppeln die Dauer ihrer Wärmevibrationen, wodurch das Quecksilberchlorid sich wesentlich von den nach dem Chlorwasserstofftypus gebildeten Verbindungen unterscheidet, bei denen die Vereinigung der Elemente zwar auch nach gleichen Aequivalenten, aber ohne Veränderung in der Dauer der Wärmevibrationen erfolgt. Die Verbindungen des Cadmium sind nicht im Dampfzustande bekannt.

§ 48. **Phosphor und Arsen.** Das Atomgewicht oder das mechanische Aequivalentgewicht des Phosphors ist gleich 31. Die Dauer seiner Wärmevibrationen haben wir gleich 30 an-

genommen. Der Phosphor tritt aber, wie der Schwefel, in verschiedenen allotropischen Zuständen auf. In seiner gewöhnlichen Form besitzt er das specifische Gewicht 1,82—1,84 und ist bei gewöhnlicher Temperatur wachsartig, bei 0° spröde. Er schmilzt bei 44—45°, ist farblos, durchsichtig, löslich in Schwefelkohlenstoff, in Phosphorchlorür, in Kohlenwasserstoffen und in manchen anderen Substanzen. Aus diesen Lösungen krystallisirt er in Octaëdern und Dodecaëdern. Sein Siedepunkt ist 290°. Eine undurchsichtige, weisse, bröckliche Modification entsteht, wenn Phosphor unter Wasser dem Tageslichte ausgesetzt wird. Das specifische Gewicht derselben ist 1,5. Bei 50° geht diese Modification in die gewöhnliche Form über. Eine rothe, in Schwefelkohlenstoff und den anderen Lösungsmitteln unlösliche Modification des Phosphors entsteht, wenn derselbe dem Sonnenlichte ausgesetzt oder stark erhitzt wird. Das specifische Gewicht derselben ist 2,14; sie schmilzt bei 250°—260°, wobei wiederum gewöhnlicher Phosphor entsteht. In neuerer Zeit ist endlich noch eine krystallinische Modification dargestellt worden, deren Eigenschaften den Phosphor zu den Metallen stellen. Die specifische Wärme des Phosphors ist gefunden worden 0,174, sie giebt, mit dem Atomgewicht multiplicirt, eine geringere, sogenannte Atomwärme 5,39, als die der meisten übrigen Elemente. Zur Erklärung dieser Eigenschaften des Phosphors nehmen wir an, dass in demselben ausser den Wärmevibrationen mit einer Schwingungsdauer gleich 30 auch noch andere Wärmevibrationen mit einer doppelten und dreifachen Schwingungsdauer vorkommen können. Wie beim Schwefel, würde sich dadurch seine geringe specifische Wärme erklären. Der rothen Modification wäre sodann vielleicht wegen des grossen specifischen Gewichts und des hohen Schmelzpunktes eine Dauer der Wärmevibrationen gleich 60, der metallischen Modification eine Dauer der Wärmevibrationen gleich 90 zuzuschreiben. Der Uebergang des Phosphors aus einem allotropischen Zustande in den anderen wäre ein Ueberspringen seiner Wärmevibration auf ihre Octave und Duodecime und wieder umgekehrt. Geschmolzener Phosphor ist gewöhnlicher Phosphor mit einer Dauer der Wärmevibrationen gleich 30; deshalb findet sich

auch nach Person für den flüssigen Phosphor eine grössere specifische Wärme gleich 0,2045. —

Die Beobachtungen der Dampfdichtigkeit des Phosphors haben dieselbe gleich 65 ergeben. Sie ist mehr als doppelt so gross, als es das Aequivalentgewicht und die specifische Wärme des Phosphors erwarten lassen. Wollten wir die Dauer der Wärmevibrationen des Phosphors seiner Dampfdichtigkeit entsprechend bestimmen, so müssten wir unsere bisherigen Annahmen verdoppeln; dem widersprechen aber die übrigen Eigenschaften des Phosphors. Wir nehmen deshalb an, da es nicht wahrscheinlich ist, dass ein Körper bei seiner Verdampfung die Dauer seiner Wärmevibrationen verdoppele, dass die wahre Dampfdichtigkeit des Phosphors noch nicht beobachtet worden ist, sondern dass, wie der Schwefel bei einer Temperatur nahe dem Siedepunkte eine Dampfdichtigkeit hat, die dreimal so gross ist, als diejenige, welche der Schwefeldampf bei höheren Temperaturen zeigt, auch der Phosphordampf seine wahre Dichtigkeit erst bei Temperaturen erreicht, die höher sind, als diejenigen waren, bei welchen die Beobachtungen angestellt worden sind. Zwar ist die Dichtigkeit des Phosphordampfes im Verhältniss zu derjenigen der atmosphärischen Luft bei verschiedenen Temperaturen bereits constant gefunden worden, dieses schliesst aber nicht die Möglichkeit aus, dass bei noch höheren Temperaturen durch eine Vervielfältigung der Vibrationsatome eine nochmalige Vergasung des Phosphordampfes eintrete, nach welcher er erst seine normale Dichtigkeit erreicht. Wir sind zu dieser Annahme um so mehr berechtigt, als die Berechnungen der Dampfdichtigkeit des Phosphors aus seinen Verbindungen für dieselbe eine normale Grösse ergeben. — Das Gewicht von 2 Volumen Phosphorwasserstoff PH_3 ist gleich 34,29; zieht man davon das Gewicht von 3 Volumen Wasserstoff = 3 ab, so bleibt für 1 Volumen Phosphordampf seiner normalen Dichtigkeit entsprechend 31,29 nach. Ebenso ist das Gewicht von 2 Volumen Phosphorchlorür PCl_3 gleich 138,8 gefunden worden; zieht man davon das Gewicht von 3 Volumen Chlor $35{,}5 . 3 = 106{,}5$ ab, so bleibt, wie oben, 32,3 nach. Es scheint also wohl keinem Zweifel unterworfen zu sein, dass die

abnorme Dichtigkeit des Phosphordampfes nur auf einer unvollkommenen Vergasung beruht, die jedoch von keinem Einflusse auf das Verhalten des Phosphors in seinen Verbindungen mit anderen Körpern ist. Die Verbindungen des Phosphors mit dem Sauerstoff sind im Dampfzustande noch nicht beobachtet worden.

Alles in Bezug auf die abnorme Dampfdichtigkeit des Phosphors Gesagte gilt auch von den Arsen. Das mechanische Aequivalent des Arsens ist 75, seine beobachtete Dampfdichtigkeit aber 153,1, also doppelt so gross; die specifische Wärme ist gleich 0,0814. Die Dauer seiner Wärmevibrationen haben wir gleich 78 angenommen; das Product der beiden letzten Grössen ist 6,35. Die abnorme Dampfdichtigkeit des Arsens kann also nur auf einer unvollkommenen Verdampfung beruhen, — um so mehr als sich die Dampfdichtigkeit des Arsens aus einigen Verbindungen den normalen Verhältnissen entsprechend berechnet. Das Gewicht von 2 Volumen Arsenwasserstoff $As\,H_3$ ist gleich 77,85 gefunden worden, zieht man davon das Gewicht von 3 Volumen Wasserstoff = 3 ab, so bleibt für das Gewicht eines mechanischen Aequivalents oder eines Volums Arsendampfs, der normalen Dampfdichtigkeit des Arsens entsprechend, 74,85 nach. Ebenso ist das Gewicht von 2 Volumen Chlorarsen $As\,Cl_3$ gleich 182,3 gefunden worden, zieht man davon das Gewicht von 3 Volumen Chlor, $3 . 35{,}5 = 106{,}5$ ab, so bleibt wieder für 1 Volum Arsendampf 76,8 nach. Das Arsen ist also in seinen Verbindungen mit einer normalen Dampfdichtigkeit enthalten. —

Der wasserfreien arsenigen Säure entspricht eine empirische Formel $As_2\,\Theta_3$. Das Gewicht von 2 Volumen dieser Säure im Dampfzustande ist gefunden worden gleich 376,2; zieht man davon das Gewicht von 3 Volumen Sauerstoff mit 48 ab, so bleibt 328,2 nach; zwei mechanische Aequivalente Arsen wiegen aber nur 150. Die empirische Formel entspricht also nicht der beobachteten Dampfdichtigkeit und muss verdoppelt werden, $As_4\,\Theta_6$. Nach dieser Formel wären in der arsenigen Säure enthalten: 4 Aequivalente Arsen = 300, welche im freien Zustande 2 Volumen und bei normaler Dampfdichtigkeit 4 Volumen einnehmen, und 6 Volumen Sauerstoff = 96. Damit diese 10 Volumen sich in der Verbindung auf 2 Volumen condensiren,

muss der normale Arsendampf durch Vervierfachung seiner Vibrationsdauer sich auf 1 Volumen reduciren, der Sauerstoff seine Vibrationsdauer versechsfachen. Das Gewicht von 2 Volumen der Verbindung würde sich sodann auf 396 berechnen; das beobachtete Gewicht ist zwar geringer, findet aber seine Erklärung in der Voraussetzung einer beginnenden Dissociation. — Es ist wohl nicht zu bezweifeln, dass die arsenige Säure $As_4\,\Theta_6$ bei höherer Temperatur und in ihren Verbindungen der Formel $As_2\,\Theta_3$ entspricht und dass wir es hier, wie bei der Untersalpetersäure, welcher je nach dem Temperaturgrade, in dem sie sich befindet, der Formel $N_2\,\Theta_4$ oder $N\Theta_2$ entspricht, mit den polymeren Verbindungen $As_4\,\Theta_6$ und $As_2\,\Theta_3$ zu thun haben, die durch Veränderung in der Dauer der Wärmevibrationen leicht in einander übergehen können.

§ 49. **Fluor.** Mit den bisher erwähnten Verbindungen ist die Zahl derjenigen binären, dampfförmigen Verbindungen der Elemente, bei denen die Dampfdichtigkeit der beiden Bestandtheile ebenfalls bekannt ist, so ziemlich erschöpft. Die Forderung der Theorie, dass diese Verbindungen im Dampfzustande zwei Volumen einnehmen müssen, wenn das Volumen von H gleich 1 gesetzt wird, ist durchgängig erfüllt. Wir sind deshalb berechtigt anzunehmen, dass die von uns aufgestellten Gesetze auch für solche Körper gültig sind, die im Dampfzustande nicht beobachtet worden sind und können wir ihnen deshalb hypothetische Dampfdichtigkeiten zuschreiben. Die Richtigkeit dieser Annahme muss dann aus dem Verhalten dieser Körper in verschiedenen dampfförmigen Verbindungen hervorgehen.

Zu diesen Körpern gehört nun auch das Fluor; es ist ein Gas; seine Dampfdichtigkeit hat aber wegen seines bedeutenden Vereinigungsbestrebens zu den anderen Körpern nicht beobachtet werden können, weil die Gefässe, in welchen der Chemiker sonst seine Beobachtungen ausführt, Gefässe von Glas, Porzellan und Metall, weder zur Darstellung, noch zur Aufbewahrung des Fluors anwendbar sind. Das Fluor gehört zu der Gruppe der Halogene und ist denselben Gesetzen, wie das Chlor, Brom und Jod unterworfen; sein mechanisches Aequivalentgewicht ist gleich 19; die Dauer seiner Wärmevibrationen haben wir, um sie in

ein recht harmonisches Verhältniss mit derjenigen der anderen Elemente zu bringen, gleich 20 angenommen; wir glauben mit voller Gewissheit die Behauptung aufstellen zu können, dass man, wenn es gelungen sein wird, die Dichtigkeit des Fluors zu bestimmen, das Aequivalentgewicht desselben einem Volumen entsprechend finden wird, ebenso wie man das Gewicht von 2 Volumen Fluorwasserstoff H Fl, einer dem Chlorwasserstoff H Cl analogen Verbindung, in der neuesten Zeit mit grossen experimentalen Schwierigkeiten der Zusammensetzung entsprechend gleich 20 bestimmt hat.

§ 50. **Kohlenstoff.** Die meisten Verbindungen des Kohlenstoffs sind im Dampf- oder Gaszustande bekannt, dagegen ist es bis jetzt noch nicht gelungen, den Kohlenstoff selbst in diesem Zustande darzustellen. Dieses hat die Chemiker nicht verhindert, einen hypothetischen Kohlenstoffdampf den theoretischen Betrachtungen zu Grunde zu legen, und wir sehen uns veranlasst, ihrem Beispiele zu folgen. Zur Bestimmung der Dichtigkeit des Kohlenstoffdampfes sind die Verbindungen des Kohlenstoffs mit dem Sauerstoff, das Kohlenoxyd CO und die Kohlensäure CO_2, besonders geeignet. Nimmt man an, dass das Kohlenoxyd eine Verbindung nach gleichen Aequivalenten ist, so findet man, wenn man von dem beobachteten Gewichte von zwei Volumen Kohlenoxyd = 28 das Gewicht von 1 Volum Sauerstoff = 16 abzieht, das Gewicht des im Kohlenoxyd enthaltenen Kohlenstoffdampfes = 12, also genau der für das mechanische Aequivalent desselben angenommenen Zahl gleich. Ebenso erhält man, wenn man von dem Gewichte zweier Volumen Kohlensäure CO_2 = 44 das Gewicht von 2 Volumen Sauerstoff = 32 abzieht, dieselbe Zahl 12.

Es erscheint also vollkommen zulässig, wenn man dem Kohlenstoff in seinen gasförmigen Verbindungen mit dem Sauerstoff eine Dampfdichtigkeit gleich 12 zuschreibt. Wenn wir ausserdem in diesem hypothetischen Kohlenstoffdampfe die Dauer der Wärmevibrationen gleich 12 annehmen, so sind beim Kohlenstoff die Dampfdichtigkeit, das mechanische Aequivalentgewicht und die Dauer der Wärmevibrationen in vollkommener Uebereinstimmung mit einander. — Im Widerspruch damit ist die

geringe specifische Wärme des Kohlenstoffs und verlangt deshalb eine Erklärung.

Der Kohlenstoff tritt in verschiedenen allotropischen Zuständen auf. Man unterscheidet den Demant oder Alpha-Kohlenstoff αC, den Graphit oder Beta-Kohlenstoff βC und die gewöhnliche Kohle oder Gamma-Kohlenstoff γC. Der Demant krystallisirt in Octaëdern; sein specifisches Gewicht schwankt zwischen 3,5 und 3,55; seine specifische Wärme ist nach de la Rive und Marcet 0,1192, nach Regnault 0,14687.

Der Graphit findet sich in abgerundeten Massen in Gängen des Urgebirges und Uebergangebirges, besonders im Granit, Gneiss und Urkalk. Sein specifisches Gewicht schwankt zwischen 1,8 bis 2,27. Die specifische Wärme des Graphits ist grösser als die des Demants, sie ist nämlich nach Regnault 0,201. Dieselbe specifische Wärme wie der Graphit besitzen auch die Coaks der Steinkohle. — Die gewöhnliche Holzkohle wird durch Verkohlung der verschiedenen Holzarten gewonnen. Ihre specifische Wärme ist nach Regnault 0,2415, nach De la Rive und Marcet 0,2964.

Diese Verschiedenheiten des Kohlenstoffs erklären sich, wie alle Verschiedenheiten der Körper überhaupt, durch eine verschiedene Dauer der Wärmevibrationen. Die gemeinsame Eigenschaft aller Kohlenstoffe ist, dass sie bei ihrer Verbrennung Kohlenoxyd oder Kohlensäure geben, d. h. in ihrem Dampfzustande eine Dauer der Vibrationen gleich 12 annehmen. Die Dauer der Wärmevibrationen in den festen Modificationen des Kohlenstoffs kann somit nur ein Multiplum von 12 sein. — Geben wir dem hypothetischen Kohlenstoffdampfe das Zeichen $\mathrm{C} = 12$, so ist die Holzkohle $\mathrm{C}_2 = 24$, der Graphit $\mathrm{C}_3 = 36$ und der Demant $C_4 = 48$, d. h. wir nehmen die Dauer der Wärmevibrationen im Kohlenstoffdampfe gleich 12, in der Holzkohle gleich 24, im Graphit gleich 36, im Demant gleich 48 an. Unter diesen Voraussetzungen lässt sich die specifische Wärme des Kohlenstoffs in seinen verschiedenen Modificationen mit dem Gesetze, dass sie der Dauer der Wärmevibrationen umgekehrt proportional ist, und mit der specifischen Wärme der anderen Elemente in Uebereinstimmung bringen. Berechnen wir die

specifische Wärme des Kohlenstoffdampfes $\frac{6,40}{12} = 0,533$, so ist das Product aus der specifischen Wärme und der Dauer der Wärmevibrationen bei den verschiedenen allotropischen Formen des Kohlenstoffs mit einander und der sogenannten Atomwärme 6,40 nahezu gleich.

	Zeichen.	specifische Wärme.	Dauer der Wärmevibrationen.	Product.
Kohlenstoffdampf .	$Є$	0,533	12	6,400
Holzkohle . . .	$Є_2$	0,296	24	7,104
Graphit	$Є_3$	0,201	36	7,236
Demant	$Є_4$	0,146	48	6,908

Dass die Producte der letzten Colonne etwas grösser ausfallen als die sogenannte Atomwärme der Elemente, erklärt sich einfach dadurch, dass in den verschiedenen Modificationen des Kohlenstoffs ausser den Grundvibrationen auch noch Wärmevibrationen mit einer kürzeren Schwingungsdauer vorkommen mögen, welche bei der Temperaturerhöhung eine grössere Wärmemenge erfordern. —

Wir sehen daraus, wie es mit Hülfe unserer Vibrationstheorie möglich ist, sich über die Ursache verschiedener Erscheinungen Rechenschaft zu geben, die bisher unerklärlich zu sein schienen. Unsere Vibrationstheorie gestattet ebenso verschiedenartige Voraussetzungen wie die Naturerscheinungen selbst mannigfaltig sind. Auf dieselbe Weise, wie wir die allotropischen Zustände und die geringe specifische Wärme bei dem Schwefel, Phosphor und Kohlenstoff erklärt haben, finden ähnliche Verhältnisse auch bei anderen Körpern ihre Erklärung, wie es überhaupt nicht unwahrscheinlich ist, dass die Abweichungen, welche wir so häufig von den allgemeinen Gesetzen beobachten, falls sie nicht auf Beobachtungsfehlern beruhen, ihre Ursache in einer gewissen Zusammensetzung der Wärmevibrationen haben. —

Das Verbrennen des Kohlenstoffs zu Kohlenoxyd ist nicht

blos das Eingehen einer Verbindung mit dem Sauerstoff, sondern auch das Heraufstimmen der Wärmevibrationen auf eine Schwingungsdauer gleich 12; dieses vorausgesetzt und die Dichtigkeit des Kohlenstoffdampfes ebenfalls gleich 12 angenommen, ist das Kohlenoxydgas eine nach dem Typus Chlorwasserstoff, nach gleichen mechanischen Aequivalenten und nach gleichen Volumen gebildete Verbindung ohne Condensation und ohne Veränderungen in der Vibrationsdauer der Bestandtheile. Die zusammengesetzten Wärmewellen im Kohlenoxydgas sind demnach gebildet aus Vibrationen, deren Dauer sich zu einander verhält wie 12 zu 16 oder wie 3 zu 4. Auf der Länge, welche von drei Wärmewellen des Sauerstoffs eingenommen wird, können sich 4 Wärmewellen Kohlenstoff aneinanderreihen, und 1 Vibrationsatom Kohlenoxydgas ist somit gebildet aus $3^3 = 27$ Vibrationsatomen Sauerstoff und $4^3 = 64$ Vibrationsatomen Kohlenstoff.

Die Kohlensäure ist dagegen gebildet aus einem Volumen Kohlenstoffdampf = 12 und zwei Volumen Sauerstoffgas = 32; ihre Dichtigkeit = 22 ist genau dem berechneten halben Gewichte dieser Verbindung gleich gefunden worden. Es ist also eine Verbindung nach dem Wassertypus, und müssen wir daher in derselben den Sauerstoff mit einer doppelten Vibrationsdauer = 32 voraussetzen. Die Dauer der Wärmevibrationen in der Kohlensäure verhält sich demnach zu einander wie 12 : 32 oder wie 3 zu 8; es kommen also auf 3 Wärmewellen Sauerstoff 8 Wärmewellen Kohlenstoff und in einem Vibrationsatom Kohlensäure sind somit $3^3 = 27$ Vibrationsatome Sauerstoff und $8^3 = 512$ Vibrationsatome Kohlenstoff enthalten. —

Eine der Kohlensäure analoge Verbindung ist der Schwefelkohlenstoff CS_2; das Gewicht der Verbindung berechnet sich auf $12 + 2 \cdot 32 = 76$, und ihre Dichtigkeit im Dampfzustande ist, der Theorie entsprechend, halb so gross = 38 gefunden worden.

§ 51. **Cyan.** $C_2 N_2$. Kohlenstoff und Stickstoff lassen sich auf keine Weise direct zu freiem Cyan vereinigen; seine Entstehung ist stets an das Vorhandensein eines Körpers geknüpft,

mit welchem es eine bei der stattfindenden Temperatur beständige Verbindung eingehen kann. Das Cyan lässt sich aber aus seiner Verbindung mit Quecksilber durch Erhitzen im freien Zustande abscheiden. Das Cyan ist ein farbloses Gas, welches bei gewöhnlicher Temperatur durch einen Druck von 4 Atmosphären zu einer dünnen, farblosen Flüssigkeit verdichtet werden kann. — In 2 Volumen Cyangas sind enthalten: 2 Volumen Kohlenstoffdampf und 2 Volumen Stickstoffgas; es ist folglich, wie das Quecksilberchlorid $Hg_2 Cl_2$, eine 2 und 2 volumige Verbindung, in welcher beide Bestandtheile ihre Vibrationsdauer verdoppeln und dadurch ihre raumerfüllende Kraft von 2 Volumen auf 1 Volumen herabsetzen. Das Gewicht der Verbindung in 2 Volumen berechnet sich demnach auf 52, und dem entsprechend ist auch die Dichtigkeit derselben, oder das Gewicht von 1 Volum, gleich 26 gefunden worden.

Die relative Vibrationsdauer der stehenden Wärmewellen im Cyan verhält sich zu einander wie 24 : 28 oder wie 6 : 7. Ein abgeschlossenes Vibrationsatom Cyan enthält somit in sich $6^3 = 216$ Vibrarionsatome Stickstoff und $7^3 = 343$ Vibrationsatome Kohlenstoff. —

§ 52. **Anwendbarkeit der mechanischen Formeln auf die festen und flüssigen Körper.** Wir übergehen hier die Verbindungen des Kohlenstoffs mit dem Wasserstoff, da wir ihnen, als der Grundlage aller organischen Körper, einen besonderen Paragraphen widmen werden und erwähnen nur des Sumpfgases, dessen empirische Formel $ЄH_4$ als Typus für eine Reihe von Verbindungen aufgestellt worden ist, von denen viele auf ihre Dampfdichtigkeit untersucht worden sind und dabei durchgängig eine vollkommene Uebereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung gezeigt haben, insofern als ihre Dichtigkeit oder das Gewicht 1 Volumens sich stets als halb so gross herausgestellt hat, als das nach der Formel berechnete Gewicht der Verbindung.

Dadurch ist der Beweis geliefert worden, dass diese Verbindungen ebenfalls der theoretischen Forderung einer Conden-

sation auf zwei Volumen Genüge leisten, wie es aus der nachfolgenden Tabelle zu ersehen ist:

Namen der Verbindung.	Formel.	Berechnetes Gewicht der Verbindung.	Beobachtete Dichtigkeit H = 1.
Sumpfgas	$\text{Є} H_4$	16	8
Chlorkohlenstoff. . .	$\text{Є} Cl_4$	154	75,8
Chlorsilicium	$Si Cl_4$	170	85,8
Fluorsilicium	$Si Fl_4$	104	52
Chlortitan	$Ti Cl_4$	192	98,7
Chlorzinn	$Sn Cl_4$	258	132,9

Dieselbe Uebereinstimmung mit der Theorie zeigen auch folgende theils nach dem einfachen, theils nach dem doppelten Ammoniaktypus gebildete Verbindungen:

Namen.	Formel.	Berechnetes Gewicht der Verbindungen.	Beobachtete Dichtigkeit H = 1.
Antimonchlorür . . .	$Sb Cl_3$	228,5	112,7
Wismuthchlorür . . .	$Bi Cl_3$	316,5	164,0
Borchlorür	BCl_3	117,4	56,9
Borflorür	BFl_3	67,9	33,4
Aluminiumchlorid . .	$Al_2 Cl_6$	267,8	134,9
Aluminiumbromid . .	$Al_2 Br_6$	534,8	269,0
Eisenchlorid	$Fe_2 Cl_6$	325	163,8

Berechnet man aus dem für diese Verbindungen beobachteten Gewichte zweier Volumen, durch Abziehen des Gewichtes des in ihnen enthaltenen, gasförmigen Elementes, die Dampfdichtigkeit des anderen Bestandtheils, so gelangt man durchgängig zu Zahlen, welche mit den mechanischen Aequivalenten dieser Körper nahe übereinstimmen:

Namen der Elemente.	Berechnete Dampf-dichtigkeit.	Mechanische Aequivalente.
Kohlenstoff . .	12	12
Silicium. . . .	28	28
Titan.	55,4	50
Zinn	123,8	118
Antimon. . . .	118,9	122
Wismuth . . .	221	210
Bor	9,8	10,9
Aluminium. . .	28,4	27,4
Eisen.	57,3	56

Diese Elemente zeigen also ebenfalls durch die nahe übereinstimmenden Zahlen, die man für ihre mechanischen Aequivalente und für die aus ihren Verbindungen berechneten Dampfdichtigkeiten erhält, dass sie den aufgestellten Gesetzen in dem Maasse genügen, wie es bei den stets unsicheren empirischen Bestimmungen der Dampfdichtigkeit nur zu erwarten ist.

Wenn aber nicht allein diejenigen Elemente, welche im Dampfzustande bekannt sind und dampfförmige Verbindungen bilden, sondern auch solche Körper, deren Verbindungen zwar in Dampfform bekannt sind, deren Dampfdichtigkeit selbst aber noch nicht hat ermittelt werden können, die von uns aufgestellten Gesetze vollkommen bestätigen, so sind wir berechtigt anzunehmen, dass diese Gesetze auch für solche Körper ihre Gültigkeit haben, bei welchen weder ihre eigene Dampfdichtigkeit, noch diejenige ihrer Verbindungen hat beobachtet werden können; wir glauben nämlich annehmen zu dürfen, dass alle binären Verbindungen der Elemente nach denselben Gesetzen erfolgen, wie die Verbindungen der gas- und dampfförmigen Körper. —

Wir denken uns gleichsam alle festen und flüssigen Verbindungen als im Dampfzustande entstanden und dann durch Verflüssigung und Condensation in flüssigen und festen Zustand übergeführt. Es ist deshalb keineswegs erforderlich, damit eine Verbindung zu Stande komme, dass die Körper zuerst in den

Dampfzustand versetzt werden; die Vereinigungen können ebensogut im festen und flüssigen Zustande stattfinden, sie erfolgen aber nach Gesetzen, die nur in dem dampfförmigen Zustande der Körper zu erkennen sind. Aus dem Wasser in seinem flüssigen Zustande vermögen wir nicht das Gesetz seiner Entstehung zu erkennen, nichts destoweniger bildet sich Wasser z. B. beim Zusammentreffen von Salzsäure mit einem Metalloxyde genau nach demselben Gesetze, als ob Wasserstoff und Sauerstoff im gasförmigen Zustande in Verbindung getreten wären. Der einzige stattfindende Unterschied besteht nur darin, dass, während die gasförmigen Körper, Wasserstoff und Sauerstoff, wenn sie sich direct mit einander verbinden, zuerst Wasserdampf bilden, welcher sich sogleich zur Flüssigkeit condensirt, diese Condensation bei den flüssigen und festen Körper zuerst eingetreten ist und die Verbindung erst später erfolgt. — Wir glauben deshalb annehmen zu dürfen, dass die von uns für die chemischen Verbindungen aufgestellten mechanischen Gesetze auch für solche Verbindungen gültig sind, die selbst so wie ihre Bestandtheile noch nicht in Dampfform bekannt sind.

Jede chemische Formel enthält demnach eine Hypothese in sich sowohl über die Dampfdichtigkeit der Verbindung, die sie darstellen soll, als auch über diejenige ihrer Bestandtheile; allerdings fehlt in diesem Falle die empirische Bestätigung der gemachten Annahmen und es kann somit die Richtigkeit der Formel nur aus dem analogen chemischen Verhalten der Verbindung mit anderen dampfförmigen Verbindungen geschlossen werden. — Wenn wir also dem Kali die Formel $Ka_2\,\Theta$ geben, so sprechen wir damit die Hypothese aus, dass diese Verbindung nach dem Wassertypus gebildet ist; dass die Menge Kalium Ka_2, welche in 2 Volumen Dampf der Verbindung enthalten ist, im freien Dampfzustande, wenn derselbe beobachtet werden könnte, ebenfalls 2 Volumen einnehmen würde, dass das Kalium bei seiner Verbindung mit dem Sauerstoff seine Vibrationsdauer verdoppelt u. s. w. Mit einem Worte, wir erkennen die von uns aufgestellten Gesetze, auf den wenn auch nur hypothetischen Dampfzustand der Körper bezogen, als allgemein gültig an und glauben deshalb, dass unsere mechanischen Formeln wirkliche

Constitutionformeln sind, und dass man aus ihnen weitere Schlüsse über den inneren Zustand der Körper sowie über die Veränderungen in der Dauer ihrer Wärmevibrationen ziehen kann.

Dieses vorausgesetzt theilen wir die binären Verbindungen der Elemente, je nach der Zahl der mechanischen Aequivalente, welche in die Verbindungen eintreten, in 1 und 1 volumige, in 1 und 2 volumige, 1 und 3 volumige, 2 und 3 volumige, 2 und 5 volumige u. s. w. Verbindungen ein, wie es aus den zahlreichen, nachfolgenden Beispielen hervorgeht.

Verbindungen erster Ordnung.

Dampfvolumen = 2.

1 und 1 volumige Verbindungen:

Chlorwasserstoff HCl, Chlorbrom $ClBr$, Stickstoffoxyd $N\Theta$, Kohlenoxyd $\text{Ꞓ}\Theta$, Chlorkalium $KaCl$, Calciumoxyd $\text{Ꞓ}a\,\Theta$. —

1 und 2 volumige Verbindungen:

Wasser $H_2\,\Theta_1$, schweflige Säure $S\Theta_2$, Stickstoffoxydul $N_2\,\Theta$. Untersalpetersäure $N\Theta_2$, Kohlensäure $\text{Ꞓ}\Theta_2$, Chlorcalcium $\text{Ꞓ}aCl_2$. Kaliumoxyd $Ka_2\,\Theta$, Quecksilberchlorür $Hg_2\,Cl$, Kieselsäure $Si\,\Theta_2$.

1 und 3 volumige Verbindungen:

Ammoniak NH_3, Chlorstickstoff $N\,Cl_3$, Schwefelsäure $S\Theta_3$. Phosphorchlorür $P\,Cl_3$, Stickstoffkalium $N\,Ka_3$, Setensäure $Se\,\Theta_3$, Eisensäure $Fe\,\Theta_3$, Stickstoffquecksilber $N\,Hg_3$.

2 und 2 volumige Verbindungen:

Cyan $\text{Ꞓ}_2\,N_2$, Quecksilberchlorid $Hg_2\,Cl_2$.

2 und 3 volumige Verbindungen:

Salpetrige Säure $N_2\,\Theta_3$, Phosphorige Säure $P_2\,\Theta_3$, Kaliumsuperoxyd $Ka_2\,\Theta_3$, Aluminiumoxyd $Al_2\,\Theta_3$, Eisenoxyd $Fe_2\,\Theta_3$.

2 und 4 volumige Verbindungen:

Untersalpetersäure $N_2\,\Theta_4$, Ueberjodsäure $J_2\,\Theta_4$.

2 und 5 volumige Verbindungen:

Salpetersäure $N_2 \Theta_5$, Metaphosphorsäure $P_2 \Theta_5$.

2 und 6 volumige Verbindungen:

Aluminiumbromid $Al_2 Br_6$, Eisenchlorid $Fe Cl_6$.

4 und 6 volumige Verbindungen:

Arsenige Säure $As_4 \Theta_6$.

§ 53. **Verbindungen zweiter und dritter Ordnung.** Die Verbindungen der Elemente erster Ordnung vereinigen sich weiter mit einander zu Verbindungen zweiter Ordnung. — Vorzugsweise sind es die Säuren, welche sich mit den Basen vereinigen und dabei Verbindungen bilden, welche als Salze bezeichnet werden. Von den indifferenten Körpern spielt das Wasser in den Hydraten bald die Rolle einer Säure, bald die einer Base, je nachdem es mit einer Base oder mit einer Säure in Verbindung tritt.

Die Vorstellung, welche wir uns von der Vereinigung der binären Verbindungen zu Verbindungen zweiter Ordnung zu machen haben, ist genau dieselbe, wie wir sie uns von den Verbindungen der Elemente mit einander gemacht haben. — Werden zwei Verbindungen erster Ordnung, eine Säure und eine Base, in eine innige Berührung mit einander gebracht, so theilen sie sich gegenseitig ihre inneren Bewegungen mit, und aus der auf diese Weise erfolgten Vereinigung beider Körper geht dann ein neuer Körper hervor, der sich von seinen Bestandtheilen und von den binären Verbindungen überhaupt dadurch unterscheidet, dass in ihm nicht blos zwei Wellensysteme mit verschiedener Dauer der Wärmevibrationen vorkommen, sondern vier Wellensysteme, deren Vibrationsdauer sämmtlich verschieden sein kann.

Die Gesetzmässigkeiten dieser Verbindungen sind, wie bei den binären Verbindungen der Elemente, auch nur in ihrem Dampfzustande zu erkennen. Da aber die Verbindungen erster Ordnung im Dampfzustande, sei es empirisch nachgewiesen oder hypothetisch vorausgesetzt, zwei Volumen einnehmen, so folgt

daraus, dass, wenn zwei Volumen der einen Verbindung sich mit zwei Volumen einer anderen vereinigen, sie in ihrer Verbindung, wenn keine Veränderung in der Dauer der Wärmevibrationen eintritt, eine raumerfüllende Kraft enthalten, welche genügt, um im Dampfzustande einen Raum von 4 Volumen zu behaupten. Als Beispiel dazu können wir das Hydrat der Schwefelsäure anführen. Stellen wir die Gleichgewichtsgleichung für die beiden Bestandtheile derselben auf, so haben wir für die wasserfreie Schwefelsäure

$$2\left(\frac{Si_1}{32} + \frac{3\ \Theta i_2}{3.16}\right) = 2\ \beta$$

und für das Wasser

$$2\left(\frac{2\ Hi_3}{2.1} + \frac{\Theta i_4}{16}\right) = 2\ \beta;$$

durch Summation beider Gleichungen erhalten wir ohne Weiteres für das Schwefelsäurehydrat die Gleichgewichtsgleichung

$$2\left(\frac{2\ Hi_3}{2} + \frac{\Theta i_4}{16} + \frac{Si_1}{32} + \frac{3\ \Theta i_2}{48}\right) = 4\ \beta.$$

Aus dieser Gleichung erkennen wir, dass das Schwefelsäurehydrat im Dampfzustande 4 Volumen einnehmen muss, dass in ihm der Schwefel mit seiner gewöhnlichen Vibrationsdauer 32 enthalten ist, der Wasserstoff mit einer verdoppelten = 2, der Sauerstoff aber mit einer zweifachen, d. h. der aus dem Wasser stammende mit einer Vibrationsdauer gleich 16, der aus der Schwefelsäure stammende mit einer Vibrationsdauer gleich 48. Es befinden sich also in dem Schwefelsäurehydrat 4 Wellensysteme mit einer Dauer der Wärmevibrationen, welcher die Zahlen 48, 32, 16 und 2 entsprechen. Die grösste Dauer der Wärmevibrationen = 48 haben in diesem zusammengesetzten Wellensysteme die Wärmewellen des aus der Schwefelsäure stammenden Sauerstoffs. Auf zwei Wärmewellen dieses Wellensystems kommen 3 Wellen Schwefel mit einer Vibrationsdauer 32, 6 Wellen Sauerstoff aus dem Wasser und 48 Wellen Wasserstoff. — Ein abgeschlossenes Vibrationsatom Schwefel-

säurehydrat besteht demnach aus $2^3 = 8$ Vibrationsatomen Sauerstoff, $3^3 = 27$ Vibrationsatomen Schwefel, nochmals $6^3 = 216$ Vibrationsatomen Sauerstoff mit einer kürzeren Vibrationsdauer und $48^3 = 110592$ Vibrationsatomen Wasserstoff.

Dieselbe Erkenntniss der inneren Constitution der Verbindungen zweiter Ordnung können wir, wie bei den binären Verbindungen der Elemente, auch aus den chemischen Formeln erlangen. Wenn wir also dem Schwefelsäurehydrat die Formel

$$H_2 \Theta, S \Theta_3$$

geben, so sprechen wir damit aus, da jedes Zeichen eines Elementes in der Formel die raumerfüllende Kraft eines Volumens repräsentirt, dass das Schwefelsäurehydrat im Dampfzustande 4 Volumen einnimmt. Diese Verbindung also, weit entfernt davon, wie es in der Typentheorie angenommen wird, eine abnorme Dampfdichtigkeit zu zeigen, leistet unseren theoretischen Bestimmungen vollkommen Genüge. Ferner erkennen wir aus der Formel die qualitative und quantitative Zusammensetzung des Schwefelsäurehydrats, das Volumen seiner Bestandtkeile im freien Zustande u. s. w. Die den Zeichen beigefügten Zahlen geben an, dass sich zwei Volumen Wasserstoff, 4 Volumen Sauerstoff und 1 Volumen Schwefeldampf zu einer Verbindung vereinigt haben, dass der Wasserstoff seine Vibrationsdauer verdoppelt und dass der Sauerstoff die seinige theilweise verdreifacht hat.

Wir könnten hier noch vielfache Beispiele von Verbindungen zweiter Ordnung anführen, die im Dampfzustande 4 Volumen einnehmen, unter denen mehreren aus diesem Grunde in der Typentheorie, wie der Schwefelsäure, mit Unrecht eine abnorme Dampfdichtigkeit zugeschrieben wird. Diese Beispiele wären jedoch meistens entweder organische Verbindungen oder Verbindungen des Ammoniaks und des Cyans, die wir noch für sich ausführlicher betrachten werden. Wir beschränken uns deshalb darauf, den Grundsatz aufzustellen, dass die Formeln der Verbindungen 2. Ordnung so geschrieben werden müssen, dass sie einer Condensation auf 4 Volumen entsprechen. Damit

dieses Volumen in der Formel angedeutet wäre, müssen in ihr 4 neben einander stehende Zeichen für die Elemente enthalten sein. Findet eine Verbindung nach gleichen mechanischen Aequivalenten statt, d. h. verbinden sich 2 Volumen einer Verbindung erster Ordnung mit 2 Volumen einer anderen ohne Condensation, und folglich auch ohne Veränderung in der Dauer der Wärmevibrationen, so erhält man die Formel für die Verbindung 2. Ordnung durch einfaches Nebeneinanderschreiben der Formeln ihrer Bestandtheile. — Vereinigen sich dagegen 2 Volumen der einen Verbindung mit 4 Volumen einer anderen, so muss diese letztere ihre raumerfüllende Kraft in der Verbindung auf 2 Volumen reduciren und die Dauer ihrer Wärmevibrationen verdoppeln. Dieses kann durch Verdoppelung ihrer Formel ausgedrückt werden. Wenn wir z. B. dem Aether die Formel

$$(\Theta_4\ H_{10})_2\ \Theta\Theta$$

geben werden, so erkennen wir, dass 4 Volumen Aethyl $(C_4\ H_{10})_2$ sich mit zwei Volumen Sauerstoff verbunden haben, dass das Aethyl in der Verbindung die raumerfüllende Kraft zu zwei Volumen hergegeben hat und dabei die Dauer seiner Wärmevibrationen verdoppelt hat. Die der Klammer beigefügte Zahl bezieht sich auf die ganze Verbindung in der Klammer und giebt die in die Verbindung eintretenden Aequivalente und die Veränderung in der Vibrationsdauer an.

Wenden wir diese Anschauungsweise auch auf diejenigen Verbindungen 2. Ordnung an, die im Dampfzustand nicht bekannt sind, indem wir ihnen eine hypothetische Dampfdichtigkeit zuschreiben, aus der man die Gesetzmässigkeit ihrer Zusammensetzung würde erkennen können, so erhalten wir für die Verbindungen zweiter Ordnung beispielsweise folgende Formeln:

Für die Hydrate der Säuren z. B.

Schwefelsäurehydrat. . .	$H_2\ \Theta, S\ \Theta_3$
Salpetersäurehydrat . . .	$H_2\ \Theta, N_2\ \Theta_5$
Metaphosphorsäurehydrat .	$H_2\ \Theta, P_2\ \Theta_5$

Für die Hydrate der Basen:

Kalihydrat	$Ka_2\,\Theta, H_2\,\Theta$
Natronhydrat	$Na_2\,\Theta, H_2\,\Theta$
Kalkhydrat	$\bar{C}a\,\Theta, H_2\,\Theta$

Für die neutralen Sauerstoffsalze:

Kohlensaurer Kalk . . .	$\bar{C}a\,\Theta, \bar{C}\,\Theta_2$
Schwefelsaures Natron . .	$Na_2\,\Theta, S\,\Theta_3$
Salpetersaures Kali . . .	$Ka_2\,\Theta, N_2\,\Theta_5$

Aus der Vereinigung der Sauerstoffbasen mit den Wasserstoffsäuren gehen jedoch nicht Verbindungen zweiter Ordnung hervor, sondern es findet nur ein Zerfallen der Verbindungen, in zwei andere Verbindungen erster Ordnung statt, die sich leicht von einander trennen lassen.

Aus $Ka_2\,\Theta$ und $2\,H\,Cl$ entstehen $2\,Ka\,Cl$ und $H_2\,\Theta$. Der innere Vorgang ist dabei klar, aus Ka_2 wird $2\,Ka$; d. h. das Kalium nimmt die ihm im freien Zustande gehörige Vibrationsdauer wieder an und verbindet sich mit dem Chlor zu Chlorkalium; der Wasserstoff dagegen verdoppelt die Dauer seiner Wärmevibrationen und verbindet sich mit dem Sauerstoff zu Wasser. — Ebenso entstehen aus Calciumoxyd $\bar{C}a\,\Theta$ und Salzsäure $2\,H\,Cl$, Chlorcalcium $\bar{C}a\,Cl_2$ und Wasser $H_2\,\Theta$. —

Aus der Vereinigung der Verbindungen zweiter Ordnung gehen die Verbindungen dritter Ordnung, die sogenannten Doppelsalze, hervor. Es genügt wohl ein Beispiel hier anzuführen, das kohlensaure Magnesiakali

$$Ka_2\,\Theta, \bar{C}\,\Theta_2 + Mg\,\Theta, \bar{C}\,\Theta_2,$$

um die Vorstellung, welche wir von solchen Verbindungen haben, klar zu machen. — Da in der Formel für die Elemente 8 Zeichen vorkommen, so deutet das darauf hin, dass in der Verbindung, wenn sie in den Dampfzustand versetzt werden könnte, eine genügende raumerfüllende Kraft enthalten wäre, um 8 Volumen zu behaupten. — Zu derselben Classe von Verbindungen können wir auch die wasserhaltigen, sauren und basischen Salze rechnen, z. B. den sauren schwefelsauren Kalk

$$\mathrm{Ca}\,\Theta,\ \mathrm{S}\,\Theta_3 + \mathrm{H}_2\,\Theta,\ \mathrm{S}\,\mathrm{O}_3,$$

sowie auch die wasserhaltigen neutralen Salze, die als Verbindung des Hydrats einer Base mit dem Hydrate einer Säure angesehen werden können, z. B. den wasserhaltigen schwefelsauren Kalk

$$\mathrm{Ca}\,\Theta,\ \mathrm{H}_2\,\Theta + \mathrm{H}_2\,\Theta,\ \mathrm{S}\,\Theta_3.$$

§ 54. **Verbindungen der zusammengesetzten Körper erster Ordnung mit Elementen.** Zu den Verbindungen zweiter Ordnung gehören auch einige Verbindungen zusammengesetzter Körper erster Ordnung mit Elementen, bei welchen die Kenntniss ihrer Dampfdichtigkeit keinen Zweifel über ihre innere Constitution aufkommen lässt. Zu diesen Verbindungen ist zunächst das Chlorkohlenoxyd oder Phosgengas zu rechnen, welches, wenn man ihm die Formel $\mathrm{C}\,\Theta\,\mathrm{Cl}_2$ giebt, im Dampfzustande 2 Volumen erfüllt. — Dem berechneten Gewichte der Verbindung, gleich 99, entspricht eine beobachtete Dampfdichtigkeit = 49,5. — Es sind darin 2 Volumen Kohlenoxyd mit 2 Volumen Chlor verbunden; es findet also eine Condensation beider Bestandtheile durch Verdoppelung der Vibrationsdauer statt. Wollen wir diese Veränderung der Vibrationsdauer in der Formel andeuten, so müssen wir dieselbe verdoppeln; die rationelle mechanische Formel des Phosgengases ist demnach

$$(\mathrm{C}\,\Theta)_2\ \mathrm{Cl}_2\ \mathrm{Cl}_2,$$

welche den Verbindungen zweiter Ordnung entspricht. Nach dieser Formel nimmt das Phosgengas im Dampfzustande vier Volumen ein, indem sein berechnetes Gewicht 198 nunmehr viermal so gross ist, als die beobachtete Dampfdichtigkeit. —

Zu derselben Classe von Verbindungen gehört auch das Phosphorchlorid PCl_5, welchem die typische Moleculartheorie eine abnorme Dampfdichtigkeit zuschreibt, weil sie nicht im Stande ist, die Formel zu halbiren. — Es ist einfach eine Verbindung des nach dem Ammoniaktypus gebildeten Phosphorchlorürs mit Chlor

$$\mathrm{PCl}_3,\ \mathrm{Cl}\ \mathrm{Cl},$$

eine Verbindung zweiter Ordnung, in welcher das Chlor mit verschiedener Vibrationsdauer enthalten ist und die folglich im Dampfzustande nicht weniger als 4 Volumen einnehmen kann.

Zu derselben Classe von Verbindungen haben wir sehr wahrscheinlich auch die bereits § 52. erwähnten, nach dem Typus des Sumpfgases $\text{Ɵ}H_4$ gebildeten Verbindungen zu rechnen. — Wenn das Sumpfgas, wie wir es bei der Betrachtung der organischen Verbindungen nachweisen werden, Methylwasserstoff ist, so kommt ihm die Formel $(C_2 H_6)$, HH zu; es ist dann eine Verbindung zweiter Ordnung, in welcher sich zwei Volumen Methyl $C_2 H_6$ mit 2 Volumen Wasserstoff zu 4 Volumen Methylwasserstoff verbunden haben. — Nach Analogie des Methylwasserstoffs wären dann auch

Chlorkohlenstoff . . .	$\text{Ɵ}_2 Cl_6$, Cl Cl
Chlorsilicium	$Si_2 Cl_6$, Cl Cl
Fluorsilicium	$Sc_2 Fl_6$, Fl Fl
Chlortitan	$\text{Ŧ}i_2 Cl_6$, Cl Cl
Chlorzinn	$Sn_2 Cl_6$, Cl Cl

lauter Verbindungen zweiter Ordnung, deren Dampf 4 Volumen einnimmt, da das nach diesen Formeln berechnete Gewicht der Verbindungen viermal so gross als ihre beobachtete Dampfdichtigkeit ist. —

Wir hätten hier noch zweier Verbindungen zu erwähnen, denen die Typentheorie die Molecularformeln $P\Theta Cl_3$ Phosphoroxychlorid und $PSCl_3$ Phosphorsulfochlorid giebt und die so geschrieben eine normale Condensation auf zwei Volumen zeigen; Verbindungen aber, welche diesen Formeln entsprechen, sind vom Standpunkte einer mechanischen Theorie völlig unmöglich; es sind einfach Verbindungen des Phosphorchlorürs mit Sauerstoff und Schwefel, deren wahre Zusammensetzung durch die Formeln

Phosphorchlorüroxyd .	$(PCl_3)_2\ \Theta\Theta$
Phosphorchlorürsulfid .	$(PCl_3)_2\ SS$

wiedergegeben wird. Es sind 4 und 2 volumige Verbindungen, bei welchen das Phosphorchlorür, ebenso wie viele andere Körper,

welche bei ihren Verbindungen mit dem Sauerstoff und Schwefel eine Neigung dazu zeigen, die Dauer seiner Wärmevibrationen verdoppelt. Ueber die innere Constitution dieser Verbindungen kann kein Zweifel herrschen, da ihre Dampfdichtigkeit bekannt ist und sich in der That als der vierte Theil ihres nach obigen Formeln berechneten Gewichtes herausgestellt hat.

§ 55. **Verbindungen des Ammoniaks.** Ein Prüfstein aller chemischen Theorien ist das Verhalten des Ammoniaks. Die dualistische Theorie konnte sich keine Rechenschaft darüber geben, was das Wasser bei der Verbindung des Ammoniaks mit den Sauerstoffsäuren zu bedeuten habe, und erfand deshalb die Ammoniumtheorie. Die Typentheorie wunderte sich über die abnorme Dampfdichtigkeit der Ammoniakverbindungen und musste zu verschiedenen Hypothesen ihre Zuflucht nehmen. Erst unsere mechanische Theorie ist im Stande, einen Aufschluss über das Verhalten des Ammoniaks zu geben. Gleiche Volumen Ammoniakgas und Chlorwasserstoffgas verdichten sich schnell unter Wärmeentwickelung zu salzsaurem Ammoniak NH_3, HCl oder Salmiak. Der Dampf des Salmiaks nimmt 4 Volumen ein, was für die Moleculartheorie höchst störend war; nach unserer Theorie kann es nicht anders sein. Der Dampf des Ammoniaks NH_3 nimmt 2 Volumen ein, ebenso der Dampf von HCl; beide Körper vereinigen sich nach gleichen Aequivalenten, folglich ohne Condensation und ohne Veränderung in der Dauer der Wärmevibrationen. Aus NH_3 und HCl entsteht durch einfache Addition NH_3, HCl salzsaures Ammoniak, eine Verbindung zweiter Ordnung, welche beim Verdampfen, mag dabei eine Zersetzung eintreten oder nicht, immer 4 Volumen einnehmen muss. Eine Bildung von Ammonium NH_4 ist völlig unmöglich. Der Wasserstoff tritt in die Verbindung mit verschiedener Vibrationsdauer ein; die Vibrationsdauer des Wasserstoffs im Ammoniak ist $= 3$, in der Salzsäure $= 1$. Sollte Ammonium gebildet werden, so müsste die Vibrationsdauer des Wasserstoffs in beiden Bestandtheilen des Salmiaks sich verändern und $= 4$ werden. Das Chlorammonium $NH_4 Cl$ wäre dann eine ganz abnorme Verbindung und müsste drei Volumen Dampf bilden. Alle mit dem salzsauren Ammoniak analogen

Verbindungen zeigen dasselbe Verhalten und nehmen im Dampfzustande 4 Volumen ein, wie es aus den folgenden Beispielen zu ersehen ist.

Namen der Verbindung.	Formel.	Berechnetes Gewicht der Verbindung.	Beobachtete Dichtigkeit.
Bromwasserstoffsaurer Phosphorwasserstoff. . . .	PH_3, HBr	115	27,5
Jodwasserstoffsaurer Phosphorwasserstoff. . . .	PH_3, HJ	162	40,7

Nicht allein die Verbindungen des Ammoniaks, sondern auch die entsprechenden Verbindungen des Phosphorwasserstoffs haben nach der Typentheorie eine abnorme Dampfdichtigkeit und liefern dadurch den Beweis, dass, ebenso wie das Ammonium, auch das Phosphonium PH_4 unmöglich ist.

Hierher gehören noch die anderen Verbindungen des Ammoniaks mit den Wasserstoffsäuren:

Fluorwasserstoffsaures Ammoniak NH_3, HFl
Bromwasserstoffsaures Ammoniak NH_3, HBr
Jodwasserstoffsaures Ammoniak NH_3, HJ,

endlich noch das sogenannte Ammonium-Amalgam, welches eigentlich Quecksilber-Wasserstoff-Ammoniak ist,

$$NH_3, HHg.$$

Ebenso unmöglich wie das Ammonium ist auch das Ammoniumoxyd NH_4 O. In der Ammoniakflüssigkeit kann höchstens ein Ammoniakhydrat NH_3, H_2 Θ vorausgesetzt werden. Die Verbindung ist jedoch noch nicht dargestellt worden; bei dem Versuche sie abzuscheiden, zerfällt sie in Ammoniak und Wasser. Dagegen sind die entsprechenden Schwefel- und Selenverbindungen bekannt:

Schwefelwasserstoff-Ammoniak NH_3, H_2 S
Selenwasserstoff-Ammoniak NH_3, H_2 Se.

Die Dampfdichtigkeit des Schwefelwasserstoff-Ammoniaks ist gleich 12,75 gefunden worden und beträgt, unserer Theorie entsprechend, ein Viertel von dem berechneten Gewichte der Verbindung, welches sich gleich 51 herausstellt.

Sättigt man Natriumoxyd mit Salzsäure, so entsteht Chlornatrium und Wasser

$$Na_2\,\Theta \text{ und } 2\,HCl \text{ geben } 2\,Na\,Cl \text{ und } H_2\,\Theta;$$

wird dagegen Ammoniak mit Salzsäure zusammengebracht, so entsteht salzsaures Ammoniak

$$NH_3, HCl;$$

hier kann der Wasserstoff der Salzsäure, aus Mangel an Sauerstoff, nicht als Wasser ausgeschieden werden.

Kali und Schwefelsäure geben schwefelsaures Kali

$$Ka_2\,\Theta, S\Theta_3.$$

Das Schwefelsäurehydrat bedarf aber 2 mechanischer Aequivalente Ammoniak, um damit neutrale Salze zu bilden; aus

$$2\,NH_3 \text{ und } H_2\,\Theta, S\Theta_3$$

entsteht das schwefelsaure Ammoniak

$$NH_3, H_2\,\Theta + NH_3, S\Theta_3,$$

eine Verbindung dritter Ordnung, ein Doppelsalz, in welchem das Wasser die Rolle einer Säure spielt. 4 Volumen Ammoniakgas haben sich darin mit 4 Volumen Schwefelsäurehydratdampf zu schwefelsaurem Ammoniak verbunden; das Wasser ist erforderlich, um die Parität der mechanischen Aequivalente herzustellen. Würde das Wasser fehlen, so wäre das schwefelsaure Ammoniak eine Verbindung von 4 Volumen Ammoniakgas und 2 Volumen Schwefelsäuredampf. Das Ammoniak müsste sich auf 2 Volumen condensiren, d. h. die Dauer seiner Wärmevibrationen verdoppeln; bei Anwesenheit von Wasser ist diese

Veränderung nicht nothwendig. Dasselbe gilt von allen sauerstoffsauren Salzen des Ammoniaks.

Vergleicht man das schwefelsaure Ammoniak

$$NH_3, H_2\Theta + NH_3, S\Theta_3$$

mit einem Doppelsalze, z. B. mit

$$Ka_2\Theta, C\Theta_2 + Mg\Theta, C\Theta_2,$$

so ist die Analogie unverkennbar; es ist $NH_3 = Ka_2\Theta = Mg\Theta$; folglich ist das Ammoniak eine Base und nicht das unmögliche und nicht darstellbare Ammoniumoxyd.

Von besonderer Wichtigkeit in theoretischer Hinsicht sind die Substitutionsproducte des Ammoniaks. Einige specielle Beispiele werden die Bildung derselben klar machen. Erhitzt man das Metall Kalium im Ammoniakgase, so wird Wasserstoff frei, und es entsteht eine schmelzbare, olivengrüne Substanz, welche der empirischen Formel KaH_2N entspricht. Das Kalium ist an die Stelle des Wasserstoffs getreten. Wenn aber das Kalium den Wasserstoff in der Verbindung vertritt, so muss es auch seine innere Arbeit verrichten. Nun wissen wir aber, dass der Wasserstoff bei seiner Verbindung mit dem Stickstoff die Dauer seiner Wärmevibrationen verdreifacht, dass jedes mechanische Aequivalent H im Ammoniak nur noch ein Drittel seiner raumerfüllenden Kraft im freien Zustande besitzt. Tritt das Kalium an die Stelle des Wasserstoffs, so müssen mit ihm dieselben Veränderungen vor sich gehen; es muss auch die Dauer seiner Wärmevibrationen verdreifachen und seine raumerfüllende Kraft auf ein Drittel herabsetzen. — Um dieses in den Formeln anzudeuten, müssen wir das Ammoniak etwas anders schreiben und annehmen, dass die über einander stehenden Zeichen diejenigen Elemente darstellen, welche in der Verbindung gemeinschaftlich ein mechanisches Aequivalent bilden; wir hätten sodann die Formeln

$$\text{Ammoniak} \qquad N\begin{cases}H\\H\\H\end{cases} = NH_3$$

Amidkalium $N \begin{cases} Ka \\ H \\ H \end{cases}$

Imidkalium $N \begin{cases} Ka \\ Ka \\ H \end{cases}$

Stickstoffkalium $\begin{cases} Ka \\ Ka \\ Ka \end{cases} = N Ka_3.$

Aus diesen Formeln können wir dann, ebensogut wie aus den, in welchen die Anzahl der mechanischen Aequivalente durch Zahlen ausgedrückt ist, die Veränderung in der Vibrationsdauer der Bestandtheile erkennen, wenn wir die Regel aufstellen, dass die Dauer der Wärmevibrationen um so viel mal vergrössert wird, als Zeichen übereinander stehen.

Umgekehrt kann aus Amidkalium wieder Ammoniak entstehen; kommt nämlich das Amidkalium mit Wasser zusammen, so tritt der Sauerstoff des Wassers an das Kalium und verwandelt dieses Metall in Kaliumoxyd, während der Wasserstoff des Wassers mit dem Amid Ammoniak bildet,

$$2\ N \begin{cases} Ka \\ H \\ H \end{cases} + H_2 O = 2\ NH_3 + Ka_2\ \Theta.$$

Bei Einwirkung von Chlorkohlenoxyd oder Phosgengas auf Ammoniak entsteht ebenfalls ein Substitutionsproduct des Ammoniaks, nämlich Harnstoff

$$4\ NH_3 \text{ und } (\mathrm{C}\Theta)_2\ Cl_2\ Cl_2 \text{ geben } N_2\ N_2 \begin{cases} (\mathrm{C}\Theta)_2 \\ H_2\ H_2 \\ H_2\ H_2 \end{cases} \text{ und } 4\ HCl.$$

Der Harnstoff zerfällt unter Aufnahme von Wasser in Kohlensäure und Ammoniak

$$N_2\,N_2\begin{cases}(\mathrm{C}\Theta)_2\\ H_2\,H_2\\ H_2\,H_2\end{cases}\text{ und } 2\,H_2\Theta \text{ geben } 4\,NH_3 + 2\,\mathrm{C}\Theta_2.$$

Diese Zersetzung tritt jedoch erst ein, wenn Harnstoff mit Wasser in zugeschmolzenen Röhren über 100° erhitzt wird.

Wenn trockenes Ammoniak und trockene Kohlensäure zusammentreten, so verdichten sich stets zwei Volume des ersteren mit einem Volum des letzteren zu dem sogenannten carbaminsauren Ammoniak, zu einer weissen, stark nach Ammoniak riechenden Masse, die sich schon bei 60° verflüchtigt und ihrer Zusammensetzung wegen als das Hydrat des Harnstoffs betrachtet werden kann.

$$4\,NH_3 + 2\,\mathrm{C}\Theta_2 \text{ geben } N_2\,N_2\begin{cases}(\mathrm{C}\Theta)_2\\ H_2\,H_2\,.\;H_2\Theta\;H_2\Theta.\\ H_2\,H_2\end{cases}$$

Die Dampfdichte dieser Substanz zeigt, dass das carbaminsaure Ammoniak sich nicht unzersetzt verflüchtigt, sondern, wie der Harnstoff bei Gegenwart von Wasser, in Ammoniak und Kohlensäure zerfällt. Das carbaminsaure Ammoniak geht durch Aufnahme von Wasser in kohlensaures Ammoniak über; schon seine wässrige Lösung zeigt alle Reactionen des neutralen kohlensauren Ammoniaks

$$N_2N_2\begin{cases}(\mathrm{C}\Theta)_2\\ H_2\,H_2,\;H_2\Theta\,H_2\Theta \text{ u. } 2\,H_2\Theta \text{ geben } 2\,(NH_3H_2\Theta + NH_3\,\mathrm{C}\Theta_2).\\ H_2\,H_2\end{cases}$$

Bei Einwirkung von Schwefelsäureanhydrid auf carbaminsaures Ammoniak entsteht unter Entwickelung von Kohlensäure das sogenannte sulfaminsaure Ammoniak

$$N_2\,N_2\begin{cases}(\mathrm{C}\Theta)_2\\ H_2\,H_2\,,\;H_2\Theta\,H_2\Theta \text{ und } 2\,S\Theta_3 \text{ geben}\\ H_2\,H\end{cases}$$

$$N_2\, N_2 \begin{cases} (S\Theta_2)_2 \\ H_2\, H_2 \\ H_2\, H_2 \end{cases} ,\; H_2\Theta\, H_2\Theta + 2\, \text{€}\Theta_2.$$

In wässriger Lösung erfolgt, bei gewöhnlicher Temperatur langsamer, bei höherer schneller, durch Aufnahme des Wassers die Umwandlung des sulfaminsauren Ammoniaks in gewöhnliches schwefelsaures Ammoniak

$$N_2\, N_2 \begin{cases} (S\Theta_2)_2 \\ H_2\, H_2 \\ H_2\, H_2 \end{cases} ,\; H_2O\, H_2O \text{ u. } 2\, H_2\Theta \text{ geben } 2\,(NH_3\, H_2O + NH_3\, S\Theta_3).$$

Bei der Betrachtung der organischen Verbindungen werden wir Gelegenheit haben, noch ander Substitutionsproducte des Ammoniaks kennen zu lernen.

§ 56. **Verbindungen des Cyans.** Da das Cyan $\text{€}_2\, N_2$ im Dampfzustande 2 Volumen einnimmt, so kann es, wie das Ammoniak, nicht mit weniger als mit zwei mechanischen Aequivalenten einer anderen Substanz in Verbindung treten. — Von solchen Verbindungen mit den Elementen haben wir, z. B.

Cyanwasserstoff . . .	$(\text{€}_2\, N_2)\, H\, H$
Chlorcyan	$(\text{€}_2\, N_2)\, Cl\, Cl$
Cyankalium . . .	$(\text{€}_2\, N_2)\, Ka\, Ka$
Cyanquecksilber . .	$(\text{€}_2\, N_2)\, Hg\, Hg.$

In seinen Verbindungen mit dem Sauerstoff und Schwefel verdoppelt das Cyan, wie viele andere Substanzen, die Dauer seiner Wärmevibrationen, so z. B. in der Cyansäure

$$(\text{€}_2\, N_2)_2\, \Theta\, \Theta,$$

einer 2- und 4volumigen Verbindung, die jedoch im wasserfreien Zustande noch nicht dargestellt worden ist; dagegen besitzen wir in dem Hydrate der Cyansäure

$$(\text{€}_2\, N_2)_2\, \Theta\, \Theta,\; H_2\Theta\, H_2\Theta$$

eine 4- und 4volumige Verbindung, und ebenso ist eine entsprechende Schwefelverbindung bekannt

$$(C_2\ N_2)_2\ \Theta\Theta,\ H_2\ S\ H_2\ S.$$

Wird das Wasser in der Cyansäure durch ein Metalloxyd ersetzt, so entsteht ein cyansaures Salz, z. B.

cyansaures Kali, $Ka_2\ \Theta\ Ka_2\ \Theta,\ (\mathrm{C}_2\ N_2)_2\ \Theta\Theta$.

Unter den Verbindungen des Cyans mit dem Ammoniak haben wir z. B. das

$$\text{Cyanamid}\ N\ N \begin{cases} C_2\ N_2 \\ H\ H \\ H\ H \end{cases},$$

ferner das

cyanwasserstoffsaure Ammoniak $NH_3\ NH_3,\ (C_2\ N_2)\ H\ H$

und endlich noch das

cyansaure Ammoniak $NH_3\ NH_3\ NH_3\ NH_3,\ (C_2\ N_2)_2\ \Theta\Theta\ H_2\ \Theta\ H_2\ \Theta$,

eine 8- und 8volumige Verbindung vierter Ordnung, in welcher der Wassergehalt, wie bei allen sauerstoffsauren Salzen des Ammoniaks, aus dem Grunde als nothwendig erscheint, um die paare Anzahl der mechanischen Aequivalente in der Verbindung herzustellen.

Alle Cyanverbindungen zeigen, soweit sie haben beobachtet werden können, eine normale Dampfdichtigkeit, und tragen dadurch wesentlich bei, die Zuverlässigkeit unserer mechanischen Theorie zu begründen.

§ 57. **Organische Verbindungen.** Diejenigen Grundsätze, welche wir bei den unorganischen Verbindungen durchgeführt haben, lassen sich nun auch ohne Weiteres auf die organischen Verbindungen anwenden. Die Grundlage aller organischen Ver-

bindungen sind die verschiedenen Kohlenstoffwasserstoffe, welche sich, wie das Ammoniak und das Cyan, als zusammengesetzte Radicale unverändert aus einer Verbindung in eine andere überführen lassen. Die Kohlenstoffwasserstoffe bilden verschiedene Reihen, von denen wir die drei wichtigsten hervorheben; ihre Zusammensetzung kann durch die allgemeinen Formeln $C_n H_{2n+2}$, $C_n H_{2n}$ und $C_n H_{2n-2}$ ausgedrückt werden.

Zu der Reihe $C_n H_{2n+2}$ gehören:

Methyl . . .	$C_2 H_6$
Aethyl . . .	$C_4 H_{10}$
Propyl . . .	$C_6 H_{14}$
Butyl	$C_8 H_{18}$
Amyl	$C_{10} H_{22}$
Caproyl . . .	$C_{12} H_{26}$
Oenanthyl . .	$C_{14} H_{30}$
Capryl . . .	$C_{16} H_{34}$
Cetyl	$C_{32} H_{66}$
Ceryl	$C_{54} H_{110}$
Myricyl . . .	$C_{60} H_{122}$.

Von diesen Kohlenstoffwasserstoffverbindungen sind bis jetzt nur das Methyl, Aethyl, Butyl und Caproyl im freien Zustande dargestellt worden, alle übrigen sind nur in ihren Verbindungen bekannt.

Zu der Reihe $C_n H_{2n}$ gehören:

Methylen . . .	$C H_2$
Aethylen . . .	$C_2 H_4$
Propylen . . .	$C_3 H_6$
Butylen . . .	$C_4 H_8$
Amylen . . .	$C_5 H_{10}$
Caproylen . .	$C_6 H_{12}$
Oenanthylen .	$C_7 H_{14}$
Caprylen . . .	$C_8 H_{16}$
Elaen	$C_9 H_{18}$
Paramylen . .	$C_{10} H_{20}$

Ceten	$C_{16} H_{32}$
Ceroten . . .	$C_{27} H_{54}$
Melen	$C_{30} H_{60}$

Diese Kohlenstoffwasserstoffe sind mit Ausnahme des Methylens sämmtlich im freien Zustande bekannt.

Endlich zu der Reihe $C_n H_{2n-2}$ gehören:

Acetylen . . .	$C_2 H_2$
Allylen . . .	$C_3 H_4$
Crotonylen . .	$C_4 H_6$
Valerylen . .	$C_5 H_8$

u. s. w. Diese Reihe ist bis auf das erste Glied noch wenig untersucht. —

Aus den Formeln kann man die Zusammensetzung dieser Kohlenstoffwasserstoffe ersehen; sie werden durch die mannigfaltigsten Condensationen des Kohlenstoffs und Wasserstoffs hervorgebracht; die den Zeichen beigefügten Zahlen geben, wie bei den unorganischen Verbindungen, die Anzahl der in die Verbindung eintretenden mechanischen Aequivalente und die Veränderungen in der Dauer der Wärmevibrationen an. Ferner lassen die Formeln erkennen, dass diese Kohlenstoffwasserstoffe Verbindungen erster Ordnung sind, welche im Dampfzustande zwei Volumen einnehmen.

Die Kohlenstoffwasserstoffe besitzen in vieler Hinsicht noch dieselben Eigenschaften, wie der eine ihrer Bestandtheile, der Wasserstoff; wie dieser bilden sie mit den Halogenen und mit dem Wasserstoff selbst Verbindungen nach gleichen mechanischen Aequivalenten. Mit dem Sauerstoff und den Amphigenen überhaupt bilden sie nach dem Wassertypus 4- und 2volumige Verbindungen, in welchen sie durch die Verdoppelung der Dauer ihrer Wärmevibrationen ihre raumerfüllende Kraft von 4 auf 2 Volumen herabsetzen. Mit dem Stickstoff und den ihm verwandten Körpern bilden sie verschiedene zusammengesetzte Ammoniake und müssen folglich dabei, wie der Wasserstoff, die Dauer ihrer Wärmevibrationen verdreifachen.

Wir könnten hier vielfache Beispiele anführen, beschränken uns jedoch auf die ersten Glieder der erwähnten Reihen, indem das von dem Methyl, Aethyl, Methylen, Aethylen und Acetylen Gesagte in vollem Maasse auch für andere Kohlenstoffwasserstoffe gültig ist. So haben wir z. B. folgende Verbindungen mit dem Wasserstoff:

Methylwasserstoff (Sumpfgas) $ϴ_2 H_6, HH$
Aethylwasserstoff . . . . . $ϴ_4 H_{10}, HH$,

oder mit Halogenen:

Methylchlorid . . . $ϴ_2 H_6, Cl Cl$
Aethylchlorid . . . $ϴ_4 H_{10}, Cl Cl$,

oder mit Cyan:

Methylcyanid . . . $ϴ_2 H_6, ϴ_2 N_2$
Aethylcyanid . . . $ϴ_4 H_{10}, ϴ_2 N_2$,

oder mit Metallen:

Natriumäthyl . . . $ϴ_4 H_{10}$, Na Na
Kaliumäthyl. . . . $ϴ_4 H_{10}$, Ka Ka.

Das Methylen, Aethylen und Acetylen bilden dagegen mit den Halogenen 4- und 4volumige Verbindungen mit einer Condensation beider Bestandtheile, z. B.

Methylenjodid. . . . $(ϴ H_2)_2 I_2 I_2$
Aethylenchlorid . . . $(ϴ_2 H_4)_2 Cl_2 Cl_2$
Aethylencyanid . . . $(ϴ_2 H_4)_2 (ϴ_2 N_2)_2$
Acetylenbromid . . . $(ϴ_2 H_2)_2 Br_2 Br_2$.

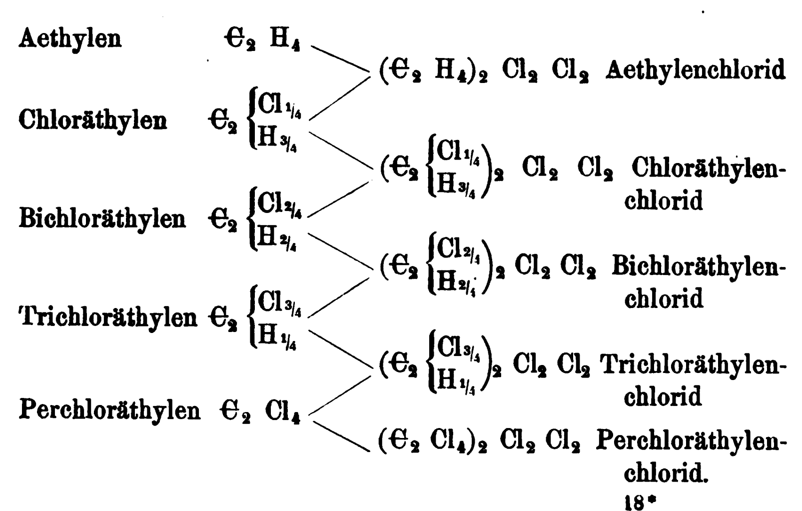
Ausser diesen directen Verbindungen der Kohlenstoffwasserstoffe mit den Halogenen giebt es noch eine grosse Anzahl Substitutionsproducte, bei denen der Wasserstoff durch Chlor u. s. w. ersetzt ist. Wie bei dem Ammoniak schreiben wir auch hier die sich substituirenden Elemente über einander und fügen denselben Brüche hinzu, bei denen der Zähler die Zahl der in

den Verbindungen enthaltenen Aequivalente, der Nenner aber die Veränderung in der Dauer der Wärmevibrationen andeuten. Die Summe der Brüche ist immer gleich Eins und deutet dadurch an, dass die über einander geschriebenen Elemente gemeinschaftlich die raumerfüllende Kraft zu einem Volumen hergeben. Man erhält zum Beispiel durch Einwirkung des Chlors aus dem Methylwasserstoff und dem Methylchlorid folgende Substitutionsproducte:

Aus Methylwasserstoff:	aus Methylchlorid:
$Ɵ_2\,H_6$, H H	
$Ɵ_2 \left\{\begin{matrix} Cl_{2/6} \\ H_{4/6} \end{matrix}\right.$, H H	$Ɵ_2\,H_6$, Cl Cl
$Ɵ_2 \left\{\begin{matrix} Cl_{4/6} \\ H_{2/6} \end{matrix}\right.$, H H	$Ɵ_2 \left\{\begin{matrix} Cl_{2/6} \\ H_{4/6} \end{matrix}\right.$, Cl Cl
$Ɵ_2\,Cl_6$, H H	$Ɵ_2 \left\{\begin{matrix} Cl_{4/6} \\ H_{2/6} \end{matrix}\right.$, Cl Cl
$Ɵ_2\,Cl_6$, Cl Cl	$Ɵ_2\,Cl_6$, Cl Cl.

Das Endproduct in beiden Fällen ist Chlorkohlenstoff.

Ebenso giebt es Substitutionsproducte des Aethylens:



Mit dem Sauerstoff und den übrigen Amphigenen bilden die Kohlenstoffwasserstoffe 4- und 2volumige Verbindungen, indem sie die Dauer der Wärmevibrationen verdoppeln. So haben wir z. B. verschiedene Aether:

Methyläther . . $(\text{Ͼ}_2\,\text{H}_6)_2\,\Theta\Theta$
Aethyläther . . $(\text{Ͼ}_4\,\text{H}_{10})_2\,\Theta\Theta$
Aethylenäther . $(\text{Ͼ}_2\,\text{H}_4)_2\,\Theta\Theta$,

oder analoge Verbindungen mit Schwefel:

Methylsulfid . . $(\text{Ͼ}_2\,\text{H}_6)_2\,\text{SS}$
Aethylsulfid . . $(\text{Ͼ}_4\,\text{H}_{10})_2\,\text{SS}$
Aethylensulfid . $(\text{Ͼ}_2\,\text{H}_4)_2\,\text{SS}$,

oder mit Selen und Tellur:

Selenäthyl . . $(\text{Ͼ}_4\,\text{H}_{10})_2\,\text{Se Se}$
Telluräthyl . $(\text{Ͼ}_4\,\text{H}_{10})_2\,\text{Te Te}$,

oder mit Metallen:

Zinkmethyl . $(\text{Ͼ}_2\,\text{H}_6)_2\,\text{Zn Zn}$
Zinkäthyl . . $(\text{Ͼ}_4\,\text{H}_{10})_2\,\text{Zn Zn}$.

Aus der Vereinigung der Aetherarten mit Wasser gehen die verschiedenen Alkohole hervor.

Methylalkohol . . $(\text{Ͼ}_2\,\text{H}_6)_2\,\Theta\Theta,\ \text{H}_2\,\Theta\ \text{H}_2\,\Theta$
Aethylalkohol . . $(\text{Ͼ}_4\,\text{H}_{10})_2\,\Theta\Theta,\ \text{H}_2\,\Theta\ \text{H}_2\,\Theta$
Aethylenglycol . . $(\text{Ͼ}_2\,\text{H}_4)_2\,\Theta\Theta,\ \text{H}_2\,\Theta\ \text{H}_2\,\Theta$,

oder entsprechende Verbindungen mit dem Schwefel:

Methylmercaptan . . $(\text{Ͼ}_2\,\text{H}_6)_2\,\text{SS},\ \text{H}_2\,\text{S}\ \text{H}_2\,\text{S}$
Aethylmercaptan . . $(\text{Ͼ}_4\,\text{H}_{10})_2\,\text{SS},\ \text{H}_2\,\text{S}\ \text{H}_2\,\text{S}$
Glycolmercaptan . . $(\text{Ͼ}_2\,\text{H}_4)_2\,\text{SS},\ \text{H}_2\,\text{S}\ \text{H}_2\,\text{S}$.

Durch Oxydation können die Alkohole in Säuren übergeführt werden. Wird diese Oxydation durch freien Sauerstoff unter Vermittelung von fein zertheiltem Platin oder anderer ähnlich wirkenden, porösen Substanzen ausgeführt, oder werden die Alkohole mit direct oxydirenden Substanzen behandelt, so geht

der Bildung der Säure die Entstehung des entsprechenden Aldehyds voraus. Den Vorgang dabei kann man sich auf folgende Weise vorstellen. In dem Aethylalkohol z. B.

$$(\Theta_4 H_{10})_2 \Theta\Theta, H_2 \Theta H_2 \Theta$$

werden im Radical, das nach obiger Formel 20 Aequivalente Wasserstoff enthält, 8 Aequivalente Wasserstoff deplacirt und durch vier Aequivalente Sauerstoff substituirt. Das so entstandene Substitutionsproduct verbindet sich mit der Hälfte des austretenden Wasserstoffs zu Aldehyd, während die andere Hälfte des austretenden Wasserstoffs sich mit dem Sauerstoff zu Wasser verbindet:

$$(\Theta_4 H_{10})_2 \Theta\Theta, H_2 \Theta H_2 \Theta \text{ und } 4\,\Theta \text{ geben } 2\,\Theta_4 \begin{cases}\Theta_{2/5} \\ H_{6/10}\end{cases}, HH \text{ u. } 4\,H_2 \Theta.$$

Das Aldehyd

$$\Theta_4 \begin{cases}\Theta_{2/5} \\ H_{6/10}\end{cases}, HH$$

ist nach obiger Formel eine Verbindung zweiter Ordnung, zugleich aber ein Substitutionsproduct des Sauerstoffs.

Der dem Zeichen Θ beigefügte Bruch lässt erkennen, dass 4 Aequivalente Wasserstoff durch 2 Aequivalente Sauerstoff ersetzt worden sind und dass Letzterer die Dauer seiner Wärmevibrationen verfünffacht hat. Die Summe der über einander stehenden Brüche ist gleich Eins, weil 2 Aequivalente Sauerstoff und 6 Aequivalente Wasserstoff gemeinschaftlich die raumerfüllende Kraft zu einem Volumen hergeben.

Der mit dem Radical des Aldehyds verbundene Wasserstoff kann durch Chlor ersetzt werden, es entsteht dann Acetylchlorid

$$\Theta_4 \begin{cases}\Theta_{2/5} \\ H_{6/10}\end{cases}, Cl\,Cl$$

oder der Sauerstoff im Radical wird durch Schwefel ersetzt, in welchem Falle man Sulfaldehyd erhält

$$\Theta_4 \begin{cases}S_{2/5} \\ H_{6/10}\end{cases}, HH.$$

Mit Ammoniak verbindet sich das Aldehyd zu Aldehyd-Ammoniak

$$NH_3\,NH_3,\ Ȼ_4 \left\{\begin{matrix}\Theta_{2/5}\\ H_{1/6}\end{matrix}\right.\ HH.$$

Wird das Aldehyd, sowohl das Radical, als der mit diesem verbundene Wasserstoff, noch weiter oxydirt, oder wird die Oxydation des Alkohol direct durchgeführt, so entsteht Essigsäure

Aldehyd. Essigsäure.

$$2\ \left(Ȼ_4 \left\{\begin{matrix}\Theta_{2/5}\\ H_{4/10}\end{matrix}\right., HH\right) \text{ und } 4\ \Theta \text{ geben } \left(Ȼ_4 \left\{\begin{matrix}\Theta_{2/5}\\ H_{4/10}\end{matrix}\right.\right)_2 \Theta\Theta,\ H_2\,\Theta\ H_2\,\Theta$$

oder

Alkohol. Essigsäure.

$$(Ȼ_4\,H_{10})_2\ \Theta\Theta,\ H_2\,\Theta\ H_2\,\Theta \text{ und } 8\ \Theta \text{ geben} \left(Ȼ_4 \left\{\begin{matrix}\Theta_{2/5}\\ H_{4/10}\end{matrix}\right.\right)_2 \Theta\Theta, H_2\Theta H_2\Theta$$

$$\text{und } 4\ H_2\,\Theta.$$

Ebenso erhält man aus Methylalkohol Ameisensäure

$$\left(Ȼ_2 \left\{\begin{matrix}\Theta_{2/3}\\ H_{2/6}\end{matrix}\right.\right)_2 \Theta\Theta,\ H_2\,\Theta\ H_2\,\Theta,$$

aus dem Aethylenglycol — Glycolsäure

$$\left(Ȼ_2 \left\{\begin{matrix}\Theta_{1/2}\\ H_{2/4}\end{matrix}\right.\right)_2 \Theta\Theta,\ H_2\,\Theta\ H_2\,\Theta.$$

Bei Vertretung des Wasserstoffs in den Säuren durch andere Elemente: Chlor, Brom u. s. w., erhält man noch weitere Substitutionsproducte, die mit der Muttersubstanz gewisse Eigenschaften gemein haben; so z. B. aus der

Essigsäure $\left(Ȼ_2 \left\{\begin{matrix}\Theta_{2/5}\\ H_{6/10}\end{matrix}\right.\right)_2 \Theta\Theta,\ H_2\,\Theta\ H_2\,\Theta$

Monochloressigsäure $\left(Ȼ_2 \left\{\begin{matrix}\Theta_{2/5}\\ Cl_{2/10}\\ H_{4/10}\end{matrix}\right.\right)_2 \Theta\Theta,\ H_2\,\Theta\ H_2\,\Theta$

Dichloressigsäure $\left(Ȼ_2 \left\{\begin{matrix}\Theta_{2/5}\\ Cl_{1/10}\\ H_{2/10}\end{matrix}\right.\right)_2 \Theta\Theta,\ H_2\,\Theta\ H_2\,\Theta$

Trichloressigsäure $(\text{Ɵ}_2 \begin{cases}\Theta_{2/5} \\ Cl_{6/10}\end{cases})_2 \, \Theta\Theta, \, H_2 \, \Theta \, H_2 \, \Theta.$

Wird die Essigsäure durch Acetylchlorid aus ihren Salzen abgeschieden, so erhält man wasserfreie Essigsäure

$$(\text{Ɵ}_2 \begin{cases}\Theta_{2/5} \\ H_{6/10}\end{cases})_2 \, \Theta\Theta.$$

Die Aetherarten verbinden sich mit unorganischen Säuren und bilden Salze, z. B.:

Schwefelsaurer Methyläther $(\text{Ɵ}_2 \, H_6)_2 \, \Theta\Theta, \, S\Theta_3 \, S\Theta_3$
Cyansaurer Methyläther $(\text{Ɵ}_2 \, H_6)_2 \, \Theta\Theta, \, (\text{Ɵ}_2 \, N_2)_2 \, \Theta\Theta$
Salpetersaurer Aethyläther $(\text{Ɵ}_4 \, H_{10})_2 \, \Theta\Theta, \, N_2 \, \Theta_5 \, N_2 \, \Theta_5$
Cyansaurer Aethyläther $(\text{Ɵ}_4 \, H_{10})_2 \, \Theta\Theta, \, (\text{Ɵ}_2 \, N_2)_2 \, \Theta\Theta.$

Ebenso verbinden sich organische Säuren mit unorganischen Basen, z. B.

Essigsaures Kali $Ka_2 \, \Theta \, Ka_2 \, \Theta, \, (\text{Ɵ}_4 \begin{cases}\Theta_{2/5} \\ H_{6/10}\end{cases})_2 \, \Theta\Theta.$

Oder es verbinden sich die Aetherarten oder organischen Basen mit organischen Säuren, z. B.

Essigsaurer Methyläther $(\text{Ɵ}_2 \, H_6)_2 \, \Theta\Theta, \, (\text{Ɵ}_4 \begin{cases}\Theta_{2/5} \\ H_{6/10}\end{cases})_2 \, \Theta\Theta$

Essigsaurer Aethyläther $(\text{Ɵ}_4 \, H_{10})_2 \, \Theta\Theta, \, (\text{Ɵ}_4 \begin{cases}\Theta_{2/5} \\ H_{6/10}\end{cases})_2 \, \Theta\Theta.$

Aehnliche Verbindungen sind auch:

Sulfocyanmethyl . . $(\text{Ɵ}_2 \, H_6)_2 \, SS, \, (\text{Ɵ}_2 \, N_2)_2 \, SS$
Aethylsulfurylchlorid. $(\text{Ɵ}_4 \, H_{10}) \, Cl \, Cl, \, S\Theta_2 \, S\Theta_2.$

Endlich haben wir, wie das cyansaure Ammoniak, 8 und 8-volumige Verbindungen, z. B.

Saurer schwefligsaurer Methyläther $(\text{Ɵ}_2 \, H_6)_2 \, \Theta\Theta, \, SO_2 \, S\Theta_2 +$
$H_2 \, \Theta \, H_2 \, O, \, S\Theta_2 \, S\Theta_2$

Saures essigsaures Kali $Ka_2\ \Theta\ Ka_2\ \Theta\ (C_4 \begin{cases}\Theta_{2/5} \\ H_{6/20}\end{cases})_2\ \Theta\Theta$

$+ H_2\ \Theta\ H_2\ \Theta\ (C_4 \begin{cases}\Theta_{2/5} \\ H_{6/10}\end{cases})_2\ \Theta\Theta.$

Schwefligsaurer Aethylmethyläther $(C_4\ H_{10})_2\ \Theta\Theta,\ S\Theta_2\ S\Theta_2$
$+ (C_2\ H_6)_2\ \Theta\ O,\ SO_2\ S\Theta_2.$

Mit dem Stickstoff bilden die Kohlenstoffwasserstoffe organische Ammoniake, z. B.

Triäthylamin . . $NN\ (C_4\ H_{10})_3$
Trimethylamin. . $NN\ (C_2\ H_6)_3$.

Man kennt jedoch auch Substitutionsproducte, in welchen nur $1/3$ oder $2/3$ des Wasserstoffs durch Kohlenstoffwasserstoff ersetzt ist, z. B.

Ammoniak.	Aethylamin.	Diäthylamin.	Triäthylamin.
$NN \begin{cases} HH \\ HH \\ HH \end{cases}$	$NN \begin{cases} C_4\ H_{10} \\ HH \\ HH \end{cases}$	$NN \begin{cases} C_4\ H_{10} \\ C_4\ H_{10} \\ HH \end{cases}$	$NN \begin{cases} C_4\ H_{10} \\ C_4\ H_{10} \\ C_4\ H_{10} \end{cases}$

Ferner kennt man Verbindungen, welche dem Ammoniakhydrate $NH_3\ H_2\ \Theta$ entsprechen:

Teträthylammoniakäthylalkohol.

$$NN\ (C_4\ H_{10})_3,\ NN\ (C_4\ H_{10})_3 + (C_4\ H_{10})_2\ \Theta\Theta,\ H_2\ \Theta\ H_2\ \Theta;$$

ebenso salzartige Verbindungen, die dem Salmiak $NH_3\ HCl$ entsprechen:

salzsaures Triäthylammoniak $NN\ (C_4\ H_{10})_3\ H\ Cl\ H\ Cl$
Chloräthyl-Triäthylammoniak $NN\ (C_4\ H_{10})_3\ (C_4\ H_{10})\ Cl\ Cl$.

Der Wasserstoff in dem Ammoniak kann auch durch das Radical einer organischen Säure ersetzt werden. So entsteht Acetamid bei der Einwirkung von Essigäther auf Ammoniaklösung, oder von Acetylchlorid auf kohlensaures Ammoniak

Essigäther.

$$(\text{C}_4\,\text{H}_{10})_2\ \text{O}\,\text{O},\ \left(\text{C}_4 \begin{cases}\text{O}_{2/5}\\ \text{H}_{6/10}\end{cases}\right)_2\ \text{O}\,\text{O} + 4\,\text{NH}_3 =$$

Acetamid. Alkohol.

$$2\ \text{NN} \begin{cases}\text{C}_4 \begin{cases}\text{O}_{2/5}\\ \text{H}_{6/10}\end{cases}\\ \text{H}\ \ \text{H}\\ \text{H}\ \ \text{H}\end{cases} + (\text{C}_4\,\text{H}_{10})_2\ \text{O}\,\text{O},\ \text{H}_2\,\text{O}\ \text{H}_2\,\text{O}$$

Acetylchlorid.

$$\text{C}_4 \begin{cases}\text{O}_{2/5}\\ \text{H}_{6/10}\end{cases},\ \text{Cl Cl} + \text{NH}_3\ \text{NH}_3,\ \text{H}_2\ \text{O}\ \text{C}\ \text{O}_2 =$$

Acetamid.

$$\text{NN} \begin{cases}\text{C}_4 \begin{cases}\text{O}_{2/5}\\ \text{H}_{6/10}\end{cases}\\ \text{H}\ \ \text{H}\\ \text{H}\ \ \text{H}\end{cases} + 2\,\text{H Cl} + \text{H}_2\,\text{O} + \text{C}\,\text{O}_2$$

Der Wasserstoff des Ammoniaks kann auch durch Aethylen ersetzt werden, z. B.

Aethylendiamin. Diäthylendiamin. Triäthylendiamin.

$$\text{N}_2\,\text{N}_2 \begin{cases}(\text{C}_2\,\text{H}_4)_2\\ \text{H}_2\,\text{H}_2\\ \text{H}_2\,\text{H}_2\end{cases} \qquad \text{N}_2\,\text{N}_2 \begin{cases}(\text{C}_2\,\text{H}_4)_2\\ (\text{C}_2\,\text{H}_4)_2\\ \text{H}_2\,\text{H}_2\end{cases} \qquad \text{N}_2\,\text{N}_2 \begin{cases}(\text{C}_2\,\text{H}_4)_2\\ (\text{C}_2\,\text{H}_4)_2\\ (\text{C}_2\,\text{H}_4)_2\end{cases}$$

Auch bei diesen organischen Ammoniaken kann der Wasserstoff des Kohlenstoffwasserstoffs durch Sauerstoff ersetzt sein. Beim Erhitzen des neutralen oxalsauren Ammoniaks entsteht Oxamid

$$2\,(\text{NH}_3\ \text{NH}_3,\ \text{H}_2\ \text{O}\ \text{C}_2\ \text{O}_3)\ \text{giebt}\ \text{N}_2\,\text{N}_2 \begin{cases}(\text{C}_2\,\text{O}_2)_2\\ \text{H}_2\,\text{H}_2\\ \text{H}_2\,\text{H}_2\end{cases} + 4\,\text{H}_2\,\text{O},$$

welches sich von dem Aethylendiamin nur dadurch unterscheidet, dass der Wasserstoff des Kohlenstoffwasserstoffs durch Sauerstoff ersetzt ist. Ebenso kann der Harnstoff

$$N_2\,N_2 \begin{cases} (\mathrm{C}\,\mathrm{O})_2 \\ H_2\,H_2 \\ H_2\,H_2 \end{cases}$$

als ein Methylendiamin

$$N_2\,N_2 \begin{cases} (\mathrm{C}\,H_2)_2 \\ H_2\,H_2 \\ H_2\,H_2 \end{cases}$$

angesehen werden, in welchem der Wasserstoff des Methylens durch Sauerstoff ersetzt ist.

Erwähnen wir noch, dass der Wasserstoff einiger Kohlenstoffwasserstoffe durch andere Kohlenstoffwasserstoffe ersetzt werden kann. In dieser Hinsicht sind besonders die Benzolderivate bemerkenswerth; so erhält man z. B. aus dem

Benzol . . . . $\mathrm{C}_6\,H_6$

Methylbenzol. . $\mathrm{C}_6\,\mathrm{C}_6 \begin{cases} (\mathrm{C}_2\,H_6)_{1/6} \\ (H\,H)_{5/6} \end{cases}$

Dimethylbenzol . $\mathrm{C}_6\,\mathrm{C}_6 \begin{cases} (\mathrm{C}_2\,H_6)_{2/6} \\ (H\,H)_{4/6} \end{cases}$

Trimethylbenzol. $\mathrm{C}_6\,\mathrm{C}_6 \begin{cases} (\mathrm{C}_2\,H_6)_{3/6} \\ (H\,H)_{3/6} \end{cases}$

u. s. w. oder

Aethylbenzol. . $\mathrm{C}_6\,\mathrm{C}_6 \begin{cases} (\mathrm{C}_4\,H_{10})_{1/6} \\ (H\,H)_{5/6} \end{cases}$

oder

Methyläthylbenzol $\mathrm{C}_6\,\mathrm{C}_6 \begin{cases} (\mathrm{C}_2\,H_6)_{1/6} \\ (\mathrm{C}_4\,H_{10})_{1/6} \\ (H\,H)_{4/6} \end{cases}$

u. s. w. Auf diese und ähnliche Weise baut sich eine unabsehbare Mannigfaltigkeit organischer Verbindungen auf. Wir müssen uns auf die bereits angeführten Beispiele beschränken. Wollten wir noch weiter gehen, so hiess es ein Lehrbuch der Chemie schreiben, eine Aufgabe, die uns noch bevorsteht; hoffent-

lich wird in kurzer Zeit die „mechanische Theorie der chemischen Verbindungen" als zweiter Band diesem Werke folgen können. Unsere gegenwärtige Aufgabe bestand darin, in den engen Grenzen eines Paragraphen diejenige Richtung anzudeuten, in welcher die organische Chemie fortzuschreiten hat, so wie die durchgängige Uebereinstimmung zwischen den organischen und unorganischen Verbindungen nachzuweisen. Diese Uebereinstimmung tritt jedoch nur dann deutlich hervor, wenn die Formeln der unorganischen Verbindungen verdoppelt werden, weil die Radicale, welche in den organischen Verbindungen die Rolle der Elemente spielen, im Dampfzustande bereits 2 Volumen einnehmen und die organischen Verbindungen deshalb in eine höhere Ordnung zu stehen kommen, als die entsprechenden, unorganischen Verbindungen. Folgende Zusammenstellung lässt diese Uebereinstimmung klar erkennen. Die Radicale vergleichen wir mit den verdoppelten mechanischen Aequivalenten der Elemente, sie sind Verbindungen erster Ordnung. Zu den Verbindungen zweiter Ordnung rechnen wir sodann die Oxyde, die Säuren und die Haloidsalze. Zu den Verbindungen dritter Ordnung gehören die Hydrate und Salze; zu den Verbindungen vierter Ordnung die Doppelsalze.

Verbindungen erster Ordnung.

Dampfvolumen = 2.

Kalium	Ka Ka
Ammoniak . .	NH_3
Cyan	$Ꞓ_2 N_2$
Aethyl	$Ꞓ_4 H_{10}$

Verbindungen zweiter Ordnung.

Dampfvolumen = 4.

Chlorkalium	Ka Ka Cl Cl
Salmiak	NH_3 H Cl
Cyansäureanhydrit .	$(Ꞓ_2 N_2)_2$ ΘΘ
Chloräthyl	$Ꞓ_4 H_{10}$ Cl Cl

Aether	$(\bar{C}_4\,H_{10})_2\,\Theta\Theta$
Aldehyd	$\bar{C}_4 \left\{\begin{matrix}\Theta_{2/5} \\ H_{6/10}\end{matrix}\right., HH$
Essigsäureanhydrid .	$\left(\bar{C}_4 \left\{\begin{matrix}\Theta_{2/5} \\ H_{6/10}\end{matrix}\right.\right)_2 \Theta\Theta$

Verbindungen dritter Ordnung.

Dampfvolumen = 8.

Salpetersaures Kali . . .	$Ka_2\,\Theta\,Ka_2\,\Theta,\,N_2\,\Theta_5\,N_2\,\Theta_5$
Schwefelsaures Ammoniak .	$NH_3\,NH_3,\,H_2\,\Theta\,S\,\Theta_3$
Cyansaures Kali	$Ka_2\,\Theta\,Ka_2\,\Theta,\,(\bar{C}_2\,N_2)_2\,\Theta\Theta$
Aetheralkohol.	$(\bar{C}_4\,H_{10})_2\,\Theta\Theta,\,H_2\,\Theta\,H_2\,\Theta$
Essigsäure.	$H_2\,\Theta\,H_2\,\Theta,\,\left(\bar{C}_4 \left\{\begin{matrix}\Theta_{2/5} \\ H_{4/6}\end{matrix}\right.\right)_2 \Theta\Theta$
Essigsaurer Aethyläther . .	$(\bar{C}_4\,H_{10})_2\,\Theta\Theta,\,\left(\bar{C}_4 \left\{\begin{matrix}\Theta_{2/5} \\ H_{6/10}\end{matrix}\right.\right)_2 \Theta\Theta$

Verbindungen vierter Ordnung.

Dampfvolumen = 16.

Schwefelsaure Kali-Magnesia	$Ka_2\,\Theta\,S\,\Theta_3,\,Mg\,\Theta\,S\,\Theta_3 + Ka_2\,\Theta\,S\,\Theta_3,\,Mg\,\Theta\,S\,\Theta_3$
Cyansaures Ammoniak	$NH_3\,NH_3,\,NH_3\,NH_3 + H_2\,\Theta\,H_2\,\Theta,(\bar{C}_2\,N_2)_2\,\Theta\Theta$
Essigsaurer Aetheralkohol	$(\bar{C}_4 H_{10})_2\Theta\Theta,H_2\Theta,H_2\,\Theta + H_2\Theta H_2\Theta,\left(\bar{C}_4 \left\{\begin{matrix}\Theta_{2/5} \\ H_{6/10}\end{matrix}\right.\right)_2 \Theta\Theta$

Eine derartige Classification lässt sich in gleicher Weise sowohl für die organischen, wie für die unorganischen Verbindungen durchführen; sie lässt das Hervorgehen der Verbindungen höherer Ordnungen aus den Verbindungen niederer Ordnungen erkennen, setzt keine hypothetischen Verbindungen voraus und schliesst auch diejenigen Substitutionsproducte in sich ein, welche durch eine wirkliche, nicht blos durch eine vorausgesetzte Substitution eines Elementes durch ein anderes entstehen. — Unsere mechanischen Formeln der chemischen

Verbindungen sind also in der That Constitutionsformeln. Sie lassen nicht allein das wirkliche, sondern auch mit grosser Wahrscheinlichkeit das richtige hypothetische Dampfvolumen der Verbindungen erkennen, geben die Veränderungen in der Dauer der Wärmevibrationen an und erfüllen somit diejenigen Anforderungen, welche wir an eine chemische Theorie gestellt haben. —

§ 58. **Isomerie. Polymerie. Metamerie.** Man war früher der Ansicht, dass gleiche Zusammensetzung nothwendig gleiche Eigenschaften bedinge. Man kennt jetzt zahlreiche Beispiele, wo dies nicht immer der Fall ist. In der That erkennt man schon durch eine einfache Betrachtung, dass Körper von gleicher procentischer Zusammensetzung häufig völlig verschiedene Eigenschaften zeigen. Einige procentisch gleich zusammengesetzte Körper besitzen eine verschiedene Dampfdichtigkeit, so dass der Dampf des einen innerhalb desselben Volumens die doppelte, dreifache u. s. w. Quantität von Materie enthält als der des anderen Körpers; dagegen haben einige Körper bei gleicher procentischer Zusammensetzung und gleicher Dampfdichtigkeit doch völlig verschiedene Eigenschaften. Im Allgemeinen bezeichnet man alle diejenigen Körper, welche bei gleicher procentischer Zusammensetzung verschiedene Eigenschaften besitzen als isomer.

Polymer nennt man diejenigen Substanzen, denen man bei gleicher, empirischer Verhältnissformel, wegen einer verschiedenen Dampfdichtigkeit, eine verschiedene rationelle Formel geben muss. Das beste Beispiel für solche mit einander polymere Verbindungen besitzen wir am Chlorcyan. — Das gasförmige Chlorcyan $C_2\,N_2$, Cl Cl ist eine Verbindung von 2 Volumen Cyangas $C_2\,N_2$ mit 2 Volumen Chlorgas Cl Cl; in Gasform nimmt sie 4 Volumen ein; es findet also keine Condensation statt, bei — 12 C. verwandelt sich das gasförmige Chlorcyan in eine farblose Flüssigkeit und krystallisirt bei — 18° in langen, durchsichtigen Prismen.

Das flüssige Chlorcyan $(C_2\,N_2)_2\,Cl_2\,Cl_2$ ist eine Verbindung von ganz gleicher procentischer Zusammensetzung, siedet erst bei + 16° C. und krystallisirt bei — 7° C. Seine Dampfdich-

tigkeit ist doppelt so gross, als die des gasförmigen Chlorcyans. Endlich kennt man noch eine starre Modification des Chlorcyans; sie krystallisirt in farblosen, glänzenden Prismen, schmilzt erst bei 140° C. und siedet bei 190° C. Ihr Dampf ist dreimal so schwer gefunden worden, wie der des gasförmigen Chlorcyans. Es kommt ihr also die Formel $(C_2 N_2)_3 Cl_3 Cl_3$ zu. Wenn wir den verschiedenen Modificationen des Chlorcyans drei verschiedene Formeln geben, nämlich dem

gasförmigen Chlorcyan . $\mathrm{C}_2 N_2, Cl\,Cl$
flüssigen Chlorcyan . . $(\mathrm{C}_2 N_2)_2 Cl_2 Cl_2$
festen Chlorcyan . . . $(\mathrm{C}_2 N_2)_3 Cl_3 Cl_3$

so ist damit auch die Ursache ihrer verschiedenen Eigenschaften angegeben. — Wegen der verschiedenen Dampfdichtigkeit dieser Verbindungen muss auch ihren Bestandtheilen eine verschiedene Dauer der Wärmevibrationen zugeschrieben werden. — Verdoppelt das gasförmige Chlorcyan seine Vibrationsdauer, so geht es in seine flüssige Modification über; verdreifacht es sie, so verwandelt es sich in starres Chlorcyan. — Durch die verschiedene Dauer der Wärmevibrationen ist dann auch das verschiedene qualitative Verhalten dieser Verbindungen in Bezug auf den Aggregatzustand, den Schmelz- und Siedepunkt bedingt.

In den Kohlenstoffwasserstoffen, welche der allgemeinen Formel $\mathrm{C}_n H_{2n}$ entsprechen, haben wir ferner eine ganze Reihe polymerer Substanzen, deren Verschiedenheiten sich auf dieselbe Weise erklären. Wenn

Methylen . . $\mathrm{C} H_2$
Aethylen . . $\mathrm{C}_2 H_4$
Propylen . . $\mathrm{C}_3 H_6$
Butylen . . . $\mathrm{C}_4 H_8$

sich von einander durch ihre Dampfdichtigkeit unterscheiden, und dennoch mit gleichen Quantitäten anderer Elemente analoge Verbindungen bilden, so liegt die Ursache davon in der verschiedenen Dauer ihrer Wärmevibrationen. Das Aethylen unterscheidet sich von dem Methylen dadurch, dass in ihm gleiche Bestandtheile mit einer doppelt so grossen Vibrationsdauer ent-

halten sind, im Propylen hat sich die Dauer der Wärmevibrationen verdreifacht, im Butylen vervierfacht u. s. w. — Die polymeren Verbindungen sind solche, welche ihre Bestandtheile bei gleicher procentischer Zusammensetzung mit einer verschiedenen Vibrationsdauer enthalten, und aus diesem Grunde auch eine verschiedene Dampfdichtigkeit besitzen.

Als metamere Verbindungen werden dagegen solche bezeichnet, welche bei gleicher procentischer Zusammensetzung und gleicher Dampfdichtigkeit dennoch verschiedene Eigenschaften besitzen. — Als Beispiele dafür wollen wir anführen:

$$\text{Aethylenoxyd} \;.\; (C_2\, H_4)_2\, \Theta\Theta$$

$$\text{Aldehyd} \;.\;.\;.\; C_4 \begin{cases} O_{2/5} \\ H_{6/10} \end{cases} HH$$

Berechnen wir aus diesen Formeln die Vibrationsdauer der Bestandtheile in den Verbindungen, so werden wir uns sogleich Rechenschaft über deren Verschiedenheit geben können.

Die Vibrationsdauer ist im

	Aethylenoxyd.	Aldehyd.
von C_4	48	48
„ H	—	1
„ H_8	8	—
„ $H_{6/10}$	—	10
„ Θ	16	—
„ $\Theta_{2/5}$	—	80

Daraus ersehen wir, dass diese Verbindungen, obgleich der Kohlenstoff mit gleicher Vibrationsdauer in ihnen enthalten ist, sich dennoch durch die verschiedene Vibrationsdauer des Sauerstoffs und des Wasserstoffs von einander unterscheiden. Wir können also für die metameren Verbindungen ebenfalls eine vollkommen bestimmte Definition geben. — Metamere Verbindungen sind solche, welche bei gleicher procentischer Zusammensetzung einige Bestandtheile mit einer verschiednen Vibrationsdauer in sich enthalten,

in der Art, dass die Summe der raumerfüllenden Kräfte gleich ist, wodurch die gleiche Dampfdichtigkeit dieser Verbindungen begründet wird.

Ein sehr lehrreiches Beispiel für den Uebergang polymerer Verbindungen in einander ist die Darstellung des Harnstoffs aus cyansaurem Ammoniak. Wir haben für den Harnstoff die Formel

$$\text{Harnstoff}\quad N_2\,N_2 \begin{cases}(C\,O)_2 \\ H_2\,H_2 \\ H_2\,H_2\end{cases}$$

und für das cyansaure Ammoniak

$$NH_3\,NH_3,\,H_2\,\Theta\,H_2\,\Theta + NH_3\,NH_3\,(C_2\,N_2)_2\,\Theta\Theta$$

Wird das cyansaure Ammoniak erwärmt, so geht es in Harnstoff über, es ist nämlich:

$$NH_3\,NH_3,\,H_2\,\Theta\,H_2\,\Theta + NH_3\,NH_3\,(C_2\,N_2)_2\,\Theta\Theta = 2\,N_2\,N_2 \begin{cases}(C\,\Theta)_2 \\ H_2\,H_2 \\ H_2\,H_2\end{cases}$$

Um uns Rechenschaft über die inneren Veränderungen zu geben, haben wir wiederum nur die Dauer der Wärmevibrationen aus den Formeln zu bestimmen; die Vibrationsdauer ist im

	Cyansauren Ammoniak.	Harnstoff.
von N	14	—
„ N_2	—	28
„ N_4	56	—
„ C_2	—	$(24 \times 3) = 72$
„ C_4	48	—
„ H_2	2	$(2 \times 3) = 6$
„ H_3	3	—
„ Θ	16	—
„ Θ_2	—	$(32 \times 3) = 96$

Man erkennt daraus leicht die Veränderungen, welche in dem cyansauren Ammoniak vor sich gehen, wenn dasselbe erwärmt wird. Der Stickstoff, welcher im cyansauren Ammoniak mit einer Vibrationsdauer gleich 14 und 56 enthalten war, kommt

im Harnstoff nur noch mit einer Vibrationsdauer gleich 28 vor. Die anderen Bestandtheile verändern ebenfalls die Dauer ihrer Wärmevibrationen, indem der Wasserstoff sie nochmals verdoppelt und verdreifacht, der Sauerstoff von 16 auf 96, der Kohlenstoff von 48 auf 72 übergeht.

Die qualitativen Veränderungen der Körper beruhen also auf einer veränderten Dauer der Wärmevibrationen. Wir sehen daraus, dass es unserer mechanischen Theorie möglich ist, die verschiedensten Erscheinungen zu erklären und dass die Erscheinungen, welche der atomistischen Theorie die grössten Schwierigkeiten boten, gerade diejenigen sind, die in unserer Theorie am leichtesten ihre Erklärung finden. —

§ 59. **Specifische Wärme der zusammengesetzten Körper.** Es wäre hier am Orte, die Eigenschaften der zusammengesetzten Körper genau zu untersuchen, die Abhängigkeit ihres specifischen Volumens im festen und flüssigen Zustande, ihrer Krystallformen, ihrer Siedepunkte u. s. w. von ihrer Zusammensetzung und von der Dauer ihrer Wärmevibrationen nachzuweisen. Einer solchen Untersuchung müsste jedoch die Feststellung der mechanischen Constitutionsformeln nicht allein für die organischen, sondern auch für die unorganischen Verbindungen mit einer Ausführlichkeit vorangehen, wie sie nur in einem allgemeinen Lehrbuche der Chemie möglich ist. Diese Arbeit behalten wir uns vor und bemerken nur noch, dass bei der empirisch nachgewiesenen Abhängigkeit der Eigenschaften organischer Körper von ihrer Zusammensetzung, durch welche auch die Dauer ihrer Wärmevibrationen bestimmt wird, der Beweis bereits geliefert ist, dass ihre qualitativen Verschiedenheiten, wie bei den einfachen Körpern, auf der verschiedenen Dauer ihrer Wärmevibrationen beruhen.

Auf die Bestimmung der specifischen Wärme der zusammengesetzten Körper müssen wir jedoch genauer eingehen. In dem § 36. haben wir für die in der Masse M eines zusammengesetzten Körpers enthaltene Wärme die Gleichung II.

$$W = A\,M\left(\frac{r_1^2}{n_1\,T_1} + \frac{r_2^2}{n_2\,T_2}\right)$$

aufgestellt. Unter r_1 und r_2 verstehen wir die mittlere oder resultirende Vibrationsintensität, welche in einer binären Verbindung den einzelnen Wellensystemen zukommt. Wird ein solcher Körper erwärmt, d. h. die Intensität seiner Wärmevibrationen von r_1 und r_2 auf s_1 und s_2 gesteigert, so haben wir für die Wärmemenge, welche in dem Körper bei einer höheren Temperatur enthalten ist, den Ausdruck

$$W_1 = A\,M\left(\frac{s_1^2}{n_1\,T_1} + \frac{s_2^2}{n_2\,T_2}\right).$$

Durch Subtraction beider Gleichungen von einander erhalten wir die Wärmemenge, welche erforderlich ist, um einem zusammengesetzten Körper eine bestimmte Temperaturerhöhung zu ertheilen,

$$Q = W_1 - W = A\,M\left(\frac{s_1^2 - r_1^2}{n_1\,T_1} + \frac{s_2^2 - r_2^2}{n_2\,T_2}\right).$$

Um das Gesetz zu erkennen, welches in dieser Gleichung enthalten ist, müssen wir die Vibrationsintensitäten der Verbindung s_1, s_2, r_1 und r_2 durch die entsprechenden Intensitäten der Bestandtheile im freien Zustande ersetzen. Wir denken uns gleichsam die Verbindung bei zwei verschiedenen Temperaturen entstanden, in der Art, dass die Vereinigung der beiden Körper zuerst bei einer niedrigeren Temperatur erfolgt, bei welcher die Intensität der Wärmevibrationen in der Verbindung gleich r_1 und r_2 ist, ferner dass eine Erwärmung der Bestandtheile im freien Zustande in dem Maasse eintritt, dass bei der darauf folgenden Vereinigung die Intensitäten in dem zusammengesetzten Körper gleich s_1 und s_2 sind. — Der Zuwachs an Wärme im zusammengesetzten Körper — mag die Verbindung direct erwärmt werden oder diese Temperaturerhöhung zuerst in den Bestandtheilen des zusammengesetzten Körpers eintreten und die Verbindung später erfolgen — bleibt sich dabei gleich. Bezeichnen wir also die Intensität der Wärmevibrationen der beiden Bestandtheile im freien Zustande bei der niedrigeren Temperatur mit c_1 und c_2 und diejenige bei der höheren Temperatur, welcher die Intensitäten s_1 und s_2 in der Verbindung

entsprechen, mit v_1 und v_2, und zwar nach Abzug der Wärme, welche bei der Vereinigung beider Körper ausgestrahlt wird, so können wir annehmen, dass die innere lebendige Kraft oder der Vorrath an innerer Arbeit beider Körper ohne Verlust auf ihre Verbindung übertragen wird. Für den Vorrath an innerer Arbeit der beiden Körper haben wir aber, wenn wir ihre Massen mit M_1 und M_2 bezeichnen, nach § 13. bei der niedrigeren Temperatur die Ausdrücke

$$\frac{M_1\ c_1^2}{T_1} \text{ und } \frac{M_2\ c_2^2}{T_2}$$

und für die höhere Temperatur

$$\frac{M_1\ v_1^2}{T_1} \text{ und } \frac{M_2\ v_2^2}{T_2}.$$

Wird nun dieser Vorrath an innerer Arbeit auf die Masse des aus der Vereinigung der beiden Körper hervorgehenden zusammengesetzten Körpers, d. h. auf die Masse $M_1 + M_2$, ohne Verlust übertragen, wobei die Vibrationsintensität c_1 und c_2 im freien Zustande in die Vibrationsintensitäten der Verbindung r_1 und r_2 und ebenso v_1 und v_2 in s_1 und s_2 übergehen, und berücksichtigen wir ausserdem die Veränderung der inneren Arbeit, welche bei der Verbindung durch eine veränderte Dauer der Wärmevibrationen hervorgebracht wird, so erhalten wir für die niedrigere Temperatur die Gleichungen

$$\frac{M_1\ c_1^2}{T_1} = \left(\frac{M_1 + M_2}{n_1\ T_1}\right) r_1^2 \text{ und } \frac{M_2\ c_2^2}{T_2} = \left(\frac{M_1 + M_2}{n_2\ T_2}\right) r_2^2$$

und für die höhere Temperatur die Gleichungen

$$\frac{M_1\ v_1^2}{T_1} = \left(\frac{M_1 + M_2}{n_1\ T_1}\right) s_1^2 \text{ und } \frac{M_2\ v_2^2}{T_2} = \left(\frac{M_1 + M_2}{n_2\ T_2}\right) s_2^2,$$

aus welchen Gleichungen wir sodann für die Intensität der Wärmevibrationen in der Verbindung die Werthe

$$r_1^2 = \frac{n_1\ M_1}{M_1 + M_2}\ c_1^2$$

$$r_2^2 = \frac{n_2 M_2}{M_1 + M_2} c_2^2$$

$$s_1^2 = \frac{n_1 M_1}{M_1 + M_2} v_1^2$$

$$s_2^2 = \frac{n_2 M_2}{M_1 + M_2} v_2^2$$

erhalten. Setzen wir diese Werthe ein, so erhalten wir

$$Q = A \frac{M}{M_1 + M_2} \left(\frac{n_1 M_1 (v_1^2 - c_1^2)}{n_1 T_1} + \frac{n_2 M_2 (v_2^2 - c_2^2)}{n_2 T_2} \right).$$

Es ist aber die Masse des zusammengesetzten Körpers M gleich der Summe der Massen $M_1 + M_2$ seiner Bestandtheile, folglich

$$M = M_1 + M_2;$$

wir erhalten demnach die Wärmemenge, welche zu einer bestimmten Temperaturerhöhung eines zusammengesetzten Körpers erforderlich ist,

$$Q = A \left(\frac{M_1 (v_1^2 - c_1^2)}{T_1} + \frac{M_2 (v_2^2 - c_2^2)}{T_2} \right). \quad \text{IV.}$$

Die Ausdrücke

$$A \frac{M_1 (v_1^2 - c_1^2)}{T_1} \text{ und } A \frac{M_2 (v_2^2 - c_2^2)}{T_2}$$

sind aber diejenigen Wärmemengen, welche erforderlich sind, um den Bestandtheilen einer Verbindung im freien Zustande eine entsprechende Temperaturerhöhung zu ertheilen; die Gleichung IV. spricht also das Gesetz aus: dass die Wärmecapacität eines zusammengesetzten Körpers gleich ist der Summe der Wärmecapacitäten seiner Bestandtheile. Das ist aber das Gesetz von Neumann, welches er den empirischen Beobachtungen entnommen und in der Sprache der modernen Chemie auf folgende Weise ausgedrückt hat: die Molecularwärme einer Verbindung ist gleich der Summe der Atomwärmen der Bestandtheile. —

Die folgende Tabelle zeigt, wie nahe die aus der Wärmecapacität der Aequivalentgewichte berechnete Wärmecapacität der Verbindungen mit dem Producte aus dem Gewichte dieser Verbindungen und ihren beobachteten specifischen Wärmen übereinstimmt:

Substanz.	Gewicht der Verbindung.	Specifische Wärme.	Product.	Wärmecapacität der Bestandtheile.	Berechnete Wärmecapacität der Verbindung.
Bi Zn	328	0,0400	13,1	2 × 6,4	12,8
Bi Sn_2	446	0,0450	20,1	3 × 6,4	19,2
Pb Sb	329	0,0388	12,8	2 × 6,4	12,8
Pb Sn	325	0,0407	13,2	2 × 6,4	12,8
Pb Sn_2	443	0,0451	20,0	3 × 6,4	19,2
Ag Br	188	0,0739	13,9	2 × 6,4	12,8
Ka Br	119,1	0,1132	13,5	2 × 6,4	12,8
Pb Br_2	367	0,0533	19,6	3 × 6,4	19,2
Ag J	235	0,0616	14,5	2 × 6,4	12,8
Cu J	190,4	0,0687	13,1	2 × 6,4	12,8
Ka J	166,1	0,0819	13,6	2 × 6,4	12,8
Na J	150	0,0868	13,0	2 × 6,4	12,8
Pb J_2	461	0,0427	19,7	3 × 6,4	19,2

Das Gesetz von Neumann macht es möglich, die Wärmecapacität des Aequivalentgewichtes eines Elementes aus der Wärmecapacität seiner Verbindungen zu berechnen. Es ist z. B. die Wärmecapacität vieler Chlorverbindungen bestimmt worden, und es ergiebt sich daraus, dass das Aequivalentgewicht des Chlor in seinen festen Verbindungen, gleich den anderen Elementen, ebenfalls eine Wärmecapacität oder sogenannte Atomwärme von ungefähr 6,4 besitzt, wie die Angaben der folgenden Tabelle es erkennen lassen.

Substanz.	Gewicht der Verbindung.	Specifische Wärme.	Product.	Wärmecapacität der Bestandtheile.	Berechnete Wärmecapacität der Verbindung.
Ag Cl	143,5	0,0911	13,1	2 × 6,4	12,8
Ꞓu Cl	98,9	0,1383	13,7	2 × 6,4	12,8
K Cl	74,6	0,171	12,8	2 × 6,4	12,8
Na Cl	58,5	0,219	12,8	2 × 6,4	12,8
Rb Cl	120,9	0,112	13,5	2 × 6,4	12,8
Ba Cl_2	208	0,0902	18,8	3 × 6,4	19,2
Ꞓa Cl_2	111	0,1642	18,2	3 × 6,4	19,2
Sr Cl_2	158,6	0,1199	19,0	3 × 6,4	19,2
Sn Cl_2	189	0,1016	19,2	3 × 6,4	19,2

Aehnliche Berechnungen der Wärmecapacität einiger Elemente aus ihren Verbindungen, des Sauerstoffs und Schwefels z. B., haben dagegen, besonders beim Stickstoff, zu abweichenden Zahlen geführt, wie es auch nicht anders sein kann, da diese Zahlen nur durch Subtraction gefunden werden können. Die Salze der Phosphor-, Chlor-, Ueberchlor- und einiger anderen Säuren geben für die Wärmecapacitäten ihrer Bestandtheile ebenfalls Zahlen, welche gut mit einander übereinstimmen, aber durchschnittlich etwas geringer ausfallen, als es durch das von uns theoretisch begründete Neumann'sche Gesetz verlangt wird. Wenn es schon bei den Elementen bisher noch ungewiss ist, bei welchen Temperaturen die specifischen Wärmen mit einander verglichen werden können, so gilt dieses noch mehr von den zusammengesetzten Körpern, wodurch bei den tiefeingehenden Veränderungen, die mit den Körpern bei ihrer Verbindung vor sich gehen, das empirische Auffinden des leitenden Gesetzes leicht verhindert wird. —

§ 60. **Wärmeerscheinungen bei den chemischen Processen.** Zu den Ursachen, durch welche die Erkenntniss der Abhängigkeit der specifischen Wärme einer Verbindung von der specifischen Wärme ihrer Bestandtheile erschwert wird, ist auch

die Wärmeentwickelung zu rechnen, von der die meisten chemischen Processe begleitet werden. In Folge der Wärmeausstrahlung ist die Wärmemenge in einer Verbindung geringer, als in ihren Bestandtheilen bei gleicher Temperatur; deshalb ist auch die Wirkung der Wärme bei der Temperaturerhöhung der einfachen und der aus ihnen zusammengesetzten Körper eine andere, und aus diesem Grunde sind auch die specifischen Wärmen dieser Körper eigentlich nicht direct mit einander vergleichbar. Um uns jedoch von den Wärmeerscheinungen selbst bei den chemischen Processen eine Vorstellung zu machen, müssen wir uns zuvor die Verwendung der Wärme bei der Temperaturerhöhung der Körper in ihren verschiedenen Aggregatzuständen nochmals vergegenwärtigen. Bei der Betrachtung der festen und flüssigen Körper haben wir die dazu erforderlichen Thatsachen bereits erkannt. Wird ein fester Körper erwärmt, so wird dadurch nicht allein seine Temperatur erhöht, d. h. die Intensität seiner Wärmevibrationen gesteigert, sondern er wird auch ausgedehnt, und es wird ausserdem noch eine innere Disgregationsarbeit verrichtet, durch welche er dem flüssigen Zustande genähert wird, indem die harten und spröden Körper in den weichen und dehnbaren Zustand übergeführt werden. Beim Schmelzen der Körper wird die latente Wärme aufgenommen, die durch Vervielfältigung der Wärmewellen ohne Steigerung der Temperatur im Inneren der Körper diejenigen Eigenschaften begründet, durch welche die flüssigen Körper sich von den festen unterscheiden. Bei der Erwärmung der Flüssigkeiten ist die Aufgabe der Wärme wesentlich dieselbe, wie bei der Erwärmung der festen Körper; sie besteht in Temperaturerhöhung, Ausdehnung und Annäherung der Flüssigkeiten an den dampfförmigen Zustand, indem sie häufig aus einem dickflüssigen in einen dünnflüssigen Zustand übergeführt werden. Bei der Verdampfung der Flüssigkeiten endlich findet die Wärme eine verschiedenartige Verwendung; ein Theil derselben wird als äussere latente Wärme dazu verbraucht, um für den sich bildenden Dampf durch Zurückdrängen des äusseren Druckes den erforderlichen Raum zu schaffen; ein anderer Theil der Wärme dient dazu, um die raumerfüllende

Kraft des Dampfes zu begründen, durch welche er dem äusseren Drucke das Gleichgewicht hält; ein dritter Theil der Wärme endlich hat die innere Disgregationsarbeit zu verrichten und diejenigen Eigenschaften zu begründen, durch welche die Gase und Dämpfe sich von den Flüssigkeiten unterscheiden. — Bei der Erwärmung der Gase und Dämpfe hat die Wärme endlich die äussere Arbeit zu verrichten, welche bei der Ausdehnung dieser Körper verbraucht wird, die Temperatur zu erhöhen und diejenige innere Arbeit zu leisten, durch welche die Dämpfe und Gase immer mehr und mehr dem vollkommenen Gaszustande genähert werden.

Um sich nun Rechenschaft über die Wärmeerscheinungen bei den chemischen Processen zu geben, hat man nur die Eigenschaften einer Verbindung mit den Eigenschaften ihrer Bestandtheile zu vergleichen. — Findet man, dass einige Eigenschaften zweier Körper in ihrer Verbindung fehlen, so deutet ein solcher Umstand darauf hin, dass die inneren Bewegungen, durch welche diese Eigenschaften begründet wurden, in der Verbindung nicht mehr enthalten sind; sie sind als freie Wärme ausgestrahlt. Einige Beispiele werden dieses am besten klar machen. Verbindet sich eine Gewichtseinheit Wasserstoff mit Chlor zu wasserfreiem Salzsäuregas, so werden 23783 W.-E. entwickelt. Die Verbindung nimmt denselben Raum ein, wie vorher ihre Bestandtheile, sie besitzt also auch noch dieselbe raumerfüllende Kraft. Dagegen unterscheidet sich das Salzsäuregas von seinen Bestandtheilen durch seine übrigen Eigenschaften. — Der Wasserstoff, der von allen Gasen am meisten die Eigenschaften eines permanenten Gases besitzt, ist in eine coërcible Verbindung übergegangen; diejenige Wärme, welche in ihm den vollkommenen Gaszustand begründete, ist in dem chlorwasserstoffsauren Gase nicht mehr enthalten, sie ist ausgestrahlt worden und hat die 23783 W.-E. hergegeben, welche bei der Verbrennung des Wasserstoffgases im Chlorgase beobachtet werden. Weil das salzsaure Gas expansibler ist, als das Chlor, so muss man die entwickelte Wärme ganz allein dem Wasserstoffgase zuschreiben; von dieser ist sogar ein Theil noch dazu verwendet worden, um dem neuen Gase

einen vollkommeneren Gaszustand zu ertheilen, als das Chlor hatte.

Wird Wasserstoff im Sauerstoff verbrannt, so werden dabei 34462 W.-E. entwickelt. Der entstehende Wasserdampf condensirt sich zugleich zur Flüssigkeit. Es fehlt also im Producte der Verbindung diejenige Wärmemenge, durch welche der Gaszustand des Wasserstoffs und Sauerstoffs begründet wurde, ferner die raumerfüllende Kraft der beiden Gase; Gaszustand und raumerfüllende Kraft sind als Verbrennungswärme ausgestrahlt worden; ausserdem kommt noch diejenige Wärme hinzu, welche als äussere latente Wärme bei der Vergasung des Wasserstoffs und Sauerstoffs, diese beiden vorher als flüssig vorausgesetzt, verbraucht worden ist.

Ein Gewichtstheil Kohlenstoff erzeugt beim Verbrennen zu Kohlensäure 8080 W.-E., zu Kohlenoxydgas 2473 W.-E. Beim Verbrennen des Kohlenoxydgases zu Kohlensäure werden 5607 W.-E. entwickelt. Der Verbrauch von Sauerstoffgas ist gleich gross beim Verbrennen der Kohle zu Kohlenoxyd und des Kohlenoxyds zu Kohlensäure; nun erzeugt aber der erste Fall 2473, der zweite 5607 W.-E.; der nächste Grund dieses Unterschiedes kann kein anderer sein, als dass beim Verbrennen der Kohle ein fester Körper in einen gasförmigen verwandelt wird, beim Verbrennen von Kohlenoxydgas zu Kohlensäure schon zwei gasförmige Körper vorhanden sind. Das Kohlenoxydgas ist bisher noch nicht comprimirt worden; aus der entwickelten Wärme kann man jedoch darauf schliessen, dass es leichter zusammengedrückt werden könne als Sauerstoff, weil ohne diesen Umstand keine Wärme bei seiner Bildung hätte frei werden können. Die grössere Wärmeentwickelung beim Uebergange des Kohlenoxyds in Kohlensäure, als bei der Verbrennung der Kohle zu Kohlenoxyd erklärt sich dadurch, dass im letzteren Falle ein Theil der Wärme dazu verwendet wird, um den Kohlenstoff in den Dampfzustand überzuführen, während bei der Bildung der Kohlensäure 2 Volumen Kohlenoxyd sich mit einem Volumen Sauerstoff zu zwei Volumen Kohlensäure condensiren; es tritt also ein Verlust an Raum ein; ausserdem

ist auch die Permanenz der Kohlensäure geringer als die des Kohlenoxyds.

Geht ein flüssiger Körper bei seiner Verbindung mit einem anderen Körper in den festen Zustand über, so wird dabei ebenfalls Wärme entwickelt: es wird die latente Schmelzwärme ausgestrahlt. — Wasserleeres Aetzkali entwickelt mit Wasser eine bedeutende Wärme. In Kalihydrat ist das Wasser fest, denn es kann durch keine Wärme ausgetrieben werden; erst bei der Rothglühhitze verflüchtigt sich das Kalihydrat zugleich mit dem in ihm enthaltenen Wasser.

Im Gegensatze zu den Verbrennungen, wobei Wärme frei wird, giebt es auch Verbindungen, in denen noch Wärme von aussen aufgenommen wird. Kohlenstoff vereinigt sich mit Schwefel nur in einer lebhaften Kirschrothglühhitze; sobald jedoch die Temperatur etwas sinkt, hört die Vereinigung auf. Nun ist aber das Product der Verbindung, der Schwefelkohlenstoff, flüchtiger als seine beiden Bestandtheile, es siedet bei + 48°; wir müssen deshalb annehmen, dass bei der Verbindung Wärme aufgenommen wird, welche diese Eigenschaft der leichten Verdampfung begründet. In der That ist die Menge Wärme, welche bei der Bereitung des Schwefelkohlenstoffs verbraucht wird, ausserordentlich gross; sie müsste die Retorten zum Schmelzen bringen, wenn sie nicht in den sich neubildenden Körper überginge. —

Man war früher der Ansicht, dass bei der Verbindung einer gleichen Menge Sauerstoff mit den Elementen die entwickelte Wärme in allen Fällen gleich sei. Dieses hat sich für Sauerstoff eben so wenig wie für Chlor bestätigt. — Aus den obigen Beispielen ersieht man den Grund, weshalb die Aufstellung eines allgemeinen empirischen Gesetzes über die Verbindungswärme bisher unmöglich ist. Man müsste vor Allem die beobachteten Wärmemengen, je nach der Quelle, aus welcher sie stammen, von einander scheiden; man müsste angeben, welcher Antheil der Wärme aus dem Verlust des permanenten Gaszustandes herrührt, welcher als wiedererstattete, äussere latente Wärme zu betrachten ist, welcher von der verschwundenen,

raumerfüllenden Kraft hervorgebracht wird, welcher als freiwerdende, latente Schmelzwärme auftritt u. s. w.; erst dann würden die zusammenwirkenden Erscheinungen hinreichend isolirt sein, um das Erkennen der Gesetzmässigkeit zu ermöglichen.

Die umgekehrten Erscheinungen der chemischen Verbindungen sind die Zersetzungen. Sie werden durch die Affinität der Körper zu einander, durch Wärme und durch Elektricität hervorgebracht. Die Einwirkung der letzteren werden wir erst im nächsten Abschnitte behandeln können. Die Zersetzungen, welche durch die überwiegende Affinität eines Körpers zu dem einen Bestandtheile einer Verbindung hervorgebracht werden, beruhen einfach auf dem Umstande, dass bei dem Zusammentreffen mehrerer Körper sich immer diejenigen mit einander vereinigen, bei welchen das Verhältniss der Dauer der Wärmevibrationen ein harmonischeres ist und bei welchen die zum Zustandekommen einer chemischen Verbindung erforderlichen Bedingungen am leichtesten und vollständigsten erfüllt sind. Wenn also das Kalium den Wasserstoff aus dem Wasser deplacirt und sich mit dem Sauerstoff verbindet, so liegt die Ursache davon zum Theile in der grösseren Harmonie, welche zwischen den Wärmevibrationen im Kali als im Wasser herrscht. Die Dauer der Wärmevibrationen im Wasser $H_2 \Theta$ verhält sich wie 2 : 16 oder wie 1 : 8, im Kali $Ka_2 \Theta$ aber wie 16 : 80 oder 1 : 5; das letztere Verhältniss ist einfacher und folglich auch harmonischer als das erstere; deshalb wird das Wasser durch Kalium zersetzt. Treffen Natron $Na_2 \Theta$ und Salzsäure 2 H Cl zusammen, so entstehen Chlornatrium 2 Na Cl und Wasser $H_2 \Theta$. Vor der Zersetzung verhält sich die Dauer der Wärmevibrationen im Natron wie 1 : 3 und in der Salzsäure wie 1 : 36, nach der Zersetzung im Chlornatrium wie 2 : 3, im Wasser wie 1 : 8. Auch hier ist das Verhältniss der Wärmevibrationen ein harmonischeres nach der Zersetzung als vorher. Allerdings lässt sich diese Anschauungsweise nicht allgemein consequent durchführen, weil bei den vielen mitwirkenden Nebenumständen, z. B. die verschiedenen Aggregatzustände, die verschiedene Löslichkeit der entstehenden Producte u. s. w., das Erkennen des lei-

tenden Gesetzes, wie bei den chemischen Wärmeerscheinungen, erschwert, wenn nicht unmöglich gemacht wird. —

Die Zersetzungen, welche durch die Wärme hervorgebracht werden, beruhen einfach auf dem Umstande, dass den sich trennenden Bestandtheilen diejenige Wärme wiederersetzt wird, welche sie bei ihrer Verbindung eingebüsst haben. — Wenn sich zwei Körper, welche sich unter Wärmeentwickelung verbunden haben, chemisch von einander trennen, so muss eben so viel Wärme wieder gebunden werden, als sich vorher bei ihrer Vereinigung Wärme entbunden hatte, damit der frei gewordene Körper bei einer neuen Verbindung wieder eben so viel Wärme frei machen könnte, wie das erste Mal. Die bei der chemischen Verbindung frei gewordene Wärme ist eine innere Arbeit, welche in den Körpern enthalten ist und sich von ihnen bei dem Act der chemischen Verbindung trennt. Um diese Erscheinung zu wiederholen, muss derselbe Vorrath an innerer Bewegung wieder von aussen aufgenommen werden. — Der Satz, dass bei der Zerlegung einer Verbindung eben so viel Wärme gebunden werden muss, als bei der Bildung derselben entwickelt wurde, bedarf eigentlich keines Beweises, weil es der Satz von Ursache und Wirkung ist. Wenn der aus Wasser frei werdende Wasserstoff nicht eben so viel Wärme aufnehmen würde, als wie er bei der Verbindung mit dem Sauerstoff abgegeben hat, so wäre die bei einer zweiten Verbrennung desselben Wasserstoffs frei werdende Wärme nicht erklärt und ein Verstoss gegen das Gesetz der Erhaltung der lebendigen Kraft. — Diese Wärme wäre dann aus Nichts entstanden, was unmöglich ist.

Wenn Wasserdampf durch eine weissglühende Porcellanröhre geleitet wird, so wird er in Wasserstoff und Sauerstoff zerlegt, und wenn diese durch eine rechtzeitige Abkühlung daran verhindert werden, sich wieder zu verbinden, so entsteht das Knallgas, ein Gemisch von zwei Volumen Wasserstoff und einem Volum Sauerstoff. Durch die Wärme werden diesen beiden Gasen dieselben Eigenschaften ertheilt, welche sie vor ihrer Verbindung im freien Zustande besassen; der Wasserstoff setzt, bei dem Ausscheiden aus der Verbindung, die Dauer seiner

Wärmevibrationen auf die Hälfte herunter und nimmt wieder ein doppelt so grosses Volum als der Sauerstoff ein; die beiden Gase erhalten also ihre frühere raumerfüllende Kraft und ihren permanenten Gaszustand zurück, sowie die Wärme dabei auch diejenige äussere Arbeit leistet, welche bei der Ausbreitung von 2 Volumen Wasserdampf auf 3 Volumen Knallgas verbraucht wird. Häufig wird die Zersetzung durch die Wärme dadurch hervorgebracht, dass der eine der beiden Bestandtheile in einen anderen Aggregatzustand übergeführt wird. — Eine grosse Anzahl von Salzen z. B. wird auf diese Weise durch Hitze zersetzt und dabei wird immer die Säure ausgetrieben oder zerstört, da alle Basen, bis auf Ammoniak, feuerbeständig sind. — Ebenso erleiden alle organischen Körper eine Zersetzung durch die Wärme. — Die Wirkung der Wärme bleibt aber in allen Fällen immer dieselbe, indem sie den aus den Verbindungen ausscheidenden Bestandtheilen diejenigen Eigenschaften wiederertheilt und in ihnen diejenigen inneren Bewegungen begründet, welche sie bei ihrer vorangehenden Verbindung als Wärme ausgestrahlt haben.

Wir sehen daraus, wie der Hauptgrundsatz der mechanischen Wärmetheorie: die Wärme sei eine innere Bewegung der Körper, auch auf die chemischen Erscheinungen seine Anwendung findet. Umgekehrt lässt sich erwarten, dass die chemischen Erscheinungen — sobald die Wissenschaft sich von den Irrthümern der atomistischen Theorie befreit haben wird — auch ihrerseits mächtig dazu beitragen werden, die Entwickelung der mechanischen Wärmetheorie und mit ihr der gesammten Naturerkenntniss zu befördern. —

Elektricität und Magnetismus.

§ 61. **Wesen der Elektricität.** In den Lehrbüchern der Physik wird noch immer die Hypothese von zwei imponderabelen elektrischen Flüssigkeiten vorgetragen. Nach dieser Ansicht beruht der gewöhnliche Zustand der Körper darauf, dass

die beiden elektrischen Flüssigkeiten in denselben mit einander verbunden sind und dass sie sich gegenseitig neutralisiren. Wenn in einem Körper dagegen die beiden elektrischen Flüssigkeiten von einander getrennt werden, so wird er elektrisch und zwar positiv, wenn die eine, negativ, wenn die andere vorherrscht. An diese Lehre glaubt jedoch Niemand mehr und es mag deshalb ihre Mittheilung hier als eine geschichtliche Notiz betrachtet werden.

Sowohl die Entstehungsarten als die Wirkungen der Elektricität deuten auf Bewegung hin. Die Elektricität wird durch Reibung, Druck und Wärme hervorgebracht; ein Drath, welcher von der Elektricität durchströmt wird, erhitzt sich, wird glühend, schmilzt; an den Polen einer galvanischen Kette beobachtet man lebhafte Lichterscheinungen. Licht und Wärme sind also Wirkungen der Elektricität. Reibung, Licht und Wärme sind aber Bewegungen. Da eine Bewegung nur durch eine andere Bewegung hervorgebracht werden kann, ebenso wie sie auch nur Bewegung hervorzubringen vermag, so folgt daraus, dass die Elektricität, da sie die Wirkung und die Ursache von Bewegungen ist, auch nur eine Bewegung sein kann. Diese Ansicht wird von vielen angesehenen Physikern und Mathematikern getheilt und findet sich bereits häufig in den Schriften von Clausius, Fr. Mohr, Tyndall u. A. ausgesprochen.

So lange man an der Hypothese zweier imponderabelen Flüssigkeiten festhielt, konnte ein Zweifel über den Sitz der elektromotorischen Kraft bestehen und war der Streit zwischen der Contacttheorie und der chemischen Theorie des Galvanismus möglich. Für uns stellt sich die Frage so: wo kommt die Bewegung her, durch welche die Elektricität hervorgebracht wird? Nach Volta war die Ursache der Elektricität der Contact zweier Metalle. Gegen diese Ansicht ist der Einwand erhoben worden, dass eine solche Elektricitätsentwickelung, ohne dass an der Berührungsstelle der beiden Metalle irgend ein äquivalenter Ersatz eintrete, unmöglich sei, dass die Elektricität dabei aus Nichts erzeugt werden müsste. Aus diesem Grunde wird von vielen Physikern angenommen, dass die Elektricitätsentwickelung in einer galvanischen Kette erst die Folge einer

vorangehenden chemischen Wirkung sei. Diese Ansicht wird von de la Rive, Becquerel, Faraday und von den meisten englischen Physikern vertreten. Schönbein's Theorie der Elektricität nimmt dagegen eine Mittelstellung zwischen der Contacttheorie und der chemischen Theorie ein. Er ist, wie auch die Contacttheorie lehrt, der Ansicht, dass ein elektrischer Spannungszustand den chemischen Processen in der galvanischen Säule vorhergehe, aber als Sitz der elektromotorischen Kraft lässt er nicht die Berührungsstelle der beiden Metalle, sondern die Berührungsstellen der beiden Metallflächen mit der Flüssigkeit gelten. Nach ihm geht die elektrische Spannung der chemischen Wirkung voraus; wird aber den Polen eines galvanischen Elementes freie Elektricität entzogen, so kann eine Wiederherstellung der Ladung nur durch eine entsprechende chemische Thätigkeit bewirkt werden. Befragt man dagegen die Erscheinungen selbst, so findet man, dass bei der Entwickelung der Contactelektricität zwei Bedingungen erfüllt sein müssen: die Berührung zweier verschiedener, leitender Körper und die Gegenwart freier Wärme. Dieses haben wir zunächst theoretisch und empirisch zu beweisen.

Im Innern der homogenen Körper sind alle Bedingungen zur Aufrechterhaltung ihrer inneren Bewegungen erfüllt; es treffen nur Wärmewellen mit Vibrationen von gleicher Dauer und gleicher Intensität auf einander und begründen durch ihre Verwandlung in stehende Wärmewellen die Beständigkeit der inneren Bewegungen und das Fortbestehen der Körper in ihrer Eigenthümlichkeit. Nicht so an der Berührungsfläche zweier verschiedenartiger Körper; hier stossen Wärmewellen mit einer verschiedenen Vibrationsdauer auf einander und können sich folglich nicht in stehende Wärmewellen verwandeln. Findet ein Uebergang der Wärmewellen aus dem einen in den anderen Körper statt, so ist die Folge davon, wie wir wissen, die chemische Verbindung der beiden sich berührenden Körper; es tritt eine gegenseitige Mittheilung der stehenden Wärmewellen zwischen den Körpern ein; die inneren Bewegungen gleichen sich aus, so dass die Materie in einem zusammengesetzten Körper gleichzeitig an den Vibrationsbewegungen seiner beiden

Bestandtheile theilnimmt. Sind dagegen die zum Zustandekommen einer chemischen Verbindung erforderlichen Bedingungen nicht erfüllt, so müssen wir annehmen, dass die Intensität der Wärmevibrationen, entweder durch eine totale Reflexion an der Berührungsfläche der beiden Körper oder durch eine gleiche Ein- und Ausstrahlung von Wärme, jedoch ohne Mittheilung von Vibrationen fremdartiger Dauer, aufrecht erhalten wird. In beiden Fällen, sowohl bei dem unveränderlichen Fortbestehen der Körper neben einander, wenn die Bedingungen einer chemischen Verbindung nicht erfüllt sind, als auch im Momente der chemischen Vereinigung, wenn die Körper in Berührung mit einander gerathen, tritt an ihrer Berührungsfläche eine Ausgleichung der inneren Bewegungen beider Körper ein, da die Berührungsfläche sowohl dem einen, wie dem anderen Körper angehört und somit auch an den inneren Bewegungen beider Körper theilnehmen muss. Diese zusammengesetzten Vibrationen, welche an der Berührungsfläche zweier Körper vor sich gehen oder entstehen, sind es, durch welche die Erscheinungen der Elektricität hervorgebracht werden.

Für den Augenblick ist es noch nicht möglich, sich eine bestimmte Vorstellung über die Art dieser Bewegungen zu bilden; nur mit Hülfe der Mathematik wird man dazu gelangen. Den zu befolgenden Weg denken wir uns etwa auf folgende Weise: Zunächst wäre ein mathematischer Ausdruck für die innere Bewegung der einzelnen Körper aufzustellen, eine Gleichung für die Curve, welche jeder Punkt innerhalb eines Vibrationsatoms bei seinen Schwingungen beschreibt. Aus der Verbindung solcher für zwei verschiedene Körper geltenden Gleichungen müsste sodann die Gleichung für die zusammengesetzten Bewegungen an der Berührungsfläche dieser Körper hervorgehen. Diese Gleichung würde das Gesetz der Elektricitätsvibrationen in sich enthalten. Wir sind zwar noch sehr weit von diesem Ziele entfernt, zweifeln jedoch nicht daran, dass man bei den grossartigen Erfolgen der Mathematik auch bis dahin gelangen wird.

Für den Augenblick müssen wir uns noch mit dem einfachen Worte begnügen und deshalb unter den uns bekannten

Vibrationsbewegungen nach Analogien für die Elektricitätsvibrationen suchen. An der Oberfläche eines Körpers kommen nur halbe Vibrationsatome vor; die Berührungsfläche zweier Körper geht also durch die Mitte der Vibrationsatome hindurch; hier erreichen die stehenden Wärmevibrationen ihre grösste Intensität und die schwingenden Theile die grösste Ausweichung von ihrer Gleichgewichtslage; ausserdem sind die nebeneinanderliegenden Vibrationsatome stets in einem entgegengesetzten Schwingungszustande begriffen. Wenn die Bewegung in einem Vibrationsatom nach aussen gerichtet ist, so ist sie in dem daneben liegenden Vibrationsatom nach innen gerichtet; wenn die Theile an der Oberfläche eines Körpers innerhalb eines Vibrationsatoms ihre grösste Verschiebung nach aussen, d. h. in den anderen Körper hinein erreicht haben, so sind sie in dem benachbarten Vibrationsatom am meisten in den eigenen Körper hineingedrückt. Die Oberfläche eines Körpers hat demnach in jedem Augenblicke das Ansehen einer in einer stehenden Schwingung begriffenen Wasserfläche; einige Theile sind über das Niveau der Oberfläche erhöht, andere vertieft, jene entsprechen den kegelförmigen Wellenbergen, diese den trichterförmigen Wellenthälern; dabei ist die Oberfläche der Körper ebenfalls in einer beständigen auf- und niedergehenden Bewegung begriffen, die Wellenberge verwandeln sich in Wellenthäler, die Wellenthäler in Wellenberge; dazwischen wird die Oberfläche glatt wie eine Ebene, wobei jedoch die Bewegungen in den benachbarten Vibrationsatomen nach entgegengesetzten Seiten gerichtet sind und zugleich ihr Maximum an Geschwindigkeit und Intensität erreicht haben.

Da diese Darstellung von der Oberfläche der Körper für beide Körper gültig ist, welche mit einander in Berührung sind, ihre Berührungsfläche aber an den inneren Bewegungen beider Körper theilnimmt, so folgt daraus, da die Wärmevibrationen in verschiedenen Körpern von verschiedener Dauer sind, dass an dieser Stelle nur zusammengesetzte Vibrationen vorkommen können. Es tritt hier, schon vor der Verbindung der beiden Körper und auch ohne dass eine solche erfolge, diejenige Ausgleichung der inneren Bewegungen beider Körper ein, welche

sonst nur durch den chemischen Process erreicht wird. Diese gegenseitige Einwirkung zweier Körper beschränkt sich jedoch nicht allein auf ihre Berührungsfläche, sondern ebenso wie die Bewegung der Wasserwellen bis zu einer Tiefe hinabreicht, die gleich ihrer 350fachen Höhe ist, so nehmen auch die Theile der Körper, welche ihrer Berührungsfläche am nächsten liegen, an den Bewegungen derselben Theil. Die inneren Bewegungen eines Körpers werden also von seiner Berührungsfläche aus mit einem anderen Körper modificirt; diesen modificirten Wärmevibrationen schreiben wir die Erscheinungen der Elektricität zu, in ihnen haben wir also auch die Erklärung der beobachteten Elektricitätserscheinungen zu suchen.

Diese fremdartigen Bewegungen, welche die Theile eines Körpers an seiner Oberfläche unter dem Einflusse eines anderen Körpers auszuführen haben, bleiben jedoch nicht an der Berührungsfläche beider Körper gebunden, sondern sie werden auch den anderen Theilen seiner Oberfläche mitgetheilt. Dadurch unterscheiden sich die Leiter und die Nichtleiter der Elektricität von einander. Wie die Wellen sich auf einer Wasserfläche verbreiten, so werden auch die Elektricitätsvibrationen, von der Berührungsfläche zweier Körper aus, durch die Leiter der Elektricität weiter fortgepflanzt. Die Leiter sind in Bezug auf die Elektricitätsvibrationen gleichsam flüssige Körper, die Nichtleiter dagegen die festen Ufer, von denen die Elektricitätswellen zurückgeworfen werden.

Sind zwei Leiter mit einander in Berührung, so werden sie in einen entgegengesetzt elektrischen Zustand versetzt. Worauf beruht nun die Verschiedenheit der beiden Elektricitäten? An der Berührungsfläche zweier Körper haben sich die inneren Bewegungen beider Körper vereinigt; die Wellenberge und Wellenthäler, welche an der Oberfläche des einen Körpers stattfinden, prägen sich als Vertiefungen und Erhöhungen, gleichsam als umgekehrte Wellenberge und Wellenthäler, auf den Wellen des anderen Körpers aus. Je nachdem von welchem Körper aus man diese Bewegungen der Berührungsfläche betrachtet, erscheinen sie als in entgegengesetztem Schwingungszustande begriffen; was in Bezug auf den einen Körper ein Wellenberg ist,

ist in Bezug auf den anderen ein Wellenthal und umgekehrt. Verbreiten sich nun diese Bewegungen über die sich in Berührung mit einander befindlichen Körper, so sieht man leicht ein, dass ihre Oberfläche in gleicher Entfernung von dem Erregungspunkte der Elektricität, stets in einem entgegengesetzten Schwingungszustande begriffen sein muss. Diejenige Bewegung, welche die Berührungsfläche verlässt und sich auf der Oberfläche beider Körper ausbreitet, wird von dem einen Körper als Wellenberg, von dem anderen als Wellenthal fortgepflanzt. — Wir definiren deshalb die Verschiedenheit der beiden Elektricitäten dahin, dass diese durch Vibrationen hervorgebracht werden, welche in gleicher Entfernung von ihrem Erregungspunkte sich stets in entgegengesetzten Schwingungszuständen befinden.

Wird ein elektrischer Körper in Verbindung mit einem leitenden Körper gebracht, so verbreiten sich die Elektricitätswellen auf demselben, wie die Wasserwellen auf der Oberfläche des Wassers; sie pflanzen sich so lange fort, bis sie an das Ende des Körpers gelangen oder auf nichtleitende Substanzen treffen; hier werden sie zurückgeworfen, verwandeln sich durch Interferenz mit den nachfolgenden in stehende Elektricitätswellen und begründen dadurch den statischen Zustand der Elektricität. Werden dagegen die beiden Pole einer galvanischen Batterie in eine leitende Verbindung mit einander gebracht, so treffen die entgegengesetzten Elektricitätswellen auf einander. Bei der einen Elektricität geht der Wellenberg, bei der anderen das Wellenthal voran, beim Zusammentreffen vernichten sich diese durch Interferenz, die Elektricitäten verschwinden und an ihrer Stelle treten Licht- und Wärmeerscheinungen hervor. Es findet hier der entgegengesetzte Process von dem statt, welcher an der Erregungsstelle der Elektricität vor sich geht. Dort werden die Wärmevibrationen der beiden Körper an ihrer Berührungsfläche in zwei verschiedenartige Vibrationen zerlegt, welche als positive und negative Elektricität von den Körpern weiter geleitet werden, hier treffen die beiden Elektricitäten wieder zusammen und verwandeln sich in Wärme. Die Elektricitätsvibrationen sind gleichsam entzweite Wärmevibrationen, die ebenso, wie aus der

Vereinigung der verschiedenen Farben das weisse Licht hervorgeht, sich auch wieder zu Wärmevibrationen vereinigen.

Die Elektricität entsteht nur an der Berührungsstelle zweier verschiedener Körper. Der Contact ist jedoch nur die Bedingung, nicht aber die Ursache der Elektricität; als eine Bewegung kann sie auch nur durch andere Bewegungen hervorgebracht werden. Solche Bewegungen sind aber durch die Wärme in jedem Körper enthalten und diese erscheint hinreichend, um einen anfänglichen elektrischen Zustand der Körper zu erklären. Wird aber die Elektricität abgeleitet, so müssten die Körper bei einer weiteren Elektricitätsentwickelung immer wieder von Neuem von ihrem innern Vorrath an Wärme schöpfen; in Folge dessen müssten sie sich abkühlen. Es lässt sich zwar denken, dass dieser Verlust an innerer Bewegung durch eine gleiche Einstrahlung von aussen wiederersetzt werden kann, und in diesem Sinne steht einer reinen Contacttheorië vom theoretischen Standpunkte aus nichts im Wege; es ist jedoch wahrscheinlich, dass die Elektricitätserregungen, welche auf diese Weise erfolgen, so unbedeutend sind, dass sie sich jeder Beobachtung entziehen. Um kräftigere Elektricitätswirkungen zu erlangen, müssen mechanische Mittel angewendet werden; die dabei erforderliche Arbeit wird durch Reibung, durch Wärme und durch den chemischen Process geleistet. —

Die Reibung wirkt bei der Entwickelung der Elektricität theils mechanisch, theils durch die Wärme, welche die Folge einer jeden Reibung ist; sie dient gleichzeitig dazu, um die Elektricität auf der Oberfläche der nichtleitenden Substanzen, wie Glas und Harz, auszubreiten. — Durch die Reibung wird die Berührung der beiden Körper eine innigere, ihre Berührungspunkte werden lebhaft erregt und in den Schwingungszustand versetzt, den wir als den elektrischen bezeichnen.

Die einfachste Art der Elektricitätserregung ist diejenige, welche bei den thermoelektrischen Strömen befolgt wird, sie entspricht deshalb auch deutlich den theoretischen Forderungen. An der Löthstelle der beiden Metalle haben wir die Berührung verschiedenartiger Körper, die zur Entwickelung der Elektricitäten erforderliche Wärme wird von aussen zugeführt. An der

erwärmten Löthstelle werden die Wärmevibrationen, unserer obigen Darstellung gemäss, zerlegt und als positive Elektricität von dem einen, als negative Elektricität von dem anderen Metall weiter geleitet. — An der anderen Löthstelle vereinigen sich die beiden Elektricitäten wieder zu Wärme, und dieser Vorgang dauert so lange, bis die Temperatur der beiden Metalle wieder vollkommen gleichmässig geworden ist.

Die reichste Quelle der Elektricitätsentwickelung besitzen wir aber in den chemischen Processen, welche in den hydroelektrischen Ketten vor sich gehen; es ist jedoch nicht der chemische Process selbst die Ursache der Elektricitätsentwickelung, da derselbe als eine blosse Vereinigung oder Trennung zweier Körper keine Arbeit zu verrichten vermag, sondern die Wärme, welche dabei frei wird. Bei der chemischen Verbindung zweier Körper sind diejenigen Bedingungen erfüllt, welche zur Entwickelung der Elektricität erforderlich sind: die Berührung verschiedenartiger Körper im Moment ihrer Vereinigung und das Auftreten von Wärme. Sorgt man für eine leitende Verbindung zwischen den beiden Körpern, so kann bei jeder chemischen Vereinigung, bei welcher Wärme frei wird, ein galvanischer Strom entstehen.

Die Elektricitätsentwickelung in einer Wollaston'schen Säule erklärt sich demnach auf folgende Weise. Wird Zink in verdünnte Schwefelsäure eingetaucht, so nimmt das Zink eine negative, die Flüssigkeit aber eine positive elektrische Ladung an. Das Zink wird zugleich auf Kosten des Wassers oxydirt, wobei der Wasserstoff frei wird; die bei der Verbindung des Zinks mit dem Sauerstoff auftretende Wärme wird dazu verbraucht, theils um dem freiwerdenden Wasserstoff seine frühere Gasform zu ertheilen, theils um die Flüssigkeit zu erwärmen. Wird nun in die Flüssigkeit eine Kupferplatte getaucht und diese in eine leitende Verbindung mit dem Zink gebracht, so hört die Entwickelung des Wasserstoffs an dem Zink auf; die Wärme, welche bis dahin verwendet wurde, dem Wasserstoff seine frühere Gasform wiederzugeben, wird jetzt zertheilt: als negative Elektricität wird sie durch den Zink und den leitenden

Drath auf die Kupferplatte übergeführt; als positive Elektricität geht sie durch chemische Zersetzung des Wassers, und durch aufeinanderfolgende Verbindungen und Trennungen des Wasserstoffs und des Sauerstoffs vermittelt, durch die Flüssigkeit hindurch; dort, wo die beiden Elektricitäten wieder zusammentreffen, also an der Berührungsstelle des Kupfers mit der Flüssigkeit, verbinden sich die beiden Elektricitäten wieder zu Wärme und setzen schliesslich den Wasserstoff in Freiheit, der sich nunmehr an der Kupferplatte entwickelt. Die Elektricität hat dabei die Arbeit zu verrichten, welche erforderlich ist, um dem Wasserstoff seinen Gaszustand und seine raumerfüllende Kraft wiederzugeben. Der Theil des Stromes, welcher zu dieser Arbeit verwendet wird, fehlt nun in dem Leitungsdrath, wie man dies an dem Schwächerwerden des Stromes erkennt. Man hat diese Abnahme des Stromes als galvanische Polarisation bezeichnet und sie durch eine Ablagerung einer dünnen Schicht Wasserstoffgas und durch die Entstehung eines entgegengesetzten Stromes erklären wollen. Beides ist jedoch falsch, da die Ablagerung der Gasschicht höchstens nur ein Leitungswiderstand sein kann, der Gegenstrom aber nur dann zu Stande kommt, wenn der Wasserstoff sich wieder zu Wasser verbindet und dabei seinen Gaszustand und seine raumerfüllende Kraft wieder als Wärme und als Elektricität ausstrahlt. Die galvanische Polarisation ist nichts Anderes, als eine wirklich geleistete Arbeit, auf welche ein Theil des Stromes verwendet wird. Bei den constanten Ketten wird dieser Uebelstand vermieden. Bei der Daniell'schen Kette z. B. steht die Kupferplatte nicht in verdünnter Schwefelsäure, sondern in einer Lösung von Kupfervitriol; es wird hier nicht Wasserstoff, sondern Kupfer entwickelt; das Kupfer ist aber ein fester Körper, welcher, um in Freiheit gesetzt zu werden, eine geringere Arbeit erfordert als der gasförmige Wasserstoff; deshalb kann der galvanische Strom in gleicher Stärke fortdauern. Bei den Bunsen'schen und Grove'schen Ketten wird dasselbe dadurch erreicht, dass der Wasserstoff durch den Sauerstoff der Salpetersäure sogleich bei seiner Entstehung wieder oxydirt wird. Die Arbeit, welche der Strom darauf verwendet, um den Wasserstoff in Freiheit zu setzen,

wird ihm durch die Verbindung des Wasserstoffs mit dem Sauerstoff als neuer Strom wieder ersetzt.

Wie der galvanische Strom die Wirkung der Wärme ist, welche bei der Verbindung zweier Körper auftritt, so vermag er auch umgekehrt Verbindungen zu zersetzen, indem er ihnen diejenige Wärme zuführt, welche bei der chemischen Vereinigung ausgestrahlt worden ist. Wenn man den galvanischen Strom durch Wasser $H_2 \Theta$ hindurch gehen lässt, indem man die beiden Poldräthe in dasselbe eintaucht und in einer kleinen Entfernung von einander hält, so entwickelt sich das Wasserstoffgas in kleinen Bläschen am negativen, der Sauerstoff aber an dem positiven Pol. Das Volumen des freiwerdenden Wasserstoffgases ist doppelt so gross als das des Sauerstoffgases. Die Wirkung der Elektricität ist hier völlig klar: diejenigen inneren Bewegungen, welche der Wasserstoff und der Sauerstoff bei ihrer Verbindung als Verbrennungswärme ausgestrahlt haben, werden ihnen durch den galvanischen Strom wieder zugeführt und ihnen dadurch der Gaszustand und die raumerfüllende Kraft wiedergegeben, die sie im freien Zustande besitzen. Der Wasserstoff, welcher die Dauer seiner Wärmevibrationen bei seiner Verbindung mit dem Sauerstoff verdoppelt hat, setzt sie wieder auf die Hälfte herab und nimmt deshalb auch nach der Trennung ein doppelt so grosses Volumen als der Sauerstoff ein.

Ebenso wie das Wasser werden auch andere Verbindungen durch den galvanischen Strom zerlegt. Wenn man ein Stückchen Kali $Ka_2 \Theta$ zwischen die Pole einer kräftigen Säule bringt, indem man es auf eine Platinplatte legt, die mit dem positiven Pol der galvanischen Säule verbunden ist, und es oben mit einem den negativen Pol der Säule bildenden Platindrathe berührt, so findet nach kurzer Zeit eine oberflächliche Schmelzung statt; an der positiven Platinplatte entwickeln sich Bläschen von Sauerstoffgas, an dem negativen Platindrath erscheinen aber kleine Metallkügelchen von silberweisser Farbe und deutlichem Metallglanze, die sich nach und nach zu grösseren Kügelchen vereinigen. Der Versuch gelingt mit Natron $Na_2 \Theta$ noch besser, weil sich das Natrium nicht so leicht an der Luft wieder oxydirt, wie das Kalium.

Auch die Chlormetalle werden im geschmolzenen Zustande durch den galvanischen Strom zersetzt. Das Salz wird auf einer Glasplatte mit Hülfe einer Weingeistflamme geschmolzen, worauf die Poldräthe in das geschmolzene Salz eingetaucht werden; dabei wird das Chlor am positiven, das Metall an dem negativen Pole ausgeschieden.

Wenn concentrirte Lösungen der Chlormetalle dem Strom ausgesetzt sind, so werden sie meist in gleicher Weise zersetzt, wie die geschmolznen Chlormetalle, d. h. es wird das Chlor an dem einen, das Metall an dem anderen Pol ausgeschieden. Bei verdünnteren Lösungen tritt neben der Elektrolyse des Chlormetalles auch noch die Zersetzung des Lösungsmittels, also in den meisten Fällen des Wassers, auf. Aus einer gesättigten Lösung von Kochsalz Na Cl wird Chlor und Wasserstoff ausgeschieden. Das Chlor entweicht am positiven Ende, das Natrium zersetzt aber das Wasser, indem es sich mit dem Sauerstoff verbindet, und setzt dadurch den Wasserstoff in Freiheit.

In den Lösungen der sauerstoffsauren Salze werden nur die Metalloxyde durch den galvanischen Strom zersetzt, wobei selbstverständlich auch ein entsprechender Theil der Säure in Freiheit gesetzt wird. Der Sauerstoff wird am positiven, das Metall am negativen Pole ausgeschieden. Taucht man z. B. die aus Platin bestehenden Polplatten einer Säule in eine Lösung von Kupfervitriol Ꞓu Θ, S $Θ_3$, so steigen am positiven Pol Bläschen von Sauerstoff auf, während an der negativen Polplatte keine Gasentwickelung beobachtet wird. Nimmt man aber nach einiger Zeit die negative Polplatte aus der Lösung heraus, so ist sie vollständig mit metallischem Kupfer überzogen, während man in der Flüssigkeit freie Säure findet.

Aus den Lösungen der Alkalisalze werden dagegen durch den galvanischen Strom Wasserstoff und Sauerstoff entwickelt. Wenn man in eine Lösung von Glaubersalz, Na_2 Θ, S $Θ_3$, die Polplatten einer Säule taucht, so wird auch hier zunächst durch den galvanischen Strom das Metalloxyd zerlegt. Der Sauerstoff wird am positiven Pole ausgeschieden, das Natrium zersetzt aber das Wasser, indem es sich wieder zu Natron oxydirt, während der Wasserstoff sich am negativen Pole entwickelt.

Die in Freiheit gesetzten Bestandtheile des Salzes sammeln sich um die Polplatten: die Säure am positiven, das Oxyd an dem negativen Pole, was man dem Auge sichtbar machen kann, wenn man die Lösung durch etwas Malventinctur violett färbt. Die Flüssigkeit wird durch die Einwirkung der freien Säure am positiven Pole roth, am negativen Pole durch das Natron grün gefärbt. —

Bei der Elektrolyse des Salmiaks NH_3 H Cl wird durch den galvanischen Strom nur die Salzsäure zerlegt; der Wasserstoff entweicht an dem negativen Pol; das nascirende Chlor zersetzt aber das Ammoniak unter Bildung von Chlorstickstoff und Salzsäure.

Vergleicht man die Gewichte der Verbindungen, welche in den Zersetzungszellen zerlegt werden, mit dem Gewichte des in der Erregungszelle gebildeten Zinkoxyds, so findet man, dass es äquivalente Mengen sind. Auf 81 Gewichtstheile Zinkoxyd, welche gebildet werden, finden sich z. B. 18 · Gew. Wasser, 278 Gew. Chlorblei, 287 Gew. Chlorsilber und 289 Chlorzinn zersetzt. Diese Gewichtsmengen sind aber äquivalent: Zn Θ, H_2 Θ, Pb Cl_2, Ag_2 Cl_2 und Sn Cl_2. Diejenige Wärme also, welche bei der Bildung eines Aequivalentes Zinkoxyd entwickelt wird, reicht genau hin, um unter der Form der Elektricität äquivalente Mengen anderer binären Verbindungen zu zersetzen.

Es scheint wohl keinem Zweifel mehr unterworfen zu sein, dass die Entwickelung der Elektricität in den galvanischen Säulen die Wirkung der bei der Verbindung des Zinks mit dem Sauerstoff auftretenden Wärme ist. Dadurch lassen sich alle Erscheinungen der Elektricität auf eine und dieselbe Ursache, auf die Wärme, zurückführen. Der thermo-elektrischen Ströme nicht zu gedenken, erscheint auch die Reibungselektricität als eine thermische Wirkung der Reibung, und die Reibung selbst nur deshalb nothwendig, um die mangelhafte Leitungsfähigkeit der dabei gebrauchten Substanzen zu ersetzen. „Die sogenannte Spannungsreihe ist nichts als die Reihe der Affinitäten.“ Wie jedes Metall ein anderes fällen kann, wenn es mehr Wärme bei seiner Verbindung mit dem Sauerstoff oder Chlor entwickelt, so bringt es dadurch auch eine kräftigere Spannung der Elek-

tricität hervor. Die Elektricität aber als eine eigenthümliche Wirkung der Wärme betrachtet, lässt sich in eine allgemeine mechanische Naturtheorie hineinreihen und auf die allen Naturerscheinungen zu Grunde liegende Einheit, auf die inneren Bewegungen der Körper, zurückführen.

§ 62. **Wirkungen der Elektricität in die Ferne.** Zwei frei bewegliche und in den elektrischen Zustand versetzte Körper haben, einander genähert, das Bestreben, wenn sie mit gleicher Elektricität beladen sind, sich von einander zu entfernen, bei entgegengesetzter Elektricität, sich einander zu nähern und bleiben bei eintretender Berührung an einander haften. In den Lehrbüchern der Physik wird diese Erscheinung auf folgende Weise ausgedrückt: Die gleichnamigen Elektricitäten stossen sich ab, die ungleichnamigen ziehen sich an. Diese Ausdrucksweise ist jedoch mangelhaft. Anziehung und Abstossung sind, wenn keine materielle Verbindung zwischen den Körpern besteht, völlig begriffslos. Die Erfahrung zeigt uns nur die Bewegungen der elektrischen Körper, nicht aber die dabei wirkende Ursache. Die Ausdrücke „Anziehung“ und „Abstossung“ enthalten dagegen eine scheinbare Erklärung, welche durch unser gegenwärtiges Wissen nicht gerechtfertigt erscheint. Will man den sicheren Weg der Induction verfolgen, d. h. über das empirisch Gegebene nicht hinausgehen, so darf bei den oben erwähnten Erscheinungen nur von Bewegungen die Rede sein. — Die Elektricität ist, wie die Wärme, ein Vibrationszustand der Körper. Ein Körper, welcher über die Temperatur seiner Umgebung erwärmt ist, sendet beständig fortschreitende Wellen als strahlende Wärme von sich aus. Ein elektrischer Körper hat ebenso das Bestreben fortschreitende Wellen als strahlende Elektricität auszusenden. Wie wir die Körper in Bezug auf die strahlende Wärme in diathermane und athermane eingetheilt haben, so können wir auch in Bezug auf die strahlende Elektricität, je nachdem ob sie die Fähigkeit haben die fortschreitenden Elektricitätswellen hindurchzulassen oder nicht, diaelektrische und anelektrische Körper unterscheiden. Die Leiter der Elektricität sind anelektrische Körper; sie pflanzen die strömende

Elektricität weiter fort, lassen aber die strahlende Elektricität nicht hindurch. Die schlechten Leiter sind dagegen diaelektrische Körper, vor allen die atmosphärische Luft. Ein elektrischer Körper, welcher nur von Luft umringt ist, sendet nach allen Seiten hin fortschreitende Elektricitätswellen aus, welche die Luft, wie das Licht die durchsichtigen Körper, durchdringen. Diese strahlende Elektricität begründet um den Körper gleichsam eine elektrische Atmosphäre, durch welche die Wirkungen der Elektricität in die Ferne vermittelt werden.

Wird ein isolirter, aus einer leitenden Substanz bestehender Körper einem elektrischen Körper genähert, so werden in ihm die Wärmevibrationen in elektrische Vibrationen zerlegt; die dem elektrischen Körper entgegengesetzte Elektricität entsteht auf der ihm zugewandten Seite, die gleiche auf der von ihm abgewandten. Diese Erscheinung ist eine Fernwirkung des elektrischen Körpers und kann augenscheinlich nur einer ihn umringenden, elektrischen Atmosphäre zugeschrieben werden; sie beweist, dass die fortschreitenden Elektricitätswellen, welche die Luft durchdringen, ein Bestreben haben, in den in ihrem Bereiche befindlichen Körpern solche Bewegungen hervorzurufen, mit denen sie sich wieder zu Licht und Wärme vereinigen können; deshalb wird auch die entgegengesetzte Elektricität auf der zu dem elektrischen Körper zugewandten Seite gebunden. Die beiden Elektricitäten können aber als entzweite Wärmevibrationen nicht einseitig hervorgerufen werden; tritt die eine Elektricität auf, so muss auch die andere erscheinen; die dem elektrischen Körper gleiche Elektricität wird aber auf die von ihm abgewandte Seite verwiesen und kann von hier aus in den Boden abgeleitet werden. Werden die Körper hinreichend genähert, so tritt eine wirkliche Vereinigung der beiden Elektricitäten ein, und man erblickt die Erscheinung des elektrischen Funkens. Dieselbe Erscheinung wiederholt sich bei der Franklin'schen Tafel und der Leydener Flasche. Das Glas ist ein Nichtleiter der Elektricität und zugleich ein diaelektrischer Körper; es ist gegen die strahlende Elektricität durchsichtig; deshalb können die auf beiden Seiten des Glases angehäuften entgegengesetzten Elektricitäten sich vermittelst ihrer fortschrei-

tenden Wellen durch das Glas hindurch binden. Wird die Ladung zu stark, so wird das Glas durchbrochen, und die beiden Elektricitäten vereinigen sich mit einander.

Die Bewegungen der elektrischen Körper von und zu einander sind ebenfalls Fernwirkungen der Elektricität. Die fortschreitenden Elektricitätswellen, welche von einem elektrischen Körper ausgehen und ihn mit einer elektrischen Atmosphäre umringen, werden durch die Stösse seiner Elektricitätsvibrationen hervorgebracht. Durch Rückwirkung ist aber der elektrische Körper eben solchen Stössen ausgesetzt. Ist er alleinstehend, so sind diese Stösse von allen Seiten gleich, und er bleibt in Ruhe. Werden aber zwei frei bewegliche, mit gleicher Elektricität beladene Körper einander genähert, so unterstützen sich die von ihnen ausgehenden, fortschreitenden Elektricitätswellen gegenseitig, die Spannung der elektrischen Atmosphäre wird zwischen den Körpern eine grössere, sie erleiden auf ihrer Verbindungslinie stärkere Stösse, als von den anderen Seiten, und entfernen sich in Folge dessen von einander. Sind die Körper dagegen von verschiedener Elektricität, so tritt bereits in den elektrischen Atmosphären eine Vereinigung der beiden Elektricitäten, ein gegenseitiges Neutralisiren, ein; die fortschreitenden Elektricitätswellen treffen in gleicher Entfernung von ihren Erregungspunkten in entgegengesetzten Schwingungszuständen auf einander und vernichten sich dadurch; die Spannung der elektrischen Atmosphäre wird zwischen den Körpern geringer als nach aussen; diese erleiden auf den von einander abgewandten Seiten stärkere Stösse, als auf ihrer Verbindungslinie, und sie bewegen sich in Folge dessen zu einander.

Solche Bewegungen von und zu einander beobachtet man auch an den Leitungsdräthen galvanischer Ströme, wenn die Einrichtung so getroffen ist, dass sie frei beweglich sind. Wird ein Drath viereckig oder kreisförmig gebogen und werden seine beiden Enden in senkrecht über einander stehende Näpfchen mit Quecksilber getaucht, welche ihrerseits wieder in Verbindung mit den Polen einer galvanischen Säule stehen, so kann sich dieser Drath, während er von einem galvanischen Strom durchlaufen wird, zugleich um eine verticale Axe drehen. Wenn

zwei solche bewegliche Dräthe einander genähert werden, so beobachtet man, dass diejenigen Theile, in welchen die galvanischen Ströme nach derselben Seite gerichtet sind, sich zu einander bewegen, bei entgegengesetzten Strömen aber sich von einander entfernen. Gekreuzte Ströme stellen sich parallel in der Art, dass gleiche Ströme nach derselben Seite gerichtet sind. — Wie die Elektricitätsvibrationen eines Körpers strahlende Elektricitätswellen von sich aussenden und den Körper mit einer elektrischen Atmosphäre umgeben, so gehen auch von der strömenden Elektricität fortschreitende Elektricitätswellen aus und bilden um den Leitungsdrath eine galvanische Atmosphäre, durch welche die Fernwirkungen der Ströme begründet werden.

Wie die Bewegungen der elektrischen Körper sich durch ihre elektrischen Atmosphären erklären, so finden auch die Bewegungen der Ströme ihre Erklärung dadurch, dass die galvanischen Atmosphären, wenn die Ströme entgegengesetzt sind, sich gegenseitig unterstützen und die beweglichen Leitungsdräthe auseinander treiben; wenn sie dagegen gleich gerichtet sind, d. h. wenn der positive Strom des einen Drathes dem negativen Strom des anderen entgegengesetzt ist, so neutralisiren sie sich gegenseitig, wobei die Dräthe einander genähert werden.

Ein galvanischer Strom kann in einem für sich abgeschlossenen Leitungsdrathe einen anderen Strom erregen. Bezeichnen wir den Schliessungsbogen einer galvanischen Batterie als den Hauptdrath, den anderen als den Nebendrath. Sind die beiden Dräthe in geringer Entfernung von einander, so beobachtet man im Moment, wo die Kette geschlossen wird, im Nebendrath einen Strom, welcher aber dem im Hauptdrathe circulirenden entgegengesetzt ist. Dieser Strom im Nebendrath ist jedoch nicht andauernd, sondern verschwindet auch sofort wieder, so lange der primäre Strom mit gleichmässiger Stärke den Hauptdrath durchläuft; sobald aber der Hauptstrom unterbrochen wird, so entsteht im Nebendrath von Neuem ein Strom, jedoch in gleicher Richtung mit dem Hauptstrom. Diese Strombildung in einem geschlossenen Leiter durch Einwirkung eines benach-

barten Stromes wird als Induction bezeichnet. Ein galvanischer Strom inducirt also in einem geschlossenen Leiter im Moment seines Entstehens einen Strom von entgegengesetzter Richtung, im Moment seines Aufhörens einen gleich gerichteten Strom. —

Der galvanische Strom ist eine beständige Wiedervereinigung der beiden Elektricitäten. In dem Hauptdrathe kommen also, sobald die Kette geschlossen ist, beide Arten von Elektricitäten vor; die positive Elektricität strömt vom positiven zum negativen Pol, die negative Elektricität vom negativen zum positiven. Wie ein elektrischer Körper vermittelst seiner elektrischen Atmosphäre die beiden Elektricitäten in einem anderen ihm genäherten Körper zu trennen und zu vertheilen vermag, so üben die beiden Elektricitäten eines Stromes durch die ihn umringende galvanische Atmosphäre eine gleiche Wirkung auf den Nebendrath aus. Die positive Elektricität des Stromes ruft die negative, die negative die positive im Nebendrath hervor. Mit diesen Elektricitäten werden auch durch die vertheilende Wirkung des Stromes ihre Complemente, d. h. die entgegengesetzten Elektricitäten hervorgerufen. Es kommen also im Moment, wo der Hauptstrom geschlossen wird, im Nebendrathe gleichsam doppelte Quantitäten sowohl von positiver, als negativer Elektricität vor, welche durch ihre Vereinigung die Veranlassung zu zwei entgegengesetzten Strömen geben können. Die beiden Elektricitäten im Hauptdrathe binden diejenigen Elektricitäten im Nebendrathe, zu welchen sie ein Annäherungsbestreben haben und die aus diesem Grunde einen gleich gerichteten Strom geben würden, während die beiden anderen Hälften der entwickelten Elektricitäten im Nebendrathe frei sind und durch ihre Vereinigung momentan einen Strom hervorbringen, der entgegengesetzt demjenigen im Hauptdrathe ist.

Wird der Hauptstrom unterbrochen, so werden die bis dahin gebundenen Elektricitäten frei und bringen, indem sie sich vereinigen, einen momentanen Strom hervor, welcher mit dem Hauptstrom gleich gerichtet ist.

Die Bewegungserscheinungen der elektrischen Körper und der beweglichen Ströme von und zu einander, die Vertheilung

der Elektricität und die inducirten Ströme lassen sich also durch die Annahme strahlender Elektricitätswellen, welche um die Körper eine elektrische und galvanische Atmosphäre begründen, erklären, ohne dass man gezwungen wäre, seine Zuflucht zu der sehr unwahrscheinlichen Hypothese anziehender und abstossender Kräfte zu nehmen.

§ 63. **Magnetismus.** Zur Erklärung der Erscheinungen des Magnetismus hat es in den Lehrbüchern der Physik an einer Hypothese über magnetische, imponderabele Flüssigkeiten, mit anziehenden und abstossenden Kräften begabt, nicht gefehlt. Auf dem gegenwärtigen Standpunkte der Wissenschaft kann jedoch eine solche Ansicht nur noch allein als ein Irrthum bezeichnet werden. Die Erscheinungen selbst weisen auf die wahre Ursache des Magnetismus hin. Diese Erscheinungen sind aber folgende:

Wenn man dem Schliessungsdrathe einer Säule, während der elektrische Strom hindurchgeht, eine frei aufgehängte Magnetnadel nähert, so wird sie abgelenkt. Um die Richtung zu bestimmen, in welcher diese Ablenkung erfolgt, hat Ampère folgende Regel angegeben: Man denke sich in dem galvanischen Strom eine kleine menschliche Figur so eingeschaltet, dass der positive Strom bei den Füssen ein und am Kopfe austritt; wenn diese Figur ihr Gesicht der Nadel zukehrt, so wird der Nordpol der Nadel (das Nordende) immer nach der linken Seite hin abgelenkt. Wird die Nadel über dem Strom gehalten, so muss die Figur auf dem Rücken liegen, wenn ihr Gesicht der Nadel zugekehrt sein soll; bei dieser Lage der Figur ist ihre linke Seite, wenn der positive Strom von Norden nach Süden geht, die westliche. Wird die Nadel unter den Strom gehalten, so muss die Figur das Gesicht nach unten kehren und nun wird ihre linke Seite die östliche.

Wenn ein in der Richtung des magnetischen Meridians sich bewegender horizontaler Strom allein auf die Nadel wirkte, so würde sie sich rechtwinklig auf den magnetischem Meridian stellen; ausser dem Strom wirkt aber noch der Erdmagnetismus, der die Nadel in den Meridian zurückzudrehen strebt. Unter dem Einflusse dieser beiden Kräfte nimmt die Nadel eine

Zwischenlage an; sie macht mit dem magnetischen Meridian einen Winkel, der um so grösser wird, sich also einem rechten um so mehr nähert, je grösser die Stromkraft im Vergleiche zur magnetischen Erdkraft ist. Auch der vertical gerichtete Strom wirkt ablenkend auf die Nadel, und zwar findet man die Richtung der Ablenkung ebenfalls nach der Ampere'schen Regel. Man denke sich nur die vertical stehende Figur dem Nordende zugewendet, so muss sich dieses Nordende nach der Linken drehen. Dabei ist aber nicht zu vergessen, dass für einen aufsteigenden Strom die Figur auf den Füssen, für eine niedergehende auf dem Kopfe steht. Die Ampère'sche Regel lässt sich auch auf folgende Weise ausdrücken. Wenn man auf eine Magnetnadel in der Richtung von ihrem Südende nach dem Nordende blickt, so hat sie unter dem Einflusse eines sie im magnetischen Meridian umkreisenden galvanischen Stromes das Bestreben, sich so zu stellen, dass der Strom unter ihr von rechts nach links, über ihr von links nach rechts, der verticale Theil des Stromes aber rechts von oben nach unten, links von unten nach oben geht.

Schiebt man einen Eisenstab in einen spiralförmig gewundenen Drath hinein, so wird er magnetisch, sobald ein elektrischer Strom die Spirale durchläuft. Ragen die Enden des Eisenstabes aus der Spirale hervor, so kann man Eisenstücke an dieselben anhängen. Wird der Strom unterbrochen, so fallen diese Eisenstücke ab, weil das weiche Eisen nur so lange magnetisch bleibt, als es dem magnetisirenden Einflusse des galvanischen Stromes ausgesetzt ist. Dasjenige Ende des Eisenstabes wird zum Südpol, d. h. zu demjenigen Pol, welcher sich nach Süden richten würde, wenn der Elektromagnet sich frei in der Horizontalebene drehen könnte, der, dem Beschauer zugewendet, vom positiven Strom in der Richtung umkreist wird, in welcher sich der Zeiger einer Uhr dreht.

Ebenso wie man durch den galvanischen Strom im weichen Eisen einen vorübergehenden, kräftigen Magnetismus erzeugen kann, ist man auch im Stande, mit Hülfe desselben Stahlmagnete von grosser Stärke hervorzubringen. Während ein kräftiger Strom in den Windungen eines Drathes circulirt, steckt

man den zu magnetisirenden Stahlstab in die Rolle und bewegt ihn bis an die Enden einige Male hin und her; wenn er sich wieder mit seinem mittleren Theile in der Drathrolle befindet, wird die Kette geöffnet und der Stab magnetisirt herausgenommen. Die bleibende Polarität des Stahlstabes bestimmt sich auf dieselbe Weise, wie die vorübergehende des weichen Eisens.

Wird ein viereckig oder kreisförmig gebogener Leitungsdrath eines galvanischen Stromes so aufgehängt, dass er horizontal frei beweglich ist, so wirkt der Erdmagnetismus bereits richtend auf ihn ein. Wenn man ihn sich selbst überlässt, so stellt er sich so, dass seine Ebene rechtwinklig auf der Ebene des magnetischen Meridians steht und zwar stets so, dass der positive Strom auf der Westseite aufsteigt, auf der Ostseite niedersteigt, oben und unten rechts und links geht. —

Ein horizontal frei beweglicher, spiralförmig gewundener Schraubendrath oder Solenoid stellt sich, wenn er von einem galvanischen Strom durchlaufen wird, so, dass die Ebene der einzelnen Windungen gleichfalls rechtwinklig auf der Richtung des magnetischen Meridianes steht, dass also die Axe des Solenoids in den magnetischen Meridian zu liegen kommt. Ein solches Solenoid ahmt vollkommen die Declinationsnadel nach; es hat seinen Nord- und seinen Südpol. Nähert man einem der Pole des durchströmten Solenoids den einen Pol eines Magnetstabes, so treten Bewegungen ein, wie bei der gegenseitigen Annäherung zweier Magnete; die gleichnamigen Pole bewegen sich von einander, die ungleichnamigen zu einander.

Schiebt man in einen spiralförmig gedrehten Drath einen Magnet, so wird ein Strom inducirt, wie durch einen galvanischen Strom. Wird der Magnet wieder herausgenommen, so entsteht ein neuer Strom, aber in entgegengesetzter Richtung von dem ersteren.

Auf Grundlage dieser Erscheinungen hat Ampère seine Theorie des Magnetismus aufgebaut. Nach ihm ist der Magnetismus die Wirkung galvanischer Ströme, welche im Innern der Magnete circuliren. Die Theorie des Magnetismus von Ampère ist die richtige, da sie — abgesehen von der atomistischen Anschauungsweise, welche noch in ihr herrscht —

durch die Erscheinungen selbst angedeutet wird. Vergleicht man die Wirkungen der galvanischen Ströme auf einander mit den Einwirkungen der galvanischen Ströme auf die Magnete, und der Magnete auf die galvanischen Ströme, so ist die Uebereinstimmung nicht zu verkennen. Dieselbe richtende Wirkung, welche die galvanischen Ströme auf einander ausüben, üben auch die galvanischen Ströme und die Magnete gegenseitig auf einander aus. Wie ein galvanischer Strom im Moment seines Entstehens und Aufhörens in einem geschlossenen Leitungsdrath einen Strom inducirt, so werden auch solche inducirte Ströme im Moment der Annäherung und der Entfernung eines Magnetes in einem Leitungsdrathe hervorgebracht. Durch den galvanischen Strom, wie durch einen Magnet, werden Eisen und Stahl magnetisirt. Diese Erscheinungen können augenscheinlich ihre Erklärung nur durch die Annahme galvanischer Ströme im Innern der Magnete finden.

Unter der Voraussetzung, dass der Magnetismus die Wirkung galvanischer Ströme ist, lässt sich auch die Richtung dieser Ströme aus den Erscheinungen bestimmen. Zwei bewegliche Ströme stellen sich zu einander parallel; wir schliessen daraus, dass die richtende Einwirkung eines galvanischen Stromes auf einen Magnet darin besteht, dass die Ströme im Magnet ein Streben haben, sich zu dem ihn umkreisenden Strom parallel zu stellen. Eine Magnetnadel stellt sich aber unter dem Einflusse eines galvanischen Stromes senkrecht zu der Ebene dieses Stromes und so, dass dieser von dem Südende der Nadel aus gesehen, in derselben Richtung circulirt, wie der Zeiger einer Uhr. Dieselbe Richtung der galvanischen Ströme müssen wir demnach auch in der Magnetnadel voraussetzen. In einer Magnetnadel also, welche sich im magnetischen Meridian befindet, geht der positive Strom in dem Querschnitte der Nadel oben von Westen nach Osten, östlich von oben nach unten, unten von Osten nach Westen, westlich von unten nach oben. Dieselbe Richtung der Ströme in dem Magnet wird auch durch die Ströme, welche von einem Magnet in einem geschlossenen Leitungsdrathe inducirt werden, angedeutet. Wie der Hauptstrom bei seiner Entstehung in dem Nebendrathe einen ent-

gegengesetzten, bei seinem Aufhören einen gleichgerichteten Strom inducirt, so ist auch die Richtung des Stromes, welcher in einem Leitungsdrathe bei der Annäherung eines Magnetes entsteht, entgegengesetzt den galvanischen Strömen, welche wir in den Magneten vorausgesetzt haben, bei seiner Entfernung aber mit ihnen gleichgerichtet.

Die richtende Einwirkung der Erde auf die Magnetnadel muss demnach auch galvanischen Strömen zugeschrieben werden. Da nach unserer Voraussetzung die galvanischen Ströme in einem Magnet, von Süden aus gesehen, in derselben Richtung erfolgen, wie die Bewegung eines Uhrzeigers, in dem unteren Theile des Magnetes also von Osten nach Westen gerichtet sind, so folgt daraus, da die galvanischen Ströme das Streben haben sich parallel zu stellen, dass die Ströme, welche die Erde durchlaufen, senkrecht zur Magnetnadel sind und von Osten nach Westen gehen.

Die Entstehung dieser Erdströme ist leicht erklärlich. Jeder Contact verschiedener Körper, jeder chemische Process, jede Temperaturverschiedenheit kann die Ursache einer Elektricitätsentwickelung sein. Im Innern der Erde wird die Veranlassung dazu nicht fehlen. Die Masse der Erde dient dabei als Leiter. Indem die beiden Elektricitäten in der Erde beständig entwickelt werden und, in einer leitenden Verbindung mit einander stehend, sich auch wieder beständig mit einander vereinigen, entstehen die galvanischen Ströme, welche die Erscheinungen des Erdmagnetismus hervorbringen.

Die Richtung dieser Ströme von Osten nach Westen wird durch die magnetischen Parallelen angegeben; unter ihrem Einflusse stellt sich die Magnetnadel rechtwinklig zu ihnen in den magnetischen Meridian. Die säculären Variationen der Magnete deuten auf Veränderungen im Innern der Erde, durch welche die Richtung der Erdströme stetig und dauernd abgeändert wird. Die täglichen Vibrationen zeigen dagegen an verschiedene Tageszeiten gebundene Abweichungen von der mittleren Lage der Magnetnadel und können ihre Ursachen vielleicht in der verschiedenen Erwärmung der Erde durch die Sonne haben, durch welche mit dem Auftreten neuer Ströme eine täglich

wiederkehrende Richtungsänderung des Haupterdstroms bewirkt wird.

Die Ursache der galvanischen Ströme im Innern der Magnete lässt sich zwar für den Augenblick noch nicht angeben, mit Hülfe dieser Ströme erklären sich aber die Bewegungen von und zu einander, welche man an den Magneten beobachtet. Wenn die ungleichnamigen Pole zweier Magnete einander genähert werden, so sind die Ströme in den sich gegenüberstehenden Polen gleichgerichtet, in dieser Lage haben die galvanischen Ströme ein Annäherungsbestreben zu einander, weshalb auch die ungleichnamigen Pole der Magnete sich zu einander bewegen. Kehrt man den einen Magnet von Norden nach Süden um, so dass nun die gleichnamigen Pole einander zugekehrt sind, so sind auch die Ströme in den Magneten entgegengesetzt gerichtet; in diesem Falle haben die galvanischen Ströme ein Streben sich von einander zu entfernen, weshalb auch die Magnete sich von einander bewegen. Um diese gegenseitigen Einwirkungen der Magnete aus der Entfernung noch weiter zu erklären, müssen wir annehmen, dass ebenso wie die elektrischen und galvanischen Körper von einer elektrischen und galvanischen Atmosphäre umringt sind, auch von den galvanischen Strömen in den Magneten fortschreitende Wellen als strahlende Elektricität ausgehen, welche die Magnete mit einer magnetischen Atmosphäre umgeben und ihre Wirkungen in die Ferne vermitteln. Eine gegenseitige Unterstützung dieser Atmosphären würde die Entfernung, eine Neutralisation derselben die Annäherung zweier Magnete bewirken.

Trotz der Analogie zwischen einem Solenoid und einem Magneten sind dieselben doch keineswegs in allen ihren Wirkungen identisch. Während ein Magnet an seinen Enden am kräftigsten wirkt, findet sich beim elektrodynamischen Schraubendrath das Maximum der Wirkung in der Mitte. Auch ist der Umstand nicht ausser Acht zu lassen, dass der galvanische Strom in dem Schraubendrath sofort verschwindet, sobald die Kette geöffnet wird, der Magnetismus aber dauernd fortbesteht. Der Magnetismus wäre vielleicht mit solchen galvanischen Strömungen zu vergleichen, bei welchen die entgegengesetzten

Elektricitätsvibrationen senkreckt zu einander polarisirt sind, so dass die einmal angeregten positiven und negativen Ströme den Magnet im Kreise herum und in entgegengesetzter Richtung beständig mit gleicher Intensität durchlaufen, ohne sich jemals mit einander vereinigen zu können, und dadurch die Beständigkeit des Magnetismus begründen. Denkt man sich ausserdem noch, von den Polen zu der Mitte des Magneten fortschreitend, eine Drehung der Schwingungsrichtung, in welcher die Elektricitätsvibrationen erfolgen, in der Art, dass die Polarisationsebenen derselben sich immer mehr und mehr einander nähern und in der Mitte des Magneten nach einer Drehung um 45° mit einander zusammenfallen, so muss hier eine Vereinigung der beiden entgegengesetzten Ströme erfolgen und aller Magnetismus verschwinden.

Die Magnetisirung des Eisens und des Stahls durch einen galvanischen Strom ist eine Inductionswirkung desselben. Wie in einem geschlossenen Leiter durch einen galvanischen Strom im Moment seines Entstehens ein entgegengesetzter Strom inducirt, der gleichgerichtete aber gebunden wird, und dieser nur dann auftritt, wenn die Kette geöffnet wird, so wird auch in einem Eisen- oder Stahlstab, wenn er von einem galvanischen Strom umkreist wird, ein gleichgerichteter Strom gebunden, durch welchen er in den magnetischen Zustand versetzt wird. Wird die Kette geöffnet, so verbinden sich im weichen Eisen die beiden Elektricitäten mit einander und aller Magnetismus hört auf; in einem Stahlstab dagegen werden die entgegengesetzten Elektricitätsvibrationen in verschiedenen Ebenen polarisirt, wodurch ihre Wiedervereinigung nach dem Oeffnen der Kette nicht mehr möglich ist, und der Stahl daher einen bleibenden Magnetismus annimmt. Die Magnetisirung des Eisens und Stahls durch einen Magnet wäre demnach auch eine Wirkung der in den Magneten enthaltenen galvanischen Ströme.

Bringt man einen Eisenstab, welcher so aufgehängt ist, dass seine Längenaxe horizontal ist, zwischen die beiden Pole eines kräftigen Elektromagnets, so stellt er sich, wenn er in horizontaler Ebene frei beweglich ist, in die Richtung, welche die Magnetpole verbindet. Nimmt man aber statt des Eisen-

stabes ein Stäbchen von Glas oder Wismuth, so beobachtet man, dass es sich seiner Längenaxe nach rechtwinklig zu der Verbindungslinie der beiden Pole stellt und, aus dieser Lage herausgebracht, nach einigen Schwingungen stets wieder in dieselbe zurückkehrt. Bezeichnet man die Richtung, welche die Magnetpole verbindet, als axial, rechtwinklig darauf aber als äquatorial, so kann man sagen, dass ein Eisenstab unter dem Einflusse der Magnetpole sich zu ihnen axial stellt, der Glasstab und der Wismuthstab aber eine äquatoriale Richtung annehmen.

Stellt man diesen Versuch mit Stäbchen verschiedener Substanzen an, so findet man, dass sie sich alle entweder axial oder äquatorial stellen. In Beziehung auf ihr Verhalten gegen den Magnetismus zerfallen also alle Körper in zwei Abtheilungen: in magnetische und diamagnetische. Die magnetischen Körper stellen sich axial, die diamagnetischen äquatorial.

Es hat sich durch Anwendung sehr kräftiger Elektromagnete ergeben, dass die Classe der magnetischen Körper zahlreicher, ist, als man es früher glaubte; es stellen sich nämlich mehrere Körper, die sonst keine Spur von Magnetismus zeigen, axial. Faraday fand durch dieses Mittel, dass ausser Eisen, Kobalt und Nickel, auch noch Mangan, Chrom, Cer, Titan, Palladium, Platin und Osmium magnetisch sind.

Die magnetischen Körper werden unter dem Einflusse der Magnete selbst zu Magneten, d. h. es werden in ihnen galvanische Ströme hervorgerufen, welche sich senkrecht zu ihrer Längenrichtung bewegen; sie nehmen dabei zwischen den Magnetpolen eine axiale Lage an. Die äquatoriale Lage der diamagnetischen Körper wäre demnach durch ebensolche galvanische Ströme zu erklären, mit dem Unterschiede nur, dass die in ihnen angeregten Ströme nicht dem Querschnitte der Stäbe, sondern der Länge nach gerichtet sind.

Wenn somit die Erscheinungen, welche man an den magnetischen und diamagnetischen Körpern beobachtet, sich durch galvanische Ströme erklären lassen, wenn die galvanischen Ströme durch die Bewegung der Elektricität in einem Leiter hervorgebracht werden, wenn die Elektricität eine besondere

Form der Wärme ist, die Wärme aber eine innere Bewegung der Körper, so folgt daraus: dass sich die magnetischen und diamagnetischen Erscheinungen auch auf Bewegung, d. h. auf diejenige Einheit zurückführen lassen, welche wir als die Grundlage aller übrigen Naturerscheinungen erkannt haben. —

Gravitation und Schwere.

§ 64. **Wie ist eine Anziehungskraft möglich?** Die allgemeine Gültigkeit des Gravitationsgesetzes von Newton, so wie die vollkommene Uebereinstimmung zwischen den Forderungen seiner Theorie und den Resultaten der Beobachtung haben zu der Ansicht geführt, dass zwischen den Weltkörpern eine eigenthümliche Anziehungskraft bestehe, deren Wirkung der Masse der Weltkörper direct, dem Quadrate ihrer Entfernung von einander aber umgekehrt proportional ist. Das Erkenntnissbestreben des Menschen begnügt sich jedoch nicht damit, sondern es tritt die Frage auf: wie ist eine Anziehungskraft möglich? eine Frage, die beantwortet werden muss, wenn man die Gravitation der Weltkörper durch eine Anziehung erklären will.

Abgesehen davon, dass man sich von einer Kraft überhaupt keine Vorstellung machen kann, wenn man nicht darunter Bewegung versteht, enthält der Ausdruck „Anziehungskraft" in dem Sinne, wie derselbe gegenwärtig in der Wissenschaft gebraucht wird, noch einen inneren Widerspruch in sich. Durch „Kraft" bezeichnet man die Ursache einer Bewegung, indem man aber zugleich von einer „Anziehung" spricht und sie den Massen proportional setzt, so verlegt man den Sitz dieser Ursache in die Weltkörper hinein, da man sich eine Anziehung nicht anders, als von einem bestimmten Körper ausgehend denken kann. Wenn aber die Anziehungskraft in den Weltkörpern enthalten ist, so sieht man nicht ein, auf welche Weise sie in die Ferne ohne alle Vermittelung, sogar, wie es in der Astronomie angenommen wird, durch leere Zwischenräume zu

wirken vermag. Dieses ist ein Widerspruch, der an dem Ausdrucke „Anziehungskraft“ haftet und der, so lange man an der Hypothese einer Massenanziehung festhält, als völlig unlösbar erscheint.

Die Erfahrung zeigt uns nur die Bewegungen der Weltkörper zu einander, nicht aber die dabei wirkende Ursache. Auch ist man nicht berechtigt zu sagen: dass die Beobachtungen den Beweis dafür liefern, dass die Beschleunigung der Weltkörper zu einander ihren Massen proportional ist, insofern man unter Masse die Quantität der Materie versteht, da diese Massen selbst erst auf Grundlage einer Hypothese aus den beobachteten Bewegungen bestimmt worden sind. Wenn die Körper mit gleicher Geschwindigkeit zur Erdoberfläche niederfallen, so ist es nur ein Beweis dafür, dass ihre Trägheit und die sie bewegende Kraft einander proportional sind; diese Grössen bezeichnen wir als Masse und Gewicht der Körper, ohne deshalb über die absolute Quantität der in ihnen enthaltenen Materie, die man ebenfalls als Masse bezeichnet, irgend welche Bestimmung treffen zu können. Dieses gilt noch viel mehr von den Massen der Weltkörper; sie sind uns nicht durch das Gewicht gegeben, sondern aus den beobachteten Erscheinungen gefolgert worden; man hat zuerst die Beschleunigung, mit welcher die Weltkörper zu einander gravitiren, aus den Beobachtungen ermittelt und erst hernach die Massen der Weltkörper bestimmt, d. h. der gegenseitigen Beschleunigung einen andern Ausdruck gegeben; deshalb ist es selbstverständlich, da die Grösse der vorausgesetzten Ursache den Beobachtungen entnommen worden ist, dass auch die gefolgerten Wirkungen den Beobachtungen entsprechen mussten. Man sieht daraus, dass die Lehre von den Massenanziehungen vollkommen irrthümlich sein kann, ohne dass dadurch die Gravitationstheorie von Newton im Geringsten beeinträchtigt wäre. Die Massen der Weltkörper sind nur das Maass der Beschleunigung, mit welcher sie sich zu einander bewegen, ohne dass deshalb die Ursache dieser Beschleunigung in diesen Massen enthalten zu sein braucht.

Durch eine Anziehungskraft sollen die Erscheinungen der Cohäsion, der Schwere und der Gravitation erklärt werden.

Ist denn das aber eine Erklärung? Bedarf nicht eine Anziehungskraft selbst wiederum einer Erklärung, um so mehr, da man erst noch feststellen muss, was man unter diesem Ausdrucke zu verstehen hat? Die Annahme einer Anziehungskraft ist ein Rückschritt der Erkenntniss aus dem Gebiete der Naturerscheinungen und Thatsachen, die Jedem geläufig sind, in das Dunkel unentwirrbarer Hypothesen. Die Anziehungskraft ist ein Trugbild, durch welches man sich selbst und Andere täuscht. Wenn Einer das Wort „Anziehungskraft" hingeschrieben hat, so glaubt er die Erklärung einer beobachteten Erscheinung gegeben zu haben, während er nur ein inhaltloses Wort an die Stelle eines Begriffes gesetzt hat. Zugleich hält man sich für berechtigt, jedes weitere Forschen nach der Ursache einer Erscheinung zu unterlassen, als ob mit diesem Worte schon Alles gesagt wäre. Diese Hypothese ist somit eine Schranke, welche dem Fortschritte der Naturerkenntniss hemmend entgegentritt, und sie muss deshalb aus der Wissenschaft verbannt werden, damit das Bestreben, die wahre Ursache der Schwere und der Gravitation der Weltkörper zu erkennen, wieder erwache. An diejenigen Naturforscher aber, die so verschwenderisch den Ausdruck „Anziehungskraft" gebrauchen und die es künftig noch thun sollten, erlauben wir uns, die Aufforderung zu richten, sie möchten den Sinn dieses Wortes erklären oder uns eine Antwort auf die Frage:

Wie ist eine Anziehungskraft möglich?

geben, wenn sie sich nicht den Vorwurf zuziehen wollen, mehr behauptet zu haben, als sie beweisen können.

Newton selbst glaubte nicht an eine Anziehungskraft, wenigstens verwahrt er sich gegen jede Folgerung, die man aus dieser Bezeichnung auf die innere Natur dieser Kraft ziehen möchte. Nicht das unbekannte Wesen dieser Kraft wollte er damit ausdrücken, sondern nur das Gesetz der Bewegungen aus einem einzigen Princip folgerecht entwickeln. Zu derselben Zeit, als Newton schon erkannt hatte, dass alle Bewegungen der Weltkörper die Folgen einer und derselben Ursache seien, hielt er die Gravitation selbst nicht für eine Grundkraft der

Materie, sondern entweder für abgeleitet von einer ihm noch unbekannten, höheren Kraft oder für die Folge eines „Umschwungs des Aethers, welcher den Weltraum erfüllt und in „den Zwischenräumen der Massentheilchen dünner ist, nach „aussen aber an Dichtigkeit zunimmt." In seinem berühmten Werke „Principia philosophiae naturalis", S. 676, sagt er: „Hactenus phaenomena caelorum et maris nostri per vim gra„vitatis exposui, sed causam gravitatis nondum assignavi. Oritur „utique haec vis a causa aliqua, quae penetrat ad usque centra „solis et planetarum, sine virtutis diminutione, quaeque agit non „pro quantitate superficierum particularum, in quas agit (ut so„lent causae mechanicae), sed pro quantitate materiae solidae. „Rationem harum gravitatis proprietatum ex phaenomenis non„dum potui deducere et hypotheses non fingo. Satis est quod „gravitas revera existat et agat secundum leges a nobis ex„positas." Dieselbe Ansicht ist umständlich in einem Briefe an Robert Boyle (vom 28. Febr. 1678) entwickelt, welcher mit den Worten endigt: „ich suche in dem Aether die Ursache der Gravitation." Bemerkenswerth ferner ist es, dass Newton neun Jahre vor seinem Tode in der so überaus kurzen Vorrede zu der zweiten Auflage seiner Optik es für nöthig hielt, bestimmt zu erklären, dass er die Gravitation keineswegs für eine Grundkraft der Materie halte.

Wenn die Nachfolger Newton's mit seiner Lehre sich auch sein Streben nach erschöpfender Erkenntniss angeeignet hätten, so wäre die Anziehungskraft nie zu einem solchen unantastbaren Dogma der Wissenschaft geworden, wie sie es jetzt ist, und diese wäre durch die Nothwendigkeit, die wahre Ursache der Gravitation zu erforschen, mehr gefördert worden, als durch die Annahme einer irrthümlichen Hypothese, die nur eine Scheinerklärung für die beobachteten Erscheinungen giebt. Namentlich wäre die Vorstellung, welche man sich von den Kräften zu machen hat, nicht in dem Maasse verfälscht worden, wie sie es gegenwärtig ist; da es bei der atomistischen Ansicht von der Materie nicht gelingen wollte, sich darüber Rechenschaft zu geben, auf welche Weise die Materie mit den Kräften der Anziehung und Abstossung begabt sei, so gerieth man auf

den Irrthum, Materie und Kräfte als etwas von einander Verschiedenes, als etwas möglicherweise Trennbares zu betrachten, wodurch den Kräften eine Selbstständigkeit zugetheilt wurde, welche in directem Widerspruche mit ihrer Natur steht, sich nur an einem Anderen, für sich Bestehenden, zu offenbaren.

Es ist in der Astronomie noch nie der leiseste Versuch gemacht worden, die Möglichkeit einer Anziehungskraft nachzuweisen, sondern jede dahin zielende Bestrebung ist stets für eine leere Phantasie erklärt worden. „Es ist für die Astronomie „ganz gleichgültig, ob und welche sinnliche Vorstellung wir uns „von den bewegenden Kräften machen; die Entwickelung der „Gesetze dieser Bewegungen hängt gar nicht von den meta„physischen Ideen ab, die man sich über die Attraction u. s. w. „gebildet hat. Mag man sich die Attraction mit oder ohne „Haken und Seile denken oder auf jede sinnliche Vorstellung „derselben von vornherein verzichten, dies Alles ist der Astro„nomie gleichgültig.“*) Mag die Astronomie von der Höhe ihrer Unfehlbarkeit mit Geringschätzung auf das Erkenntnissbestreben des Menschen herabsehen, der wahrheitsliebende Naturforscher wird sich nicht eher beruhigen, bis er zu der letzten Ursache aller Naturerscheinungen hindurchgedrungen ist; deshalb befriedigt ihn auch nicht die Lehre von einer Anziehungskraft, und mag man nun an eine solche glauben oder nicht, die Frage nach der Ursache der Gravitation der Weltkörper bleibt offen und verlangt eine Antwort.

Jede Kraft wird nur durch Bewegung hervorgebracht. Unsere Aufgabe, die Gravitation der Weltkörper und die Schwerkraft zu erklären, besteht also darin, eine Bewegung zu suchen, welche ihrerseits im Stande wäre, die Körper in Bewegung zu versetzen. Diese Bewegung kann nicht in den Körpern selbst enthalten sein, denn eine z. B. in der Sonne vor sich gehende Ortsveränderung kann wohl Theile dieses Weltkörpers an einander verschieben, nicht aber unvermittelt die Planeten in Bewegung versetzen. Die Ursache der Gravitation und folglich auch der Schwerkraft muss also ausserhalb der

*) Mädler, Populäre Astronomie.

Körper zu finden sein. Andererseits geht aus den Beobachtungen hervor, dass das Gewicht der Körper, d. h. die Kraft, welche sie nach dem Mittelpunkte der Erde treibt, von ihrer Masse, d. h. von ihrem Volumen und ihrer Dichtigkeit abhängig ist. Wir schliessen daraus, dass, wenn auch die Körper nicht selbst die Träger der Schwerkraft sind, wir dennoch in ihnen die Veranlassung zu der Entstehung und die Bestimmung der Grösse dieser Kraft zu suchen haben. Versuchen wir es, ob uns die Lösung der gestellten Aufgabe in dem angegebenen Sinne gelingen wird.

§ 65. **Das Weltall.** Zunächst tritt die Frage auf, ob wir die weiten Welträume, wie es bisher in der Astronomie geschehen ist, als leer voraussetzen müssen, oder ob sie mit einer, wenn auch sehr undichten Materie angefüllt sind. Abgesehen von der theoretischen Unwahrscheinlichkeit der Existenz absolut leerer Räume, giebt es auch verschiedene Thatsachen, welche das Vorhandensein eines Stoffes im unermesslichen Weltenraume beweisen. Die Fortpflanzung des Lichtes von der Sonne und den Sternen bis zur Erde spricht schon dafür, dass der Raum zwischen den Weltkörpern nicht absolut leer sei, sondern von einem Stoffe erfüllt ist, der als Träger der Lichtstrahlen auch zugleich die Wechselwirkungen zwischen den Weltkörpern vermittelt. Wir wollen diesen Stoff Weltäther nennen, ohne jedoch damit das Phantasiegebilde eines Imponderabiliums zu verbinden. Encke hat die Existenz eines solchen Mittels durch seine genauen und scharfen Untersuchungen der Störungen des nach ihm benannten Kometen nachgewiesen. Dieser Komet mit einer Umlaufszeit von 1208 Tagen, der kürzesten, die man bisher an einem Kometen beobachtet hat, zeigt nämlich die merkwürdige Erscheinung, dass er bei jedem Umlaufe, verglichen mit dem vorhergehenden, um einige Stunden früher durch seine Sonnennähe geht. Bei allen seinen Erscheinungen — und keine einzige ist seit 1819 unbeobachtet vorübergegangen — hat sich diese Thatsache bestätigt. Zur Erklärung derselben nimmt Encke an, dass der Planetenraum nicht absolut leer, sondern von einer undichten Materie angefüllt sei, welche dem Kometen einen Widerstand entgegensetze. Durch diesen Widerstand wird

die tangentiale Geschwindigkeit des Kometen auf seiner Bahn vermindert, während die nach der Sonne gerichtete Bewegung sich gleich bleibt. Die Folge davon ist eine stärkere Krümmung der Bahn, durch welche der von dem Kometen zu durchlaufende Weg in dem Maasse verkleinert wird, dass er seinen Umlauf trotz der geringeren Geschwindigkeit in einer kürzeren Zeit vollenden kann.

Wenn wir also die Voraussetzung eines den unendlichen Weltraum erfüllenden Weltäthers machen, so treten wir in keinen Widerspruch mit irgend einer empirisch gegebenen und durch die Wissenschaft unzweifelhaft festgestellten Thatsache, sondern wir bestreiten damit nur die Ansicht derjenigen Astronomen, welche den Mangel eines nachweisbaren Widerstandes bei der Bewegung der Planeten als einen Beweis dafür ansehen, dass der Raum zwischen den Weltkörpern leer sei. Diese Ansicht steht vielmehr, indem sie die unvermittelte Wechselwirkung zwischen den Weltkörpern behauptet, in einem Widerspruche mit der täglichen Erfahrung, welche uns die Fortpflanzung der Licht- und Wärmewellen von der Sonne bis zu unserer Erde zeigt.

Den Weltäther haben wir uns als ein permanentes Gas, vielleicht als das vollkommenste aller Gase, vorzustellen. Alles, was von den permanenten Gasen gesagt worden ist, findet deshalb auch seine Anwendung auf den Weltäther. Da unseren theoretischen Grundsätzen gemäss die Dauer der Wärmevibrationen bei den permanenten Gasen ihrer Dichtigkeit proportional ist, so müssen wir dem Weltäther, wegen seiner wahrscheinlich höchst geringen Dichtigkeit, auch eine überaus kurze Dauer der Wärmevibrationen zuschreiben. Sonst sehen wir uns nicht veranlasst, in Bezug auf den Weltäther irgend welche besondere Annahme zu machen oder ihm Eigenschaften zuzuschreiben, die wir nicht bereits an den anderen Körpern kennen gelernt hätten.

So lange wir uns den Weltäther in Ruhe und den Weltraum gleichmässig erfüllend denken, können wir in ihm keine Veranlassung zu der Entstehung von Bewegungen und folglich auch nicht die Ursache der Gravitation der Weltkörper ent-

decken. Man sieht jedoch leicht ein, dass die geringste Störung des Gleichgewichts oder der gleichmässigen Vertheilung des Weltäthers im Raume die Veranlassung zu einer Bewegung des Weltäthers selbst und durch Uebertragung auch der in ihm eingetauchten Weltkörper sein kann, und dass folglich die Voraussetzung einer solchen Störung des Gleichgewichts in dem Weltäther uns die Aussicht eröffnet, die Ursache der an den Weltkörpern beobachteten Bewegungen zu erkennen.

Um uns jedoch eine klare Vorstellung von dem Weltbau und von der Entstehung der äusseren Bewegungen zu machen, wollen wir uns zuvor einen vorweltlichen Zustand denken, in welchem wir, von allen Weltkörpern abstrahirend, den weiten Weltraum nur vom Weltäther erfüllt und diesen in Ruhe voraussetzen. Wir denken uns den Weltäther im unendlichen Raume gleichmässig verbreitet und, so unendlich wie dieser, ihn vollständig erfüllend. Kein Theil des Raumes unterscheidet sich von dem anderen; nirgends findet eine äussere Bewegung statt. Nur die inneren Vibrationsbewegungen des Weltäthers gehen regelmässig vor sich; jeder Punkt desselben ist, wie bei den Körpern überhaupt, der Ausgangspunkt von Wärmewellen, welche, sich nach allen Seiten ausbreitend und in allen Richtungen auf eben solche Wärmewellen treffend, sich in stehende Wärmewellen verwandeln und durch die sich bildenden Knotenflächen den Weltäther in gleiche und regelmässig neben einander geordnete Vibrationsatome theilen. Durch die gleiche Intensität der Wärmevibrationen herrscht überall in dem Weltäther eine gleiche Spannung und gleiche Temperatur. Die Vibrationen des Weltäthers wiederholen sich, wegen der vollkommenen Elasticität der ihm zu Grunde liegenden Materie, stets mit gleicher Intensität und begründen dadurch eine eben so allgemeine Unveränderlichkeit des vorweltlichen Zustandes in der Zeit, wie wir ihn unterschiedlos im Raume vorausgesetzt haben. Könnten wir uns sinnlich in diesen vorweltlichen Zustand versetzen, so wäre in demselben wegen der allgemeinen Gleichartigkeit des Ganzen nichts anzuschauen; er würde leer und inhaltlos erscheinen, wie das Nichts. Die geringste Störung des inneren Gleichgewichts müsste dagegen dieser allge-

meinen Gleichartigkeit und Unveränderlichkeit ein Ende setzen, den Weltäther bis in die entferntesten Räume erschüttern und die Veranlassung zur Entstehung der Bewegungen geben, zugleich aber auch durch die eintretenden Verschiedenheiten die Unterscheidung der verschiedenen Theile des Raumes von da an ermöglichen.

Denken wir uns, es sei in der That an irgend einer Stelle des unendlichen Weltraumes wenn auch nur ein Vibrationsatom des Weltäthers herausgenommen. Was muss die Folge davon sein? Alle Wärmewellen, welche von diesem Vibrationsatom ausgingen und, sich nach allen Richtungen ausbreitend, mit den ihnen aus allen Theilen des Weltraumes entgegenkommenden Wärmewellen zur Bildung der stehenden Wärmewellen in den anderen Vibrationsatomen des Aethers beitrugen, werden dann ebenfalls wegfallen. Diejenigen Wärmewellen dagegen, welche sich bisher durch Interferenz mit den nunmehr verschwundenen Wellen in stehende Wärmewellen verwandelten, werden sich von nun an, ihres Gefährten oder Gegners beraubt, als fortschreitende Wellen in der Richtung weiter fortpflanzen, von welcher aus die ihnen entgegenwirkenden Wellen herkamen, und dadurch eine bewegende Kraft begründen, welche, concentrisch wirkend, die Bewegung des Weltäthers nach einem Mittelpunkt veranlassen wird.

Wir brauchen jedoch sogar nicht, um die Entstehung der Bewegungen zu erklären, die an sich sehr unwahrscheinliche Annahme zu machen, dass ein oder mehrere Vibrationsatome aus dem Weltäther verschwunden seien, — wir wären in Verlegenheit, die Veranlassung dazu und den Raum, in welchen diese Vibrationsatome hätten versetzt werden können, anzugeben, — sondern es genügt, vorauszusetzen, dass an irgend einer Stelle eine Veränderung in der Dauer oder in der Intensität der Vibrationen in dem Weltäther eingetreten sei. — Eine solche Veränderung wäre hinreichend, um die Ruhe des Weltäthers in alle Räume hinein zu stören. Fortschreitende Wellen mit Vibrationen von verschiedener Dauer können sich nicht in stehende Wellen verwandeln, sondern begründen bei ihrem Zusammentreffen in entgegengesetzter Richtung den Widerstreit

zweier bewegender Kräfte, bei denen das Uebergewicht bei gleicher Intensität der Vibrationen auf der Seite derjenigen Kraft ist, welche durch Vibrationen von kürzerer Dauer hervorgebracht wird.

Für einen derartigen Vorgang, wie die Veränderung der Dauer der Wärmevibrationen in dem Weltäther, sind wir im Stande, genügende Gründe anzugeben. Greifen wir in die Ewigkeit zurück und nehmen wir an, es habe wirklich ein solcher vorweltlicher Zustand existirt, wie wir ihn geschildert haben. Der unendliche Raum ist nur vom Weltäther erfüllt; seine Wärmevibrationen sind überall von gleicher Dauer und gleicher Intensität; überall ist Gleichmässigkeit und äussere Ruhe, überall gleicher Druck und gleiche Temperatur; durch die vollkommene Elasticität der Materie wiederholen sich die Wärmevibrationen immer wieder mit derselben Intensität; so müsste es ewig dauern, und scheinbar ist keine Ursache vorhanden, welche eine Veränderung in diesem Zustande hervorbringen könnte. Lassen wir aber nur die geringste Unvollkommenheit der Elasticität der Materie zu, und möge diese Unvollkommenheit eine noch so geringe sein, dass sie sich nur nach Millionen von Jahren bemerklich mache, so müsste sie doch im Verlaufe der ewigen Zeit eine Abnahme in der Intensität der Wärmevibrationen und eine Abkühlung des Weltäthers herbeiführen. Eine solche Voraussetzung scheint durch vielfache Beobachtungen der Geologie gerechtfertigt zu sein. Wenn unser Weltkörper in urvordenklichen Zeiten im feurigflüssigen Zustande gewesen ist, wenn er dann Perioden durchgemacht hat, in denen zuerst seine Oberfläche erstarrte, dann Zeiten, in welchen sich Wasser auf seiner erkalteten Oberfläche ansammelte, und wenn erst jetzt ein Zustand eingetreten ist, wo das Gedeihen und die Fortentwickelung der organischen Gebilde möglich geworden sind, so erscheint die Entwickelung unseres Erdkörpers und mit ihm der ganzen Welt als ein fortwährender Erkaltungsprocess, in dem der gegenwärtige Moment nur ein vorübergehender Zustand ist.

Die fortwährende Abkühlung des Weltäthers kann möglicherweise vor vielen, vielen Millionen Jahren einen Zustand herbei-

geführt haben, in welchem der Weltäther, obgleich im unendlichen Raume verbreitet, aber ebenso unendlich wie dieser, seinen Sättigungspunkt, gleich den uns bekannten Dämpfen, erreicht hatte, so dass eine weitere Abkühlung ohne das Eintreten von Condensationen nicht mehr möglich war. Der Vorgang bei solchen Condensationen ist uns aus der Betrachtung der Verflüssigung der Dämpfe und Gase bekannt; mehrere Vibrationsatome fliessen dabei in ein Vibrationsatom zusammen, die Dichtigkeit der Materie nimmt plötzlich zu, wobei auch eine Veränderung in der Dauer der Wärmevibrationen stattfinden kann.

Traten nun in der That in dem bis dahin ruhenden und gleichmässigen Weltäther solche Condensationen an einer oder an mehreren Stellen ein, so musste durch das Zusammenfliessen mehrerer Vibrationsatome, bei den gleichzeitig erfolgenden Veränderungen in der Dauer und in der Intensität der Wärmevibrationen, dieselbe Wirkung geäussert werden, als ob mehrere Vibrationsatome aus dem Weltäther herausgenommen worden wären. Vom Orte der Condensation konnten von nun an die Wärmewellen weder in gleicher Anzahl, noch in gleicher Art, wie vorher, ausgesandt werden; die nach dem Mittelpunkte der Condensation gerichteten Wärmewellen des Weltäthers mussten sich, ihres Complementes zur Bildung stehender Wärmewellen beraubt, als fortschreitende Wellen weiter fortpflanzen und durch ihre bewegende Kraft ein allgemeines Strömen des Weltäthers nach dem Orte der Condensation veranlassen. Durch dieses concentrische Zusammenströmen nach einem Mittelpunkte wurde um diesen herum die Dichtigkeit des Weltäthers bedeutend gesteigert; mit dieser Steigerung mussten aber zugleich eine erhöhte Spannung des Weltäthers, ein erhöhter gegenseitiger Druck, eine erhöhte Temperatur, weitere Condensationen und Verflüssigungen und endlich, mit diesen verbunden, weitere Veränderungen in der Dauer der Wärmevibrationen die unausbleiblichen Folgen eines solchen Vorganges sein.

So werden wir, ohne danach gesucht zu haben, auf die Entstehung der verschiedenen Körper geführt. Die Verschiedenheit der Elemente haben wir auf eine verschiedene Dauer ihrer

stehenden Wärmevibrationen zurückgeführt. Wenn nun mit den durch Druck und Abkühlung hervorgebrachten Condensationen des Weltäthers auch Veränderungen in der Dauer seiner Wärmevibrationen verbunden waren, und wenn diese Veränderungen verschieden waren, d. h. aus aufeinanderfolgenden Verdoppelungen, Verdreifachungen u. s. w. bestanden, so war die Folge davon die Entstehung qualitativ verschiedenartiger Körper, welche dann wieder durch chemische Processe weitere Veränderungen in der Dauer der Wärmevibrationen hervorbrachten und schliesslich zu den zusammengesetzten Körpern geführt haben, die wir noch jetzt an den festen und flüssigen Körpern unserer Erde zu beobachten die Gelegenheit haben.

Die uns bekannten Elemente wären demnach Emanationen des Weltäthers und aus demselben durch die Veränderung in der Dauer seiner Wärmevibrationen hervorgegangen. Die Dauer der Wärmevibrationen des Weltäthers wäre demnach, bei ihrer geringen Grösse, die Einheit, welche der Dauer der Wärmevibrationen in allen übrigen Körpern zu Grunde liegt, und das rationelle Verhältniss dieser Schwingungsdauer in den verschiedenen Körpern würde, als das Verhältniss verschiedener Multipla derselben Einheit, in der gemeinsamen Entstehungsquelle der Körper seine einfachste Erklärung finden. Der Weltäther kann gleichsam als der Urstoff betrachtet werden, aus dem alle anderen Körper entstanden sind, und einige Astronomen sind nicht abgeneigt, die Möglichkeit solcher Condensationen des Weltäthers noch jetzt anzunehmen. Herschel glaubte in einigen Nebelflecken, die bei scharfer Abgrenzung ihrer Ränder und einer regelmässigen Gestalt sich dennoch durch die schärfsten Teleskope in keine Sterne auflösen lassen, einen Weltenstoff zu erkennen, aus dem durch weitere Concentration Sonnen, Planeten u. s. w. hervorgehen können. Denkt man sich unter diesem Weltenstoff verdichteten Weltäther, so wäre uns dadurch ein weiterer Anknüpfungspunkt unserer Theorie an die Beobachtung gegeben.

Eine fernere Consequenz der oben geschilderten Condensation des Weltäthers und des Zusammenströmens desselben nach einem Mittelpunkte war die Entstehung einer Rotations-

bewegung. Wäre dieses Zusammenströmen des Weltäthers ein vollkommen gleiches und gleichmässiges gewesen, so dass alle Bewegungen bei ihrem Zusammentreffen im Mittelpunkte der Condensation sich genau das Gleichgewicht hielten, so konnte die Folge davon allerdings nur eine Verdichtung des Weltäthers sein, welche durch die darauf nothwendig eintretende Ausdehnung sich in eine Verdünnung verwandelt hätte und dadurch die Veranlassung zu der Entstehung einer grossartigen, den ganzen Weltraum umfassenden Wellenbewegung gewesen wäre. Es genügt aber der gleichzeitigen Entstehung zweier solcher Condensationsmittelpunkte, damit durch ihren gegenseitigen Einfluss auf einander die vollkommene Gleichmässigkeit der nach ihnen gerichteten concentrischen Bewegungen des Weltäthers gestört werde. Denken wir uns durch den einen Condensationsmittelpunkt eine Ebene gelegt, welche den Weltraum in zwei Hälften theilt; vereinigen wir auf jeder Seite dieser Ebene alle im Mittelpunkte der Condensation zusammentreffenden Bewegungen zu einer Resultirenden, so sieht man ein, dass bei der geringsten Verschiedenheit der Bewegung auf beiden Seiten der Ebene die resultirenden Bewegungen nicht genau gegen einander gerichtet sein können, sondern dass sie die Entstehung eines Kräftepaares veranlassen müssen. Die Wirkung eines Kräftepaares ist aber stets eine Rotationsbewegung.

Eine solche durch das Zusammenströmen des Weltäthers bewirkte Rotationsbewegung beschränkte sich jedoch nicht auf den Punkt ihrer Entstehung, sondern sie musste durch Rückwirkung aus dem Condensationsmittelpunkte, sich von Schicht zu Schicht nach aussen mittheilend, den gesammten, nunmehr in seiner Ruhe gestörten Aether, wenn auch in grösserer Entfernung mit abnehmender Geschwindigkeit, in diese Bewegung hineinziehen und ihn in einen den ganzen Weltraum umfassenden Wirbel versetzen.

Die Folge eines solchen Umschwunges war die Entstehung einer Centrifugalkraft, welche ein Auseinanderfliegen aller im Condensationsmittelpunkte entstandenen Körper hätte veranlassen müssen, wenn die nach dem Rotationsmittelpunkte ge-

richteten, fortschreitenden Aetherwellen nicht als Centripedalkraft dieser Bewegung entgegengewirkt hätten. Nach einigem Hin- und Herschwanken stellte sich das Gleichgewicht dieser beiden Kräfte ein, bei welchem nur noch der Umschwung des Weltäthers um einen Rotationsmittelpunkt übrig blieb. Alle aus der Condensation des Weltäthers neu entstandenen festen und flüssigen Körper wurden dagegen durch die Aetherwellen nach einem Mittelpunkte in Bewegung versetzt und hier zu einem Weltkörper zusammengeballt, welcher, als Centralpunkt aller nach ihm gerichteten Aetherwellen, zugleich zu einem Gravitationsmittelpunkte wurde.

Solche Gravitationsmittelpunkte entstanden zugleich oder nach einander an unzähligen Stellen des unendlichen Weltraumes; wir erkennen sie noch jetzt in den verschiedenen Weltkörpern. Sonne, Sterne und Planeten, aus der Condensation des Weltäthers hervorgegangen und durch das Zusammenströmen des Weltäthers im Momente und an dem Orte ihrer Entstehung in eine Rotationsbewegung versetzt, vollbringen noch jetzt eine Umdrehung um ihre Axe und führen den Weltäther und mit ihm auch alle übrigen Weltkörper in einem Wirbel um sich herum. Die Weltkörper, durch den Umschwung des Weltäthers mit fortgerissen und durch die fortschreitenden Aetherwellen gegen einander getrieben, beschreiben noch jetzt ihre regelmässigen Bahnen um einander.

So gelangen wir auf theoretischem Wege zu einer Vorstellung über den Weltbau, welche mit den beobachteten Thatsachen in vollkommener Uebereinstimmung ist. Es bleibt uns nur noch übrig, um die Richtigkeit unserer Theorie allendlich zu beweisen, die Grösse der dabei wirkenden Kräfte, d. h. ihre Abhängigkeit von der Masse der Weltkörper und von deren Entfernung von einander zu bestimmen.

Im § 12. haben wir die Behauptung aufgestellt, dass die beständigen Kräfte die Wirkung fortschreitender Wellen sind, welche durch ihre aufeinanderfolgenden Stösse die Körper, auf welche sie treffen, in eine gleichförmig beschleunigte Bewegung versetzen oder, wenn die Körper unbeweglich sind, einen Druck ausüben. Wir erkannten ferner, dass die Wirkung einer be-

ständigen Kraft eine um so grössere sein müsse, je häufiger sich die Stösse der Wellen in derselben Zeit wiederholen, und dass folglich, wenn der Druck, welchen jede einzelne Welle auf die Flächeneinheit ausübt, dem Ausdrucke

$$2\,M\,v = \frac{4\,L\,D\,v}{\pi^2}$$

gleichgesetzt werden kann, dieser Ausdruck, wenn er als Maass für eine beständige Kraft dienen soll, zuvor mit der Zahl der Wellenstösse in der Zeiteinheit multiplicirt oder durch die Dauer der Vibrationen dividirt werden müsse; für den Druck, den eine beständige Kraft ausübt, erhielten wir demnach die Gleichung

$$p = \frac{4\,L\,D\,v}{\pi^2\,T}. \qquad (81)$$

Wir erwähnten zugleich, dass bei der Erklärung der verschiedenen Naturkräfte, der Cohäsion, der Schwere, der Gravitation, es unsere Aufgabe sein würde, die Entstehung der fortschreitenden Wellen nachzuweisen, durch welche diese Kräfte hervorgebracht werden. Diese Aufgabe haben wir bereits in Bezug auf den Widerstand, den die flüssigen und festen Körper den äusseren Kräften entgegensetzen, erfüllt. In den fortschreitenden Aetherwellen haben wir jetzt die Kraft erkannt, durch welche die Bewegung der Körper nach einem Gravitationsmittelpunkte hervorgebracht wird.

Wir haben gefunden, dass durch jede Störung der gleichmässigen Vertheilung des Weltäthers im Raume fortschreitende Aetherwellen hervorgerufen werden, welche stets bei ihrer Fortpflanzung nach der Seite hin gerichtet sind, von der aus die zur Bildung der stehenden Wärmewellen des Weltäthers erforderlichen, fortschreitenden Wellen nicht mehr in hinreichender Anzahl oder von gehöriger Dauer oder Intensität der Vibrationen ausgesandt werden; solche Stellen sind die Weltkörper. Aus Condensationen des Weltäthers entstanden, sind sie aus Massen gebildet, bei denen die stehenden Wärmevibrationen eine andere Dauer besitzen, als die Wärmevibrationen des Weltäthers. Aus dem Raume, welcher von den Weltkörpern eingenommen wird,

gehen deshalb keine solche fortschreitende Wellen mehr aus, mit denen die nach diesem Raume hin gerichteten Aetherwellen sich in stehende Wärmewellen verwandeln könnten. Diese Aetherwellen, theilweise ihres Complementes zu stehenden Wellen beraubt, bewegen sich deshalb als fortschreitende Wellen in der Richtung zu den Weltkörpern hin; sie sind es, welche durch ihre bewegende Kraft die Erscheinungen der Schwerkraft und der Gravitation der Weltkörper zu einander hervorbringen.

Betrachten wir die Einwirkung dieser Aetherwellen auf unseren Erdkörper. Zunächst ist es die Atmosphäre desselben, welche ihrer Einwirkung ausgesetzt ist. Durch die concentrische Wirkung dieser Wellen in der Richtung nach dem Mittelpunkte der Erde ist der Druck, den sie auf die verschiedenen Schichten der Atmosphäre ausüben, ein um so grösserer, je näher diese Schichten zur Erdoberfläche liegen. Da bei den gasförmigen Körpern die Dichtigkeit stets dem Drucke, dem sie ausgesetzt sind, proportional ist, so folgt daraus, dass die Dichtigkeit der Luft mit der tieferen Lage eine zunehmende sein muss, wie wir es auch in der That an der uns umringenden Atmosphäre beobachten.

Das Verhalten der flüssigen und der festen Körper gegen den äusseren Druck ist ein anderes, als das der gasförmigen Körper; sie werden durch den äusseren Druck nicht zusammengedrückt, sondern es wird in ihnen eine passive Expansionskraft hervorgerufen, welche sich dem äusseren Drucke widersetzt und dadurch das Volumen der Körper aufrechterhält. Die Entstehung dieser passiven Expansionskraft haben wir im § 23. für die Flüssigkeiten und im § 28. für die festen Körper durch fortschreitende Wellen erklärt, welche stets dann entstehen, wenn die durch den äusseren Druck beschränkte Grösse der Vibrationsatome der von dem Verhältniss der Elasticität und der Dichtigkeit der Materie abhängigen Länge der stehenden Wärmewellen nicht mehr entspricht; die vollkommene Interferenz der Wärmewellen an den Knotenflächen ist dann nicht mehr möglich, und die Folge davon ist die Entstehung fortschreitender Wellen, welche, von jedem Vibrationsatom ausgehend, dem äusseren Drucke einen ihm gleichen Widerstand leisten.

Treffen die fortschreitenden, nach dem Mittelpunkte der Erde gerichteten Aetherwellen, nachdem sie die Atmosphäre durchdrungen haben, auf einen festen oder auf einen flüssigen Körper, so üben sie einen Druck auf seine Oberfläche aus. Da die active Expansionskraft dieser Körper geringer ist, als der atmosphärische Druck, dem sie ausgesetzt sind, so wird ihre passive Expansionskraft in einem zu dem hinzukommenden Drucke der Aetherwellen gleichen Maasse verstärkt. Die von den einzelnen Vibrationsatomen ausgehenden Wellen verbreiten sich bei den Flüssigkeiten nach allen Seiten und üben deshalb auch einen allseitigen Druck aus. Bei den festen Körpern findet dagegen, wegen ihrer selbstständigen Gestalt, die Beschränkung der normalen Grösse ihrer Vibrationsatome nur in der Richtung des Druckes statt. Die passive Expansionskraft wirkt deshalb bei diesen Körpern dem Drucke der Aetherwellen direct entgegen und durch Rückwirkung auch in der Richtung dieses Druckes auf diejenigen Körper, welche den schweren Körpern zur Unterlage dienen. Dieser nach unten gerichtete Druck ist es, den wir als das Gewicht der Körper bezeichnen.

Denken wir uns einen festen Körper von regelmässiger, prismatischer Gestalt, aufrechtstehend und mit einem horizontalen Querschnitte gleich Eins; die oberste Schicht seiner Vibrationsatome ist vor allen anderen dem Stosse der nach dem Mittelpunkte der Erde gerichteten fortschreitenden Aetherwellen ausgesetzt; durch den Druck, welchen die Aetherwellen ausüben, wird in diesen Vibrationsatomen eine Rückwirkung hervorgerufen, welche, als passive Expansionskraft, sich nicht allein dem Drucke der Aetherwellen widersetzt, sondern auch ihrerseits wieder einen Druck auf die zweite Schicht der Vibrationsatome ausübt, so dass diese Schicht nicht allein den Druck der Aetherwellen, sondern auch den Druck der neu hinzukommenden Wellen auszuhalten hat, die von den über ihr liegenden Vibrationsatomen ausgehen. Die dritte Schicht ist schon dem Druck beider über ihr liegenden Schichten von Vibrationsatomen ausgesetzt; so geht es weiter, bis die unterste Schicht den Druck aller Wellen auszuhalten hat, welche von jedem einzelnen Vibrationsatom des Körpers als passive Expansions-

kraft ausgehen. Der Zuwachs des Druckes ist mit jeder tiefer liegenden Schicht ein gleicher, so dass schliesslich der Druck, welchen der Körper auf seine Unterlage ausübt, d. h. das Gewicht des Körpers, als die resultirende Wirkung aller von seinen einzelnen Vibrationsatomen ausgehenden Wellen betrachtet werden kann.

Bezeichnen wir mit i den Zuwachs an Vibrationsintensität, den die Wellen, welche das Gewicht eines Körpers hervorbringen, von jedem Vibrationsatom erhalten, so können wir den Druck, den jede von einem Vibrationsatom ausgehende Elementarwelle auf die Unterlage des Körpers ausübt, nach Gl. (81) durch

$$\frac{4 L D i}{\pi^2 T}$$

ausdrücken, wobei D stets die Dichtigkeit des Körpers bedeutet, in dem die Wellen sich fortpflanzen. Um den Gesammtdruck oder das Gewicht des Körpers zu finden, haben wir dann nur noch obige Grösse mit der Anzahl der Vibrationsatome im Körper zu multipliciren. Behalten wir für die Anzahl der Vibrationsatome in einer Volumeneinheit unsere frühere Bezeichnungsweise q^3 bei und ist V das Volumen des Körpers, so ist $q^3 V$ die Anzahl der Vibrationsatome im Körper, und wir erhalten demnach für das Gewicht der Körper im Allgemeinen die Gleichung

$$G = \frac{4 L q^3 D V i}{\pi^2 T}. \tag{82}$$

Ist uns nun das Gewicht zweier Körper durch die Gleichungen

$$G_1 = \frac{4 L_1 q_1^3 D_1 V_1 i_1}{\pi^2 T_1} \text{ und } G_2 = \frac{4 L_2 q_2^3 D_2 V_2 i_2}{\pi^2 T_2}$$

gegeben, so erhalten wir die Proportion

$$G_1 : G_2 = \frac{L_1 q_1^3 D_1 V_1 i_1}{T_1} \cdot \frac{L_2 q_2^3 D_2 V_2 i_2}{T_2}. \tag{83}$$

Vergleichen wir zwei gleichartige Körper mit einander, so sind

sie von gleicher Dichtigkeit; es ist also $D_1 = D_2$; ebenso ist bei ihnen die Länge der fortschreitenden Gravitationswellen L_1 und L_2, die Anzahl der Vibrationsatome in einer Volumeneinheit q_1^3 und q_2^3, die Intensität der Vibrationen i_1 und i_2 und endlich auch die Dauer der Vibrationen T_1 und T_2 jedenfalls einander gleich, und wir erhalten somit

$$G_1 : G_2 = V_1 : V_2 \tag{84}$$

d. h. das Gewicht gleichartiger Körper ist ihrem Volumen proportional, ein Gesetz, welches uns bereits als empirische Thatsache bekannt ist.

Sind die Körper dagegen verschiedenartig, aber von gleichem Volumen, so erhalten wir die Proportion

$$G_1 : G_2 = \frac{L_1\, q_1^3\, D_1\, i_1}{T_1} : \frac{L_2\, q_2^3\, D_2\, i_2}{T_2}. \tag{85}$$

Nun erscheint es aber im höchsten Grade wahrscheinlich, dass die Grösse $\frac{L\, q^3\, i}{T}$ für alle Körper eine gleiche ist. Zunächst lässt sich erwarten, dass das Product $q^3\, i$ für alle Körper ein constantes ist, nämlich dass die Intensität der Schwingungen, die von jedem Vibrationsatom ausgehen, um so geringer ist, je mehr Vibrationsatome bei verschiedenen Körpern in gleichem Volumen enthalten sind; was auch allerdings sehr wahrscheinlich erscheint, da es sich dabei vor Allem um einen Widerstand der passiven Expansionskraft gegen einen gleichen Druck der Aetherwellen handelt. Ferner können wir annehmen, dass die Dauer der Vibrationen T, durch welche die Schwere hervorgebracht wird, in allen Körpern eine gleiche ist, wenn wir nämlich die Voraussetzung machen, dass die Rückwirkung der Körper gegen jeden Stoss der Aetherwellen erfolgt und sich deshalb auch in derselben Zeit wie dieser wiederholt. Wenn wir schliesslich noch mit demselben Rechte, wie man in der atomistischen Theorie voraussetzt, dass alle Körper von einem Licht- oder Wärmeäther durchdrungen sind, annehmen, dass alle Körper wegen der überaus kurzen Dauer der Vibrationen im Weltäther, für alle fortschreitenden Aetherwellen, so wie für

die durch den Stoss der Aetherwellen angeregten Gravitationswellen vollkommen durchsichtig sind, dass die Körper deshalb ihrer Fortpflanzung nicht den geringsten Widerstand entgegensetzen und dass folglich auch die Geschwindigkeit der Fortpflanzung dieser Wellen in allen Körpern eine gleiche ist, so wird auch die Länge L der Gravitationswellen in allen Körpern eine gleiche sein, und somit die Grösse $\frac{L\,q^3\,i}{T}$ für alle Körper als constant angenommen werden können. Dies aber vorausgesetzt folgt aus Gl. (85)

$$G_1 : G_2 = D_1 : D_2. \tag{86}$$

Das Gewicht verschiedener Körper ist bei gleichem Volumen ihrer Dichtigkeit proportional, und aus der Gleichung (83)

$$G_1 : G_2 = D_1\,V_1 : D_2\,V_2 = M_1 : M_2. \tag{87}$$

Das Gewicht der Körper ist ihren Massen proportional.

Die ursprüngliche Ursache der Schwere liegt also im Weltäther. Sie wird durch die fortschreitenden, nach dem Mittelpunkte der Erde gerichteten Aetherwellen hervorgebracht, welche durch den Druck, den sie ausüben, in den Körpern, auf welche sie treffen, eine innere Bewegung veranlassen, durch welche innere Bewegung dann die Körper wieder ihrerseits einen Druck auf ihre Unterlage ausüben. Die Grösse dieses Druckes wird von jedem Körper selbst bestimmt und ist, wie wir gesehen haben, dem Volumen und der Dichtigkeit, d. h. der Masse der Körper proportional. Ist der Körper von unten unterstützt, so wird dieser Druck durch die passive Expansionskraft der Unterlage als gleicher Gegendruck wiedergegeben, wodurch der Körper in Ruhe bleibt. Ist dagegen der Körper frei beweglich, so wird er durch die in ihm durch den Stoss der Aetherwellen angeregten Gravitationswellen in eine gleichförmig beschleunigte, nach dem Mittelpunkte der Erde gerichtete Bewegung versetzt.

Wenn wir mit c die resultirende Vibrationsintensität des Körpers bezeichnen, mit welcher er seine Stösse gegen seine Unterlage ausführt, d. h. wenn wir in der Gl. (82)

$$q^3 V i = c$$

setzen, so erhalten wir in der Grösse

$$G = \frac{4 L D c}{\pi^2 T}$$

die bewegende Kraft, durch welche ein frei beweglicher Körper zu einer fallenden Bewegung veranlasst wird. Die bewegende Wirkung einer fortschreitenden Welle können wir uns aber nach § 11. immer durch den Stoss eines Körpers ersetzt denken, der bei einer Geschwindigkeit gleich der Vibrationsintensität eine Masse

$$m = \frac{2 L D}{\pi^2}$$

besitzt. Wir erhalten somit

$$G = \frac{2 m c}{T}.$$

Da c die Geschwindigkeit des hypothetisch angenommenen Körpers m ist, welcher die einzelnen Gravitationswellen zu ersetzen vermag, so lässt sich die Geschwindigkeit v, welche er dem Körper M durch seinen Stoss ertheilt hätte, nach den Gesetzen des Stosses aus der Gleichung

$$v = \frac{2 m c}{M + m}$$

bestimmen. Da aber m, wegen der überaus kurzen Dauer der Aethervibrationen, nach der Gleichung

$$T = 2 \pi \sqrt{\frac{m}{E}}$$

neben M als verschwindend klein angenommen werden kann, so erhalten wir

$$M v = 2 m c$$

und folglich auch

$$G = \frac{M v}{T}.$$

Es ist aber v die Elementarbeschleunigung der Schwere, d. h. die Geschwindigkeit, welche von jeder einzelnen Gravitationswelle dem Körper M in der Zeit T ertheilt wird, folglich ist auch

$$\frac{v}{T} = g$$

und also

$$G = Mg.$$

Wir erhalten somit, den Grundsätzen der Mechanik vollkommen entsprechend, das Gewicht der Körper gleich dem Producte aus Masse und Acceleration.

Vergleichen wir diese Gleichung mit der von uns für das Gewicht der Körper aufgestellten, theoretischen Gleichung (82)

$$G = \frac{4 L q^3 M i}{\pi^2 T},$$

so folgt

$$g = \frac{4 L q^3 i}{T}.$$

Aus dieser Gleichung geht hervor, da nach unserer Voraussetzung die Grösse $\frac{L q^3 i}{T}$ constant ist, dass die Beschleunigung der Schwere für alle Körper eine gleiche ist, wie wir es auch in der That an demselben Orte und im luftleeren Raume beobachten können.

Ist der auf einer Unterlage liegende Körper von unregelmässiger Gestalt, d. h. der Art, dass einige Theile desselben über die Unterstützungsfläche seitwärts hinwegragen, so bleibt sich nichtsdestoweniger das Gewicht des schweren Körpers immer gleich. Diejenigen Theile des Körpers, welche nicht direct unterstützt sind, haben darum nicht weniger ein Bestreben,

sich nach dem Mittelpunkte der Erde zu bewegen. Durch die Cohäsion der festen Körper wird dieses Streben zur Bewegung auf diejenigen Theile des Körpers übertragen, welche direct über dem Unterstützungspunkte liegen; es kann deshalb jeder Körper mit einem anderen Körper verglichen werden, der bei gleichem Volumen eine regelmässige, prismatische Gestalt und einen horizontalen Querschnitt hat, welcher seiner Unterstützungsfläche gleich ist. Bei unveränderlichem Volumen ist also das Gewicht eines Körpers in jeder beliebigen Gestalt immer dasselbe. —

Flüssigkeiten sind stets in Gefässen enthalten und übertragen deshalb auch ihr Gewicht auf die sie umringenden festen Körper, durch welche dann ihr Druck weiter auf die Unterlage geleitet wird. Die Flüssigkeiten unterscheiden sich von den festen Körpern dadurch, dass ihre Vibrationsatome bei der leichten Veränderlichkeit ihrer Form, bei einem gesteigerten äusseren Drucke eine Beschränkung ihrer Grösse nach allen Richtungen erleiden, weshalb auch die Flüssigkeiten den auf sie ausgeübten Druck nicht allein, wie die festen Körper, in der Richtung dieses Druckes weiter geben, sondern ihn nach allen Seiten fortpflanzen. Ein Gefäss, welches eine Flüssigkeit in sich enthält, ist deshalb nicht allein im Boden einem dem Gewichte der Flüssigkeit gleichen Druck ausgesetzt, sondern auch seine Seitenwände haben an jeder Stelle einen der Höhe der Flüssigkeit entsprechenden Druck auszuhalten. — Aus diesem Grunde ist auch jeder in eine Flüssigkeit eingetauchte Körper von allen Seiten einem Druck ausgesetzt, welcher dem Gewichte der verdrängten Flüssigkeit das Gleichgewicht hält, weshalb auch ein solcher Körper an seinem Gewichte gerade so viel verliert, wie das Gewicht dieser von ihm verdrängten Flüssigkeit beträgt.

Derselben Wirkung, welche die Aetherwellen an der Oberfläche der Erde auf die schweren Körper ausüben, sind auch die Weltkörper ausgesetzt. Das Ausbleiben der Aetherwellen aus dem Raume, der von einem Weltkörper eingenommen ist, macht sich nicht allein in der unmittelbaren Nähe dieses Weltkörpers fühlbar, sondern, wie die Wellen, welche von jedem

Vibrationsatom des Aethers ausgehen, sich in alle Räume verbreiten, so ist auch durch ihr Ausbleiben überall die veranlassende Ursache zu der Entstehung fortschreitender, in der Richtung zu dem betreffenden Weltkörper sich bewegender Aetherwellen gegeben. Treffen nun diese fortschreitenden Aetherwellen auf ihrem Wege einen anderen Weltkörper, so üben sie auf ihn genau dieselbe Wirkung aus, wie auf die schweren Körper auf der Oberfläche der Erde. Dieser Weltkörper wird in Bezug auf den anderen, nach welchem hin die Aetherwellen fortschreiten, *schwer* und wird dadurch in der Richtung zu diesem letzteren Weltkörper in eine fallende Bewegung versetzt.

Die dem Weltkörper ertheilte Beschleunigung ist zunächst von der bewegenden Kraft der Aetherwellen abhängig; diese bewegende Kraft aber wird ihrerseits, bei der concentrischen Wirkung der Aetherwellen, durch die Entfernung von dem Gravitationsmittelpunkte bestimmt. Bezeichnen wir die Dichtigkeit des Aethers mit γ und die Intensität seiner fortschreitenden Vibrationen mit c, so können wir die bewegende Kraft p oder die Quantität der Bewegung, welche auf der Flächeneinheit in einer fortschreitenden Aetherwelle enthalten ist, wie jede andere beständige Kraft durch die allgemeine Gleichung (81)

$$p = \frac{4 L \gamma c}{\pi^2 T}$$

ausdrücken. Ist uns nun die bewegende Kraft der Aetherwellen in den Entfernungen r_1 und r_2 von dem Gravitationsmittelpunkte durch die Gleichungen

$$p_1 = \frac{4 L_1 \gamma_1 c_1}{\pi^2 T} \quad \text{und} \quad p = \frac{4 L_2 \gamma_2 c_2}{\pi^2 T}$$

gegeben, so erhalten wir die Proportion

$$p_1 : p = L_1 \gamma_1 c_1 : L_2 \gamma_2 c_2. \qquad (88)$$

Um dieses Verhältniss der bewegenden Kräfte in den fortschreitenden Aetherwellen zu ermitteln, müssen wir zuvor die Dichtigkeit des Weltäthers γ und die Intensität seiner fortschreitenden Vibrationen in verschiedenen Entfernungen von

dem Gravitationsmittelpunkte bestimmen. Wegen der vollkommenen Elasticität der Materie können wir annehmen, dass die innere lebendige Kraft und die Quantität der Bewegung, welche in den fortschreitenden Aetherwellen in einem bestimmten Momente auf einer Kugelfläche enthalten sind, nach einiger Zeit bei der concentrischen Bewegung der Aetherwellen, wie bei dem vollkommen elastischen Stosse zweier Körper, ohne jeden Verlust auf eine kleinere Kugel übertragen werden. Bezeichnen wir also mit m_1 und m_2 die Aethermassen, welche auf den Kugeloberflächen, deren Halbdurchmesser r_1 und r_2 sind, durch ihren Stoss die bewegende Kraft der Aetherwellen hervorbringen, so erhalten wir, wenn die innere lebendige Kraft der fortschreitenden Aetherwellen auf beiden Kugeln eine gleiche ist, die Gleichung

$$m_1 c_1^2 = m_2 c_2^2$$

und wegen der gleichen Quantität der Bewegung die Gleichung

$$m_1 c_1 = m_2 c_2;$$

durch Division erhalten wir sofort

$$c_1 = c_2$$

und folglich auch

$$m_1 = m_2.$$

Die stossende Masse, welche auf der Flächeneinheit in einer Longitudinalwelle enthalten ist, können wir nach § 11. allgemein durch die Gleichung (32)

$$M = \frac{2 L D}{\pi^2}$$

ausdrücken. Wir erhalten demnach für die Aethermassen, welche auf der Flächeneinheit wirken, die Ausdrücke

$$\frac{2 L_1 \gamma_1}{\pi^2} \text{ und } \frac{2 L_2 \gamma_2}{\pi^2}$$

und auf beiden Kugeln, wenn wir mit P_1 und P_2 die Grösse ihrer Oberflächen bezeichnen,

$$m_1 = \frac{2 L_1 \gamma_1 P_1}{\pi^2} \text{ und } m_2 = \frac{2 L_2 \gamma_2 P_2}{\pi^2}.$$

und folglich auch, da $m_1 = m_2$ ist

$$L_1 \gamma_1 P_1 = L_2 \gamma_2 P_2,$$

woraus

$$L_1 \gamma_1 : L_2 \gamma_2 = P_2 : P_1.$$

Die Kugeloberflächen verhalten sich aber wie die Quadrate ihrer Halbdurchmesser, es ist also

$$P_1 : P_2 = r_1^2 : r_2^2$$

und folglich auch

$$L_1 \gamma_1 : L_2 \gamma_2 = r_2^2 : r_1^2.$$

Verbinden wir diese Gleichung mit der Gleichung (88), so erhalten wir

$$p_1 : p_2 = \frac{c_1}{r_1^2} : \frac{c_2}{r_2^2}.$$

Da $c_1 = c_2$ ist, so folgt daraus, dass in Bezug auf denselben Centralkörper die bewegende Kraft der Aetherwellen dem Quadrate ihrer Entfernung von dem Gravitationsmittelpunkte umgekehrt proportional ist.

Wenden wir dieses Resultat auf die Gleichung

$$G = \frac{4 L q^3 M i}{\pi^2 T}$$

an, durch welche wir das Gewicht der Körper ausgedrückt haben, so sehen wir leicht ein, dass von allen Grössen, welche auf der rechten Seite dieser Gleichung enthalten sind, die Vibrationsintensität i in den Gravitationswellen allein von der bewegenden Kraft der Aetherwellen abhängig und ihr folglich proportional ist. Bezeichnet demnach i die Intensität der

Vibrationen in den Gravitationswellen, wenn der schwere Körper sich in der Einheit der Entfernung vom Gravitationsmittelpunkte befindet, so wird diese Intensität, wenn die Entfernung des Körpers von demselben Gravitationsmittelpunkte gleich r ist,

$$\frac{i}{r^2}$$

sein; wir erhalten demnach für das Gewicht der Körper ganz allgemein die Gleichung

$$G = \frac{4 L q^3 M i}{\pi^2 T r^2},$$

wonach also das Gewicht eines Körpers stets dem Quadrate seiner Entfernung von dem Gravitationsmittelpunkte umgekehrt proportional ist.

Dieses Gesetz, auf die Weltkörper angewendet, ist das Gravitationsgesetz von Newton, insofern es die gegenseitige Beschleunigung der Weltkörper dem Quadrate ihrer Entfernung von einander umgekehrt proportional setzt.

Wenden wir die gewonnenen Resultate auf unser Planetensystem an. Im Mittelpunkte desselben erblicken wir die Sonne; wie alle anderen Weltkörper aus einer Condensation des Weltäthers entstanden, ist auch sie durch das Zusammenströmen des Weltäthers nach dem Condensationsmittelpunkte im Momente ihres Entstehens in eine Rotationsbewegung versetzt worden. An dieser Bewegung nimmt auch der Weltäther Theil, indem er die Sonne in einem bis in die entferntesten Räume reichenden Wirbel in gleicher Richtung mit ihrer Axendrehung, aber mit nach aussen abnehmender Geschwindigkeit umkreist. Durch weitere Condensationen des Weltäthers sind in diesem Wirbel die Planeten entstanden; auch sie sind durch das Zusammenströmen des Weltäthers nach dem Condensationsmittelpunkte in eine Rotationsbewegung versetzt worden, besitzen, wie die Sonne, eine Axendrehung und führen auch, wie diese, den Weltäther in einem Wirbel um sich herum. Aus einer bereits in Bewegung begriffenen Masse hervorgegangen, werden sie durch den Umschwung des Aethers um die Sonne mit fortgerissen,

während sie zugleich durch die nach dem Gravitationsmittelpunkte des Planetensystems fortschreitenden Aetherwellen in eine fallende Bewegung nach dem Centralkörper versetzt werden und in Folge dessen ihre Bahnen um die Sonne beschreiben. Auf ihrer Bewegung werden die Planeten von den Monden begleitet, welche, als Bruchstücke ihres Hauptkörpers, sich von demselben zu einer Zeit losgelöst haben, wo durch das Uebergewicht der aus der Rotationsbewegung hervorgehenden Fliehkraft über die Schwere ein Zusammenhalten des ganzen, noch feurig-flüssigen Planeten nicht möglich war. Dieses Loslösen der Monde von ihrem Hauptkörper hat sie jedoch seiner Wirkungssphäre nicht vollständig entrückt, sondern sie nur so weit entfernt, bis sich ihre Centrifugalkraft mit der Centralkraft der nach dem Planeten gerichteten Gravitationswellen ins Gleichgewicht setzte. Durch ihren Mangel an selbstständiger Rotation weisen die Monde auf ihren Ursprung hin. Die Axe ihrer Umdrehung liegt in ihrem Hauptkörper, dem sie deshalb auch stets dieselbe Seite zuwenden. Wie die Monde, so sind auch die Ringe des Saturn Theile dieses Weltkörpers, welche sich durch die Rotation von der Oberfläche des Planeten losgelöst haben, jedoch erstarrt sind, bevor ihre Theile sich von einander als Monde haben trennen können und deshalb den Saturn noch jetzt in Ringform umgeben. So treiben die Planeten, von ihren Monden umkreist, zugleich mit dem Weltäther um die Sonne herum; der Mangel jedes Widerstandes bei ihren Bewegungen erklärt sich dadurch, dass der Weltäther dieselbe Geschwindigkeit besitzt und denselben Gesetzen unterworfen ist, wie die Planeten selbst, und deshalb auch keine Störungen in ihren Bewegungen hervorzubringen vermag.

Die Planeten nehmen demnach an zwei Bewegungen Theil: an der ursprünglichen, gleichförmigen Wirbelbewegung des Weltäthers, welche sie, falls die centripedale Wirkung der fortschreitenden, nach der Sonne gerichteten Aetherwellen aufhörte, in einer zu ihrer Bahn tangentialen Richtung fortführen würde, und an einer durch die fortschreitenden Aetherwellen bewirkten, nach der Sonne fallenden Bewegung. In Folge dieser Bewegung ist ein jeder Planet in Bezug auf die Sonne schwer, und zwar

wenn g die in der Einheit der Entfernung nach der Sonne gerichtete Beschleunigung, und m die Masse des Planeten bedeuten, nach der Gleichung

$$G = \frac{4 L q^3 m i}{\pi^2 . T . r^2} = \frac{m g}{r^2}$$

in einem seiner Masse directen und dem Quadrate seiner Entfernung umgekehrten Verhältnisse.

Die Planeten bewegen sich jedoch nicht allein nach der Sonne, sondern, da sie ebensolche Gravitationsmittelpunkte sind, so bewegt sich auch die Sonne mit dem Weltäther um die Planeten und durch die Wirkung ihrer nach den Planeten gerichteten Gravitationswellen auch nach diesen hin. Die Sonne ist deshalb auch in Bezug auf jeden Planeten schwer, und wir können, wenn wir mit M ihre Masse und mit g_1 die in der Einheit der Entfernung nach einem Planeten gerichtete Beschleunigung bezeichnen, das Gewicht der Sonne in Bezug auf diesen Planeten durch die Gleichung

$$G_1 = \frac{M g_1}{r^2}$$

ausdrücken. Beide Grössen

$$\frac{mg}{r^2} \text{ und } \frac{M g_1}{r^2}$$

sind die Kräfte, durch welche der Planet zu der Sonne und die Sonne zu dem Planeten bewegt werden. Von ihnen zu unterscheiden sind die Beschleunigungen, welche den beiden Weltkörpern mitgetheilt werden, und die bei einer Entfernung r von einander durch die Grössen

$$\frac{g}{r^2} \text{ und } \frac{g_1}{r^2}$$

angegeben werden. Betrachtet man den einen Körper z. B. die Sonne als feststehend, so muss man, um die relative Beschleunigung eines Planeten, etwa der Erde zu ermitteln, die Bewegung der Sonne auch auf die Erde übertragen. Hieraus

ergiebt sich die Beschleunigung k, mit welcher die Erde sich zur Sonne bewegt, und ebenso auch für die anderen Planeten, der Summe beider Beschleunigungen gleich oder

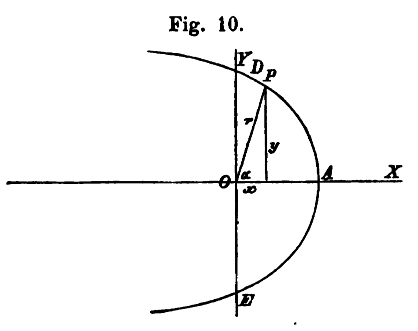
$$k = \frac{g + g_1}{r^2}. \qquad (89)$$

Die Wirkung dieser Beschleunigung ist bei einem ursprünglich ruhenden Körper der senkrechte Fall nach dem Centralkörper hin, eine Erscheinung, welche wir beim Fallen der Körper auf die Erdoberfläche beobachten; bei einem ursprünglich in Bewegung befindlichen Körper die Ablenkung von der geradlinigen Richtung dieser Bewegung nach der Seite des Gravitationsmittelpunktes hin.

Von diesen Grundsätzen ausgehend, sind wir im Stande, die Kepler'schen Gesetze auf theoretischem Wege zu entwickeln und somit für unsere Theorie, ohne Zugrundelegung der unwahrscheinlichen Hypothese einer Massenanziehung, dieselbe empirische Bestätigung zu erlangen, wie sie bisher zu Gunsten der Gravitationstheorie von Newton den Beobachtungen entnommen worden ist.

Aus der Mechanik wissen wir, dass aus dem Zusammenwirken einer gleichförmigen und einer veränderlichen Bewegung eine krummlinige Bewegung hervorgeht; hier kommt es darauf an, unter der Voraussetzung, dass die einem Weltkörper ertheilte Beschleunigung dem Quadrate seiner Entfernung von dem Centralkörper umgekehrt proportional ist, seine Bahn genauer zu bestimmen.

Fig. 10.



In Fig. 10 seien O X und O Y rechtwinklige Coordinaten und D P A E die Curve, in welcher sich ein Weltkörper bewegt; er befinde sich in P und seine Masse sei m. Der Centralkörper befinde sich in O und die Entfernung beider Weltkörper von einander sei O P = r.

Die dem Körper m ertheilte und nach dem Centralkörper gerichtete Beschleunigung ist nach der letzten Gleichung

$$k = \frac{g + g_1}{r^2}$$

oder, wenn wir die Beschleunigung in der Einheit der Entfernung

$$g + g_1 = \varkappa \qquad (90)$$

setzen, so ist

$$k = \frac{\varkappa}{r^2}.$$

Zerlegen wir die Beschleunigung in P parallel zu der Richtung der Coordinatenaxen, so erhalten wir

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = - k \cos \alpha = - \frac{\varkappa}{r^2} \cos \alpha$$

und

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = - k \sin \alpha = - \frac{\varkappa}{r^2} \sin \alpha,$$

wobei das Minuszeichen unter der Voraussetzung einer Retardation in der Bewegung des Körpers genommen wird.

Es ist aber

$$\cos \alpha = \frac{x}{r} \text{ und } \sin \alpha = \frac{y}{r}$$

folglich

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = - \frac{\varkappa x}{r^3} \text{ und } \frac{d^2 y}{dt^2} = - \frac{\varkappa y}{r^3}; \qquad (91)$$

eliminirt man aus diesen Gleichungen $\frac{\varkappa}{r^3}$, so erhält man sofort

$$y \frac{d^2 x}{dt^2} - x \frac{d^2 y}{dt^2} = 0$$

und durch Integration

$$\frac{y\,dx - x\,dy}{dt} = C.$$

Nimmt man A als Anfangspunkt der Bewegung, die Richtung derselben an diesem Punkte senkrecht zu der x-Axe und die Entfernung der beiden Weltkörper in dieser Lage AO = q an, so hat man, wenn man die Anfangsgeschwindigkeit in A mit v und einen unendlich kleinen Theil der Curve mit ds bezeichnet

$$\frac{dx}{dt} = 0, \quad \frac{dy}{dt} = \frac{ds}{dt} = v, \quad x = q \text{ und } y = 0$$

und folglich

$$C = -\frac{xdy}{dt} = -q\,v$$

und

$$y\,dx - x\,dy = -q\,v\,dt. \tag{92}$$

Multiplicirt man die Gleichung (91) mit dx und dy, so hat man

$$\frac{d^2x}{dt^2}\,dx = -\frac{\varkappa x}{r^3}\,dx \text{ und } \frac{d^2y}{dt^2}\,dy = -\frac{\varkappa y}{r^3}\,dy$$

und durch Summation

$$\frac{dx\,d^2x + dy\,d^2y}{dt^2} = -\frac{\varkappa}{r^3}(x\,dx + y\,dy);$$

es ist aber

$$dx^2 + dy^2 = ds^2$$

differentiirt

$$dx\,d^2x + dy\,d^2y = ds\,d^2s$$

und ebenso

$$x^2 + y^2 = r^2,$$

woraus

$$x\,dx + y\,dy = r\,dr,$$

folglich

$$\frac{ds\,d^2s}{dt^2} = -\frac{\varkappa\,dr}{r^2};$$

und integrirt man, so ist

$$\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = \frac{2\varkappa}{r} + C;$$

für den Punkt A ist aber $\frac{ds}{dt} = v$ und $r = q$ und folglich

$$C = v^2 - \frac{2\varkappa}{q},$$

also

$$\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = v^2 - \frac{2\varkappa}{q} + \frac{2\varkappa}{r},$$

woraus

$$dt^2 = \frac{ds^2}{v^2 - \frac{2\varkappa}{q} + \frac{2\varkappa}{r}};$$

nach der Gleichung (92) ist aber

$$dt^2 = \left(\frac{x\,dy - y\,dx}{v\,q}\right)^2,$$

folglich

$$\left(\frac{x\,dy - y\,dx}{v\,q}\right)^2 = \frac{ds^2}{v^2 - \frac{2\varkappa}{q} + \frac{2\varkappa}{r}}. \tag{93}$$

Geht man zu den Polarcoordinaten über, so ist

$$x = r\cos\alpha \text{ und } y = r\sin\alpha$$

und

$$\begin{aligned}
&\mathrm{x\,dy - y\,dx} \\
&= \mathrm{r} \cos\alpha (\sin\alpha\, \mathrm{dr} + \mathrm{r}\cos\alpha\, d\alpha) - \mathrm{r}\sin\alpha(\cos\alpha\, \mathrm{dr} - \mathrm{r}\sin\alpha\, d\alpha) \\
&= \mathrm{r}^2 (\cos\alpha^2 + \sin\alpha^2)\, d\alpha = \mathrm{r}^2 d\alpha \qquad (94)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
ds^2 = dx^2 + dy^2 &= (\cos\alpha\, dr - r\sin\alpha\, d\alpha)^2 + (\sin\alpha\, dr + r\cos\alpha\, d\alpha)^2 \\
&= \cos\alpha^2 dr^2 - 2r\cos\alpha\sin\alpha\, dr\, d\alpha + r^2\sin\alpha^2 d\alpha^2 \\
&\quad + \sin\alpha^2 dr^2 + 2r\cos\alpha\sin\alpha\, dr\, d\alpha + r^2\cos\alpha^2 d\alpha^2 \\
&= (\cos\alpha^2 + \sin\alpha^2)\, dr^2 + r^2(\sin\alpha^2 + \cos\alpha^2)\, d\alpha^2 \\
&= dr^2 + r^2 d\alpha^2 \qquad (95)
\end{aligned}$$

Die Gleichung (93) verwandelt sich demnach in

$$\frac{r^4 d\alpha^2}{v^2 q^2} = \frac{dr^2 + r^2 d\alpha^2}{v^2 - \frac{2\varkappa}{q} + \frac{2\varkappa}{r}}.$$

woraus

$$\frac{d\alpha^2 \left(v^2 - \frac{2\varkappa}{q} + \frac{2\varkappa}{r}\right)}{v^2 q^2} = \frac{dr^2 + r^2 d\alpha^2}{r^4};$$

setzt man

$$r = \frac{1}{u} \text{ und } dr = -\frac{du}{u^2},$$

so ist

$$\frac{d\alpha^2 \left(v^2 - \frac{2\varkappa}{q} + 2\varkappa u\right)}{v^2 q^2} = du^2 + u^2 d\alpha^2,$$

woraus

$$\begin{aligned}
d\alpha &= \frac{\pm v^2 q^2 du}{\sqrt{v^2 q^2 \left(v^2 - \frac{2\varkappa}{q} + 2\varkappa u\right) - v^4 q^4 u^2}} \\
&= \frac{+ v^2 q^2 du}{\sqrt{(v^2 q - \varkappa)^2 - (\varkappa - v^2 q^2 u)^2}}; \qquad (96)
\end{aligned}$$

setzt man

$$\varkappa - v^2 q^2 u = - z (v^2 q - \varkappa)$$
$$- v^2 q^2 du = (\varkappa - v^2 q) dz$$

so ist

$$d\alpha = \frac{\mp (\varkappa - v^2 q) dz}{\sqrt{(v^2 q - \varkappa)^2 - z^2 (v^2 q - \varkappa)^2}} = \frac{\mp dz}{\sqrt{1 - z^2}}$$

und integrirt

$$\alpha + C = \text{Arc} \cos z,$$

woraus

$$\cos (\alpha + C) = z = \frac{v^2 q^2 u - \varkappa}{v^2 q - \varkappa}.$$

Für den Anfangspunkt A ist wieder

$$\alpha = 0, \ \frac{1}{u} = r = q, \cos C = \frac{v^2 q - \varkappa}{v_2 q - \varkappa} = 1, \text{ folglich } C = 0,$$

also

$$\cos \alpha = \frac{\frac{v^2 q^2}{r} - \varkappa}{v^2 q - \varkappa}. \tag{97}$$

Aus dieser Gleichung lässt sich die Bahn eines Körpers bestimmen, der sich unter dem Einflusse eines Centralkörpers bewegt.

Setzt man z. B. entweder $v = 0$, wenn die Anfangsgeschwindigkeit gleich Null ist, oder $q = 0$, wenn die Bewegung aus dem Centralkörper selbst hervorgeht, so ist

$$\cos \alpha = \frac{\varkappa}{\varkappa} = 1.$$

Daraus ersieht man, dass $\cos \alpha$ constant, und α gleich Null ist, was so viel bedeutet, dass die Bewegung in einer geraden Linie stattfindet und in der Richtung der durch den Centralkörper gehenden x-Axe gerichtet ist, wie wir es bei dem freien Fall der Körper an der Erdoberfläche beobachten können.

Entwickelt man aus obiger Gleichung r, so ist

$$r = \frac{v^2 q^2}{\varkappa + (v^2 q - \varkappa) \cos\alpha}. \tag{98}$$

Setzt man nun ferner in dieser Gleichung $v^2 q = \varkappa$, so ist

$$r = \frac{v^2 q^2}{\varkappa} = q,$$

d. h. r ist constant, was nur bei einem Kreise stattfinden kann.

Ist dagegen $v^2 q - \varkappa < 1$ aber $v^2 q > \varkappa$, so ist

$$r = \frac{v^2 q^2}{\varkappa + (v^2 q - \varkappa) \cos\alpha}$$

die Gleichung einer Ellipse. Für $\cos\alpha = 1$ ist

$$r = q,$$

d. h. der Körper befindet sich in dem Punkte A; für $\cos\alpha = -1$ ist

$$r = \frac{v^2 q^2}{2\varkappa - v^2 q};$$

die Bahn des Körpers durchschneidet die x-Axe in zwei Punkten und ist eine geschlossene Curve.

Ist nun ferner

$$v^2 q - \varkappa = \varkappa, \text{ d. h. } v^2 q = 2\varkappa,$$

so ist $v^2 = \frac{2\varkappa}{q}$ und

$$r = \frac{v^2 q^2}{\varkappa + \varkappa \cos\alpha};$$

für $\cos\alpha = 1$ ist wieder

$$r = q;$$

für $\cos\alpha = -1$ wird aber r unendlich, d. h. die Bahn des

Körpers ist nicht mehr eine geschlossene Curve, sondern eine Parabel, und der Körper, nachdem er im Punkte A seine grösste Nähe zum Centralkörper erreicht hat, entfernt sich von da an beständig von demselben.

Ist nun endlich $v^2 q > 2 \varkappa$, so ist in

$$r = \frac{v^2 q^2}{\varkappa + (v^2 q - \varkappa) \cos \alpha},$$

für $\cos \alpha = 1$ wieder $r = q$, für $\cos \alpha = - \frac{\varkappa}{v^2 q - \varkappa}$ wird r aber wieder unendlich und bei einer weiteren Zunahme von α negativ. In diesem Falle entspricht obige Gleichung einer Hyperbel.

Die analytische Entwickelung der Gravitationsgesetze ist eine Erweiterung des ersten Kepler'schen Gesetzes. Kepler hatte die elliptische Form der Planetenbahnen aus den Beobachtungen erkannt; die Theorie weist dagegen nach, dass die Bahnen der Weltkörper von der geraden Linie bis zur Hyperbel sehr verschiedenartig sein können, stets aber zu den Kegelschnitten gehören. Die Erfahrung giebt uns Beispiele zu den verschiedenen Fällen. Die gerade Linie erkennen wir bei dem freien Fall der Körper, wenn die anfängliche Geschwindigkeit eines unter dem Einflusse eines Centralkörpers sich befindlichen Körpers gleich Null ist oder wenn die Richtung seiner Bewegung nach dem Mittelpunkte des Centralkörpers gerichtet ist. — Ebenso steht theoretisch dem nichts entgegen, dass sich zu den vier Hauptformen der Kegelschnitte Beispiele vorfinden können. Da aber der Kreis und die Parabel an ganz bestimmte Verhältnisse gebunden sind, so ist es natürlich, dass beide Bahnformen nur momentan existiren können, weil die gegenseitigen Störungen der Himmelskörper sie fortwährend verändern. Was jetzt Kreisbahn ist, verwandelt sich schon im nächsten Momente in eine Ellipse von geringer Excentricität; was Parabel ist, wird ebenso entweder in die elliptische oder in die hyperbolische Form übergeführt. Wenn also in der Astronomie einige Bahnen (z. B. der beiden innersten Jupitermonde) als kreisförmige, andere (z. B. viele Kometenbahnen) als parabolische aufgeführt

werden, so heisst dieses nichts weiter, als dass man nicht im Stande ist, die jedenfalls geringe Abweichung vom Kreise oder der Parabel aus den Beobachtungen mit Sicherheit zu erkennen. Von den Planeten ist es gewiss, dass sie nur elliptische Bahnen haben. Für die Kometen ist es ebenfalls sehr wahrscheinlich, dass sie sich auch alle in elliptischen Bahnen bewegen. Ein Komet mit einer parabolischen oder hyperbolischen Bahn könnte nur ein einziges Mal erscheinen, und müsste entweder sich auflösen oder im Laufe der Zeit in das System eines anderen Fixsternes übergehen, und ebenso müssten Kometen, die ursprünglich anderen Fixsternen angehörten, in das System unserer Sonne gelangen. Die Berechnungen der Kometenbahnen haben für eine nicht unbeträchtliche Zahl auf Bahnen geführt, die ganz entschieden elliptisch sind, während man andererseits auch einige hyperpolische gefunden hat, jedoch mit einer so geringen Abweichung von der Parabel, dass es unentschieden bleibt, ob nicht die Beobachtungsfehler allein ein solches Ergebniss veranlassen.

Wie das erste Kepler'sche Gesetz, so lässt sich auch das zweite theoretisch begründen. Aus den Gleichungen (92) und (94) haben wir

$$xdy - ydx = vqdt \text{ und } xdy - ydx - r^2 d\alpha,$$

folglich

$$r^2 d\alpha = vqdt \qquad (99)$$

und durch Integration

$$\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} r^2 \, d\alpha = vq\,(t_2 - t_1)$$

und das ist bereits der mathematische Ausdruck für das zweite Kepler'sche Gesetz, denn. da $^1/_2$ r.r $d\alpha$ augenscheinlich dem Dreieck gleich ist, das der Radius vector während der Zeit dt beschreibt, so bedeutet obige Gleichung nichts Anderes, als dass eine von dem Centralkörper bis zum Planeten gezogene gerade Linie den Zeiten proportionale Flächen überstreicht.

Zur Bestimmung der Umlaufszeit eines Planeten haben wir zunächst, unter Voraussetzung einer elliptischen Bahn, aus Gl. (97)

$$r\left(1+\frac{v^2 q - \varkappa}{\varkappa}\cos\alpha\right) = \frac{v^2 q^2}{\varkappa}.$$

Vergleicht man diese Gleichung mit der Polargleichung einer Ellipse

$$r(1 + e\cos\alpha) = p,$$

so ist offenbar

$$\frac{v^2 q - \varkappa}{\varkappa} = e,\ \frac{v^2 q^2}{\varkappa} = p,$$

wo e die Excentricität und p den halben Parameter der Ellipse bedeuten.

Ferner haben wir aus Gl. (96)

$$d\alpha = \frac{\pm v^2 q^2 du}{\sqrt{(v^2 q - \varkappa)^2 - (\varkappa - v^2 q^2 u)^2}}$$

und aus Gl. (99)

$$d\alpha = \frac{v q dt}{r^2},$$

folglich

$$\frac{v q dt}{r^2} = \frac{\pm v^2 q^2 du}{\sqrt{(v^2 q - \varkappa)^2 - (\varkappa - v^2 q^2 u)^2}}$$

oder

$$\frac{v q \sqrt{\varkappa}\, dt}{\sqrt{\varkappa}\, r^2} = \frac{\pm \frac{v^2 q^2}{\varkappa} du}{\sqrt{\left(\frac{v^2 q - \varkappa}{\varkappa}\right)^2 - \left(\frac{\varkappa - v^2 q^2 u}{\varkappa}\right)^2}}$$

oder

$$\frac{\sqrt{\varkappa}\, dt}{r^2} = \frac{\pm \sqrt{p}\, du}{\sqrt{e^2 - (1 - pu)^2}};$$

setzen wir wieder $u = \frac{1}{r}$ und $du = -\frac{dr}{r^2}$, so erhalten wir

$$\sqrt{\varkappa}\, dt = \frac{\mp \sqrt{p}\, dr}{\sqrt{e^2 - \left(1 - \frac{p}{r}\right)^2}}$$

oder

$$\sqrt{\varkappa}\, dt = \frac{\mp \sqrt{p}\, r\, dr}{\sqrt{e^2 r^2 - r^2 + 2 p r - p^2}}.$$

Bezeichnen wir die halbe grosse Axe der Ellipse oder die mit lere Entfernung des Planeten von der Sonne mit a, so ist

$$p = a\,(1 - e^2)$$

und folglich

$$\sqrt{\varkappa}\, dt = \frac{\mp \sqrt{a\,(1 - e^2)}\, r\, d\, r}{\sqrt{(e^2 - 1)\, r^2 + 2\, a\,(1 - e^2)\, r - a^2\,(1 - e^2)^2}}$$

$$= \frac{\mp \sqrt{a}.\, r\, d\, r}{\sqrt{2\, a\, r - a^2\,(1 - e^2) - r^2}},$$

mithin auch

$$\sqrt{\varkappa}\, dt = \frac{\mp \sqrt{a}.\, r\, d\, r}{\sqrt{a^2 e^2 - (a - r)^2}}.$$

Um diese Formel leicht integriren zu können, setzen wir

$$a - r = a\, e \cos \varphi$$

und folglich

$$r = a\,(1 - e \cos \varphi) \text{ und } dr = a\, e \sin \varphi\, d\varphi;$$

setzen wir ein, so ist

$$\sqrt{\varkappa}\, dt = \frac{\mp \sqrt{a}.\, a\,(1 - e \cos \varphi).\, ae \sin \varphi\, d\, \varphi}{\sqrt{a^2 e^2 - a^2 e^2 \cos \varphi^2}}$$

$$= \frac{\mp a^2 e \sqrt{a}\,(1 - e \cos\varphi) \sin\varphi\, d\varphi}{a\, e \sin\varphi}$$

und mithin

$$\sqrt{\varkappa}\,.\,dt = \mp a\sqrt{a}\,(1 - e\cos\varphi)\,d\varphi.$$

Integriren wir und nehmen wir, da dt immer nur positiv gedacht werden kann, das untere Zeichen, so erhalten wir

$$\sqrt{\varkappa}\,.\,t = a\sqrt{a}\,(\varphi - e\sin\varphi). \qquad (100)$$

Aus den Gleichungen

$$r\,(1 + e\cos\alpha) = a\,(1 - e^2) \text{ und } r = a\,(1 - e\cos\varphi)$$

erhalten wir

$$a\,(1 - e\cos\varphi) = \frac{a\,(1 - e^2)}{1 + e\cos\alpha}$$

und ersehen daraus, dass für $\alpha = 0$ oder 2π

$$\cos\varphi = \frac{1 - e^2}{1 - e^2} = 1$$

und folglich φ ebenfalls 0 oder 2π wird. Wir erhalten demnach die Zeit T eines Planetenumlaufs, wenn wir in der Gl. (100) $t = T$ und $\varphi = 2\pi$ setzen

$$T = 2\pi a\sqrt{\frac{a}{\varkappa}}.$$

Da aber nach Gleichung (90)

$$\varkappa = g + g_1$$

ist, so ist auch

$$T = 2\pi a\sqrt{\frac{a}{g + g_1}}.$$

Erheben wir diese Gleichung ins Quadrat, so ist

$$T^2 = \frac{4\,\pi^2\,a^3}{g + g_1}.$$

Für einen anderen Planeten haben wir die Gleichung

$$T_1^2 = \frac{4\,\pi^2\,a_1^3}{g + g_2}.$$

Dividirt man beide Gleichungen durch einander, so erhält man

$$\frac{g + g_1}{g + g_2} = \frac{a^3}{T^2} \cdot \frac{T_1^2}{a_1^3}.$$

Wenn hiebei die Beschleunigungen der Sonne zu den Planeten, also g_1 und g_2, in Vergleich zu der nach der Sonne gerichteten Beschleunigung, wie es allerdings aus den Beobachtungen hervorgeht, als verschwindend klein angenommen werden können, so ist

$$\frac{g + g_1}{g + g_2} = 1$$

und folglich auch

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{a_1^3}{T_1^2}.$$

Das ist das dritte Kepler'sche Gesetz, nach welchem die Quadrate der Umlaufszeiten je zweier Planeten sich zu einander verhalten, wie die Würfel ihrer mittleren Entfernungen.

Es lassen sich also die den Beobachtungen entnommenen Gravitationsgesetze auch ohne Voraussetzung einer Massenanziehung auf theoretischem Wege entwickeln; dadurch verschwindet aus unserer Theorie eine Hypothese, welche den doppelten Nachtheil hat, überflüssig und unbegreiflich zu sein.

Naturphilosophie.

§ 66. **Aufgabe der Naturphilosophie.** Mit Hülfe unserer Vibrationstheorie ist es uns gelungen, die bedeutendsten an den Körpern beobachteten Erscheinungen zu erklären. Wir haben nicht allein die qualitativen, sowie die quantitativen Ver-

schiedenheiten der Körper — ihre verschiedene Dichtigkeit, ihre Temperatur, ihre specifische Wärme, ihre Zusammensetzung, ihre Aggregatzustände, die Krystallbildungen, die Allotropie, Isomerie, Metamerie, Polymerie u. s. w. — auf die rein quantitativen Unterschiede in der Dauer und in der Intensität der Wärmevibrationen, sowie auf die verschiedene Zusammensetzung, Anordnung und Beschaffenheit der stehenden Wärmewellen oder der Vibrationsatome zurückgeführt, sondern auch alle Kräfte, welche bisher in der Wissenschaft als die Ursache der Naturerscheinungen galten — die Cohäsions- und Expansionskraft der Körper, die Schwere, die Gravitation der Weltkörper, die Affinität, die elektrischen und magnetischen Kräfte u. s. w. — durch Wellenbewegungen erklärt, mit einem Worte: wir haben in dem inneren, vibratorischen Bewegungszustande der Körper die allen Naturerscheinungen zu Grunde liegende Einheit erkannt.

Drei Fragen sind aber noch unbeantwortet geblieben, nämlich: die Frage nach dem Wesen der Materie und die mit der Erkenntniss dieses Wesens in innigem Zusammenhange stehenden Fragen nach der absoluten Dichtigkeit und der inneren Elasticität der Materie. Die Dichtigkeit und die Elasticität der Materie haben wir bisher in unserer Theorie nur in dem Sinne verwenden können, welcher ihnen bereits schon in der Wissenschaft beigelegt worden ist, d. h. die Dichtigkeit als das Maass der Trägheit und als die relative Quantität der in einer Volumeneinheit enthaltenen Materie, die Elasticität dagegen als das Princip der Erhaltung der lebendigen Kraft, als den Widerstand, welchen die Materie den äusseren Kräften entgegensetzt, oder als das Streben der Materie, ihre gestörte Gleichmässigkeit wiederherzustellen, aufgefasst. Jetzt tritt die Aufgabe an uns heran, durch Beantwortung der erwähnten Fragen den allendlichen Abschluss unserer Theorie zu gewinnen.

Im Beginn unserer theoretischen Untersuchungen haben wir, wie jede andere Naturtheorie, die Voraussetzung gemacht, dass die Körper aus Materie bestehen, weil es als wahrscheinlich, fast als selbstverständlich erschien, dass ihnen ein Etwas zu

Grunde liegen müsse, das mehr ist als ihre blosse Erscheinung. Wir haben uns jeder Bestimmung über das Wesen der Materie enthalten, sondern, um nicht der Erklärung der an den Körpern beobachteten Verschiedenheiten vorzugreifen, angenommen, dass die Materie gleichartig und unterschiedlos sei, und ihr ausserdem noch, wie den Körpern überhaupt, Ausdehnung und Dauer, Bewegung und Elasticität zugeschrieben. Jetzt tritt die Frage auf: woher unser Wissen von der Materie stamme und welche Vorstellung wir uns von ihr zu machen haben? Es wäre zu erwarten, dass das Wissen von der Materie, wie alles Wissen überhaupt, in der sinnlichen Wahrnehmung begründet sei; überschauen wir aber nach vollbrachtem Werke unsere Kenntniss von den Naturerscheinungen, so gelangen wir zu dem Resultate, dass kein Theil dieser Kenntniss uns ein Zeugniss über das Dasein der Materie giebt.

Alle Erscheinungen, welche an den Körpern beobachtet werden, deuten nur auf Bewegungen hin. Die Cohäsion der Körper, ihr Widerstand gegen zusammendrückende Kräfte, ihre Ausdehnbarkeit, welche als Wirkungen der raumerfüllenden Kraft der Materie uns scheinbar vor allen anderen Eigenschaften der Körper Kunde von dem Dasein der Materie geben müssten, haben sich durch Wellenbewegungen erklären lassen; die Verschiedenheit der Körper ist nur eine Verschiedenheit in der Dauer ihrer stehenden Wärmevibrationen oder eine Verschiedenheit in der Zusammensetzung ihrer Vibrationsatome; die Veränderlichkeit der Körper bei veränderter Temperatur ist nur eine Steigerung oder Abnahme der Intensität ihrer inneren Bewegung und der chemische Process nur eine Trennung oder gegenseitige Mittheilung der stehenden Wärmewellen verschiedener Körper. Kurz, welche Erscheinung man auch betrachten mag, jede lässt sich durch den inneren Bewegungszustand der Körper erklären.

Wenn wir unsere fünf Sinne, durch welche wir die Kenntniss von einer Welterscheinung erhalten, nach einander untersuchen, so überzeugen wir uns davon, dass die sinnlichen Empfindungen und Eindrücke, deren wir uns bewusst werden, nur Wirkungen von Vibrationen sind. Das Auge, als Hauptvermit-

der Wahrnehmung einer äusseren Welt, nimmt die auf ihn eindringenden vibratorischen Bewegungen auf, und es entstehen auf diese Weise in uns, indem die erhaltenen Eindrücke zu unserem Bewusstsein gelangen, die Bilder von den wahrgenommenen Gegenständen. Wenn auch diese Bilder durch die geradlinige Fortpflanzung des Lichtes und durch den kunstvollen Bau des Auges der wirklichen Form der Körper entsprechen, so vermögen wir doch durch diese Wahrnehmungen nur die gegenseitige Lage und das Volumen der Körper, d. h. den von ihnen eingenommenen Raum, nicht aber ihr inneres Wesen zu erkennen. Ebenso ist die Farbe nicht etwas, was an den Körpern haftet, wie man es häufig glaubt, weil man einen Gegenstand anstreichen kann, sondern nur eine Beschaffenheit ihrer Oberfläche, welche im Stande ist, transversale Vibrationen von bestimmter Dauer und Zusammensetzung zu reflectiren. Das Licht manifestirt sich als Licht, d. h. als erleuchtende Kraft nur in dem Bewusstsein lebender Wesen; für sich ist es nur eine vibratorische Bewegung, welche, wie jede andere Bewegung, nur mechanische Wirkungen zu äussern vermag. Wir erkennen also durch das Auge nur das Dasein transversaler Vibrationen von verschiedener Dauer und Zusammensetzung, die von den wahrgenommenen Körpern ausgehen und uns in den Stand setzen, diese Körper von einander zu unterscheiden.

Vermittelst des Gehörsinnes werden auch nur Bewegungen wahrgenommen; der Schall tritt als solcher nur in dem Bewusstsein des Hörenden hervor; an sich ist er nur eine Aufeinanderfolge von Lufterschütterungen, also auch nur Bewegung.

Durch den Tastsinn empfinden wir den Widerstand, den die Körper den zusammendrückenden Kräften entgegensetzen; diesen Widerstand haben wir als eine Wellenbewegung erkannt; indem wir einen Körper berühren, so üben wir einen wenn auch sehr leisen Druck aus. Durch diesen Druck wird sofort eine entgegenwirkende Wellenbewegung als passive Expansionskraft hervorgerufen, welche in uns, indem sie sich dem Drucke unserer Hand widersetzt, die Vorstellung von der Cohäsion und Undurchdringlichkeit der Körper hervorbringt; es ist also

auch durch den Tastsinn nicht möglich, sich von der materiellen Beschaffenheit der Körper zu überzeugen. Was wir als einen Widerstand empfinden, ist nicht eine Eigenschaft der Materie, sondern nur eine Wirkung der inneren Bewegung der Körper.

Das Gefühl von Wärme und Kälte entsteht dadurch, dass die Intensität der Wärmevibrationen in unserem Körper gesteigert oder vermindert wird. Durch den Geruch- und Geschmacksinn endlich erkennen wir blos die chemischen Wirkungen, welche die Körper auf die entsprechenden Organe ausüben, und die auch nur in einer Mittheilung von Vibrationsbewegungen bestehen.

Wohin wir uns also wenden, welche Erscheinung wir betrachten, welchen Sinn wir auch anstrengen, wir vermögen in der Welt nichts Anderes als nur Vibrationsbewegungen zu erkennen.

Das menschliche Wissen wird nur durch die Sinne vermittelt; streng genommen ist deshalb die Kenntniss, welche wir von einer Welterscheinung erlangen, nur ein Wissen von sinnlichen Empfindungen; auch jetzt am Schlusse unseres Werkes sind wir nicht weiter gelangt als zu der Erkenntniss, dass unser ganzes empirisches und theoretisches Wissen nur ein Wissen von Vibrationsbewegungen ist, welche jene sinnlichen Empfindungen hervorbringen. Um sich dieses recht klar zu vergegenwärtigen, stelle man sich vor: einerseits den mit Sinnen begabten Menschen, andererseits alle übrigen Gegenstände, von einem durchsichtigen Medium, der Luft, oder, wenn man das Bild verallgemeinern will, von dem Weltäther umhüllt. Von allen Körpern gehen nach allen Richtungen, von der Luft oder dem Weltäther getragen, Wellenbewegungen aus, die, indem sie die menschlichen Sinne erreichen, die Wahrnehmung einer Welterscheinung hervorbringen. Die transversalen Vibrationen des Lichtes sind es hauptsächlich, welche die Kenntniss einer Welt vermitteln, und die, wenn sie das Auge treffen, sei es direct oder durch Reflexion, entweder die glänzende Erscheinung der leuchtenden Körper hervorrufen oder einen Aufschluss über die Lage, Form und Grösse der Körper geben und durch ihre Farbenpracht den Menschen häufig mit Bewunderung über

die Schönheit dieser Welt erfüllen. Von den Körpern erfahren wir dabei nur, dass sie die ausgedehnten Ausgangsorte von Vibrationsbewegungen sind; ihr inneres Wesen hingegen bleibt uns verschlossen. Die von den Körpern ausgehenden Wellenbewegungen sind nur eine Brücke, durch welche wir eine Kenntniss von ihrer äusseren Erscheinung erlangen, ohne in ihr Inneres eindringen zu können. Die Wahrnehmung einer Welt ist sogar nur dadurch möglich, dass die von den Körpern ausgehenden Vibrationsbewegungen von einander verschieden sind. Denke man sich einen Augenblick alle Verschiedenheiten in der Welt ausgeglichen, man könnte dann nicht einen Körper mehr von dem anderen unterscheiden; es wäre in der Welt nichts mehr anzuschauen: sie würde ebenso leer erscheinen oder vielmehr nicht erscheinen, wie das Nichts. Alle Eigenschaften und Merkmale, welche wir den einzelnen Körpern zuschreiben, erkennen wir nur durch den Vergleich derselben mit einander: wir unterscheiden z. B. rothe Körper nur deshalb, weil andere gelb oder blau sind, das Licht überhaupt nur im Gegensatz zum Schatten und warme Körper von weniger warmen oder kalten: es giebt harte Körper, weil andere weich sind, und schwere, weil andere leichter sind. Wäre der gänze Raum nur von einem und demselben Körper erfüllt, so könnten wir keine Kenntniss von ihm haben, weil uns alle Vergleichspunkte zu der Feststellung seiner Merkmale fehlen würden. Wie man die äussere Bewegung der Körper nur relativ oder im Verhältniss zu der Bewegung anderer Körper zu erkennen vermag, so treten die Körper auch nur durch die Verschiedenheit ihrer inneren Bewegung, durch die verschiedene Dauer, Intensität und Zusammensetzung ihrer Wärmevibrationen in der Erscheinung hervor. Die Realität der Körper geht erst an ihrer Grenze hervor und die Welterscheinung ist somit nichts Anderes als die Wahrnehmung von Verschiedenheiten.

Wenn aber die sinnliche Wahrnehmung uns nur Bewegungen zeigt, wenn die Realität der Welterscheinung nur aus der Verschiedenheit der Körper hervorgeht, wenn dagegen keine Erscheinung aufzuweisen ist, aus der das wirkliche Dasein der in allen Körpern vorausgesetzten Materie erkannt werden kann,

so folgt daraus, dass das Wissen von der Materie durch keine Erfahrung gegeben ist, sondern dass die Annahme einer Materie nur eine Hypothese ist — wie die der Imponderabilien. Eine Hypothese bedarf aber eines Beweises, d. h. es müsste in diesem Falle die Ursache oder das Entstehen der Materie nachgewiesen werden. —

Die Annahme einer Materie wird von jedem Menschen, gleichsam unbewusst, auf die Weise gemacht, dass er die an den Körpern wahrgenommenen endlichen Verhältnisse auf ihr inneres Wesen überträgt. Weil im Beginn des menschlichen Wissens der Umstand nicht eingesehen oder nicht hinreichend berücksichtigt wird, dass die Existenz der Körper selbst nur aus ihrem gegenseitigen Verhältnisse zu einander erkannt werden kann, so wird ihnen ein selbstständiges Dasein zugeschrieben und die Voraussetzung gemacht, dass jeder einzelne Körper mit den charakteristischen Merkmalen, welche man an ihm aus dem Vergleiche mit anderen Körpern erkennt, für sich selbst existiren könne; diese Voraussetzung aber auch auf sein inneres Wesen übertragen und angenommen, dass das ihm zu Grunde Liegende, welches man als Materie bezeichnet, ein etwas für sich selbst Bestehendes sei. Die Vorstellung, welche man sich von der Materie bildet, entsteht dann auch auf dieselbe Weise: wie man einen Körper aus einem Orte hinwegnehmen und an einen anderen Ort versetzen kann, so betrachtet man auch die Materie als etwas in den Raum Hineingebrachtes, das ebenso gut auch wieder aus demselben entfernt werden könne; wie man an den Körpern verschiedene Eigenschaften beobachtet, so wird angenommen, dass die Materie auch solche Eigenschaften besitzen müsse; wie jeder Naturerscheinung eine Ursache vorangeht, so wird auch nach der Ursache der Materie geforscht; wie man die Körper entstehen und vergehen sieht, so wird auch nach der Entstehung und nach der Dauer der Materie gefragt; wie man die äussere Bewegung nur an den Körpern beobachtet, so wird auch vorausgesetzt, dass zu ihrer inneren Bewegung ein Bewegtes gehöre.

Auf dieser realistischen Vorstellung einer endlichen Materie ist auch die atomistische Theorie begründet. Da man die Ma-

terie als etwas in den Raum Hineingebrachtes, von der bewegten Ausdehnung, wie uns die Körper empirisch erscheinen, Verschiedenes betrachtet, sie als Gegensatz zu dem Nichts auffasst, so ist auch die Annahme einer unendlichen Theilbarkeit der Materie unmöglich. Wollte man die Möglichkeit einer unendlichen Theilbarkeit der Körper voraussetzen, so wäre allerdings das letzte Product der Theilung ein Punkt, ein Nichts, aus dem die Materie im realistischen Sinne nicht wieder hervorgehen kann. Der Glaube an eine solche Materie ist übrigens für den an die Schranken der Endlichkeit gewöhnten menschlichen Geist so natürlich und die Sätze: Nichts bleibt Nichts, aus Nichts kann nie Etwas werden, erscheinen als so unzweifelhaft, dass es nicht zu verwundern ist, wenn die realistisch-atomistische Ansicht von der Materie zu einer allgemeinen Anerkennung gelangt ist. Wenn die Frage nach dem Wesen der Materie gestellt wird, wenn man nach ihrer Ursache oder nach ihrem Entstehen forscht, so ist dabei immer eine solche realistische Materie gemeint, die den Gesetzen der Endlichkeit unterworfen ist, und von der man glaubt, dass man sie durch die Sinne wahrnehmen kann. Wir haben dagegen mit Hülfe unserer Vibrationstheorie der Natur nachgewiesen, dass durch die Sinne nur Bewegungen erkannt werden können, dass die Annahme einer realistischen Materie nur eine Hypothese ist, dass die Vorstellung, welche man sich von ihr macht, nur durch das Uebertragen der an den Körpern wahrgenommenen endlichen Verhältnisse auf ihr inneres Wesen entstanden ist und dass somit die Voraussetzung einer solchen Materie jeder empirischen Grundlage entbehrt. Hält man nichtsdestoweniger an dieser Hypothese fest und fängt man an, nach dem Wesen der realistischen Materie zu forschen, so verwickelt man sich — wie wir sogleich sehen werden — in eine Reihe von Widersprüchen, aus denen kein Ausweg zu finden ist.

Will man die Zusammensetzung der Körper auf chemischem Wege erkennen, etwa durch Trennung ihrer heterogenen Bestandtheile von einander zu einem Urstoffe gelangen, so erhält man immer wieder neue Stoffe, bis man endlich zu solchen Substanzen gelangt, die sich nicht weiter zerlegen lassen und

dadurch allen weiteren Forschungen ein Ende setzen. Macht man auf physikalischem Wege den Versuch, durch fortgesetzte Theilung zu den Urtheilchen der Körper zu gelangen, so erhält man immer nur kleinere Theile, die stets dieselben Eigenschaften wie der Körper haben und keine Grenze der Theilbarkeit zeigen; der Arbeit müde, behauptet man endlich die Untheilbarkeit der Atome und geräth dadurch in einen verworrenen Knäuel von Hypothesen über Kräfte, Imponderabilien, leere Räume und Molecüle, die wir alle als unmöglich erkannt und in unserer Vibrationstheorie glücklich vermieden haben. Will man endlich das Wesen der Materie auf philosophischem Wege erforschen, fragt man danach: woher die Materie stamme? so überzeugt man sich bald, da es keinen anderen Raum giebt als den, in welchem die Welt enthalten ist, dass die Materie nicht von aussen in denselben hat hineinversetzt werden können, sondern dass sie in ihm entweder entstanden ist oder seit Ewigkeit bestanden hat. Forscht man nach dem Entstehen der Materie, so fragt man nach ihrer Ursache, d. h. nach einer Thatsache, die ihr vorangegangen ist und deren unmittelbare, nothwendige Folge sie ist; eine solche Thatsache ist aber unmöglich, denn vor der realistischen Materie war nur das Nichts, aus dem sie nicht hat hervorgehen können. Die Materie ist folglich nicht entstanden, sie hat keine ihr zeitlich vorangegangene Ursache, sondern sie muss ewig bestanden haben. Wendet man noch ferner auf diese ewige Materie die aus der Wahrnehmung der endlichen Gegenstände geschöpften Begriffe und Vorstellungen an, fragt man noch weiter nach ihrer Ursache, so muss man diese Ursache in der Materie selbst suchen, da sie weder dem Raume, noch der Zeit nach ausser der Materie ist; man bestimmt die Materie als ein Etwas, das *seine Ursache in sich selber trägt*, das durch eine *innere Nothwendigkeit* besteht, das zugleich *Ursache* und *Wirkung* ist. Abgesehen aber davon, dass der Begriff einer solchen Materie der Vorstellung, welche man sich von einer Ursache macht, eine ihrer Wirkung vorangehende Thatsache zu sein, widerspricht, so enthält ausserdem eine durch sich selbst bestehende Materie einen inneren Widerspruch in sich.

Ein Etwas, welches seine Ursache in sich trägt, welches durch eine innere Nothwendigkeit besteht, darf nichts Zufälliges an sich haben; es darf keine Eigenschaften besitzen, welche auch anders sein können; es muss ein absolut Unbedingtes und Bestimmungsloses sein. Kein Etwas entspricht aber diesen Bedingungen, sondern nur das Nichts. Das Nichts allein besitzt keine Merkmale, ist absolut inhaltlos und bestimmungslos und trägt seine Ursache in sich selbst, weil es keiner Ursache bedarf. Ein Etwas in realistischem Sinne dagegen können wir uns nicht ohne irgend welche Eigenschaften denken; von diesen lässt sich aber immer fragen, warum sie so und nicht anders sind. Eine realistische Materie, welche Eigenschaften besitzt, kann deshalb nicht ein in sich Nothwendiges, sondern nur ein äusserlich Bedingtes sein. Wenn aber die realistische Materie ihre Ursache weder in sich, noch dem Raume und der Zeit nach ausser sich haben kann, so ist sie überhaupt unmöglich. Ausser der realistischen Materie ist aber, da die Bewegung nur eine Erscheinung ist, nur noch das Nichts.

Somit ist uns das Wesen der realistischen Materie von allen Seiten verschlossen. Selbst die Vorstellung, welche man sich von ihr zu machen hat, lässt sich nur durch Umschreibung wiedergeben, als ein Etwas, ein in den Raum Hineingebrachtes, für sich Bestehendes, Bewegtes, Ausgedehntes, Dauerndes etc. Für das, was die Materie an sich ist, fehlt sogar jedes Wort. Nur die Bewegung entspricht der Bedingung, zugleich Wirkung und Ursache zu sein, da sie stets die Wirkung einer ihr vorangegangenen und die Ursache einer nachfolgenden Bewegung ist, und durch dieses fortwährende Entstehen und Vergehen ihr Bestehen von Ewigkeit zu Ewigkeit begründet.

Es bleibt uns somit nichts Anderes übrig als: entweder die Materie, das Bewegte in den Körpern, als ein Gegebenes zu betrachten, von dem aus die Naturerkenntniss auszugehen hat, ohne sein Wesen jemals ergründen zu können oder, wenn wir eine solche Schranke für den menschlichen Geist nicht gelten lassen wollen, uns von der Unmöglichkeit der realistischen Materie zu überzeugen, alle Vorstellungen, welche wir uns von

ihr gebildet haben, zu vernichten und anzuerkennen, dass die Welt in der That nur eine Erscheinung ist, welcher das Nichts zu Grunde liegt, in welchem Falle dann mit der realistischen Materie auch die Frage nach ihrem Wesen verschwinden würde.

Erkennen wir aber das Nichts als das der Welt zu Grunde Liegende an, so tritt, da die Welterscheinung mit allen Bewegungen und Vibrationen bestehen bleibt, die Aufgabe an uns heran: das Hervorgehen der Welterscheinung aus dem Nichts nachzuweisen.

Diese Aufgabe ist nicht so unausführbar, wie sie im ersten Augenblicke erscheint, da wir durch die sinnlichen Wahrnehmungen nur Bewegungen und Vibrationen erkennen und bereits im Beginn unserer Untersuchungen die Materie als gleichartig und unterschiedlos, d. h. da jede Bestimmung nur durch den Vergleich mit einem Anderen möglich ist, so bestimmung- und inhaltlos vorausgesetzt haben, wie das Nichts. Die Kenntniss von dem Wesen der Materie haben wir bei keiner Erklärung der Naturerscheinungen vermisst und die Dichtigkeit der Materie erscheint sogar in unserer Theorie als ein gegen das Wesen der Materie vollkommen gleichgültiger, empirisch gegebener Coefficient, der selbst von der Dauer und der Intensität der Wärmevibrationen abhängig ist und der nur dazu dient, bei verschiedenen Körpern das relative Verhältniss ihrer Trägheit in Bezug auf die Schwere und andere bewegende Kräfte auszudrücken. Ferner haben wir die Materie wegen der Fortpflanzung der Wärmewellen, welche zwischen getrennten Atomen nicht möglich ist, als continuirlich anerkannt; die Continuität bedingt aber eine unendliche Theilbarkeit, eine Annahme, die schon wegen der stehenden Wärmevibrationen erforderlich ist, weil bei diesen jedem Punkte eine besondere Geschwindigkeit und Intensität zugeschrieben werden muss. Die unendliche Theilbarkeit, auf einen endlichen Körper angewandt, führt aber allerdings auf ein Nichts hinaus, denn wenn man den letzten Theilen auch nur die geringste, endliche Grösse zuschreiben wollte, so würde aus der Vereinigung der unendlich vielen, endlichen Theile nicht mehr eine endliche, sondern eine un-

endliche Grösse hervorgehen. Hier bietet sich aber uns auch ein Ausweg dar, um aus dem Nichts wieder hinauszukommen: wenn wir auch anerkennen müssen, dass bei der unendlichen Theilung einer endlichen Grösse das letzte Resultat Nichts ist, so muss auch umgekehrt durch die Wiedervereinigung der unendlich vielen Nichts wieder eine endliche Grösse hervorgehen; wir erkennen daraus, dass die Sätze: Nichts bleibt Nichts, aus Nichts kann nie Etwas werden, keineswegs so unbedingt angenommen werden dürfen, wie es gewöhnlich geschieht, sondern dass sie ihre Gültigkeit nur in Bezug auf die endlichen Erscheinungen haben, nicht aber dann, wenn es sich um das Wesen der Dinge handelt.

Das Hervorgehen der Welterscheinung aus dem Nichts durch Bewegung zu erkennen ist die Aufgabe der Naturphilosophie. Bevor wir uns jedoch an die Lösung dieser Aufgabe wagen, haben wir uns mit den Gesetzen des Unendlich-Kleinen und des Unendlich-Grossen bekannt zu machen.

§ 67. **Das Unendlich-Kleine und das Unendlich-Grosse.** In der höheren Mathematik kommt sehr oft der Fall vor, dass es nothwendig ist, das Gesetz zu ermitteln, in welchem Verhältnisse eine veränderliche Grösse sich verändert, wenn eine andere veränderliche Grösse, von welcher sie abhängig ist, vergrössert oder verkleinert wird.

Die Abhängigkeit einer veränderlichen Grösse y von einer andern veränderlichen Grösse x wird im Allgemeinen durch die Gleichung

$$y = f(x)$$

ausgedrückt. Diese Gleichung wird ausgesprochen: y ist gleich einer Function von x, und sie bedeutet nur, dass, wenn x sich verändert, y sich ebenfalls verändern müsse.

Nimmt man an, dass x um die Grösse Δx gewachsen ist und bezeichnet man den entsprechenden Zuwachs von y mit Δy, so erhält man die Gleichung

$$y + \Delta y = f(x + \Delta x);$$

zieht man von dieser Gleichung die erste ab, so hat man

$$y + \Delta y - y = f(x + \Delta x) - f(x)$$

oder

$$\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x);$$

dividirt man auf beiden Seiten mit Δx, so ist

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}.$$

Diese Gleichung drückt das Verhältniss der Veränderungen von x und y aus. Kommen auf der rechten Seite dieser Gleichung nur constante Grössen vor, so ist es gleichgültig, ob man Δx gross oder klein nimmt, weil in diesem Falle das Verhältniss von Δy zu Δx sich immer gleich bleibt. Kommt aber in dem Ausdrucke $\frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ die Grösse x selbst noch vor, so sieht man ein, dass das wahre Verhältniss von Δy zu Δx für einen bestimmten Werth von x nur dann ermittelt werden kann, wenn man Δx unendlich klein nimmt, weil sich dieses Verhältniss dann mit jeder Veränderung von x auch verändert. Lässt man die Grösse Δx immer kleiner und kleiner werden, so nähert sich das Verhältniss $\frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ einer bestimmten Grenze und kann ihr beliebig nahe gebracht werden, wenn man Δx nur hinreichend klein werden lässt. Diese Grenze wird aber nur dann erreicht, wenn Δx unendlich klein oder gleich Null wird. In diesem Falle drückt die Grösse $\frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ genau das Verhältniss aus, in welchem die Grössen y und x die Tendenz haben, bei einem bestimmten Werthe von x sich zu verändern, ein Verhältniss, welches sogleich ein anderes wird, sobald x sich nur um die geringste Grösse verkleinert oder vergrössert hat.

Die unendlich kleinen Zunahmen von y und x werden mit dy und dx bezeichnet und heissen die Differentiale von y

und x. Das Verhältniss $\frac{dy}{dx}$ wird als Differentialquotient bezeichnet. Wenn man in der Gleichung

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$\Delta x = dx$, d. h. unendlich klein oder gleich Null setzt, so wird auch $f(x + \Delta x) - f(x) = f(x) - f(x) = 0$ und man erhält den Differentialquotienten

$$\frac{dy}{dx} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \frac{0}{0}.$$

In der Mathematik wird ein solcher Bruch eine unbestimmte Grösse genannt, deren Werth in jedem einzelnen Falle besonders ermittelt werden muss. Den Werth des Verhältnisses $\frac{dy}{dx}$ für alle Abhängigkeitsarten von x und y zu bestimmen, ist die Aufgabe der Differentialrechnung.

Einige Beispiele werden das Vorhergehende am besten erläutern.

Wenn x und y rechtwinklige Coordinaten sind, so ist

$$y = ax$$

die Gleichung einer geraden Linie, welche durch den Anfang der Coordinaten geht. Nimmt man nun an, dass x sich um Δx vergrösssert, so wird y ebenfalls wachsen; bezeichnet man den Zuwachs von y mit Δy, so erhält man die Gleichung

$$y + \Delta y = a(x + \Delta x).$$

Zieht man von dieser Gleichung die erste Gleichung ab, so erhält man

$$\Delta y = a(x + \Delta x) - ax = a\,\Delta x,$$

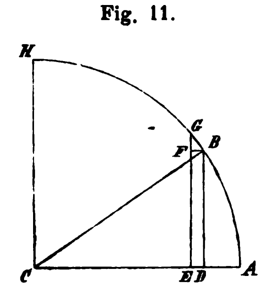
woraus

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = a.$$

Man erkennt aus dieser Gleichung, dass das Verhältniss der Veränderungen von y und x bei der geraden Linie ein constantes ist, man mag also Δx gross oder klein nehmen, das Verhältniss von Δy zu Δx bleibt sich immer gleich.

Anders verhält es sich damit, wenn der Quotient $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ selbst noch von der Grösse x abhängig ist. Es sei uns in Fig. 11 ein Theil eines Kreises gegeben, dessen Radius BC = 1 ist. Die auf der Linie AC senkrechte Linie BD heisst der Sinus des Bogens AB; CD ist der Cosinus. Man sieht ein, dass der Sinus mit dem Bogen zugleich wächst, der Cosinus aber dabei abnimmt. Bezeichnet man den Bogen AB mit x und den Sinus BD mit y, so hat man die Gleichung

Fig. 11.



$$y = \sin x.$$

Die Aufgabe besteht nun darin, das Gesetz zu ermitteln, nach welchem die Zunahme des Sinus erfolgt, wenn der Bogen AB = x sich vergrössert. Nehmen wir an, der Bogen AB sei um die Grösse BG = Δx gewachsen. Der Sinus des Bogens AB + BG = x + Δx ist dann gleich EG = DB + FG = y + Δy, und man hat somit die Gleichung

$$y + \Delta y = \sin (x + \Delta x).$$

Zieht man davon die Gleichung y = sin x ab, so hat man

$$\Delta y = \sin (x + \Delta x) - \sin x,$$

und dividirt man auf beiden Seiten mit Δx, so ist

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\sin (x + \Delta x) - \sin x}{\Delta x}.$$

Die Grösse $\frac{\sin (x + \Delta x) - \sin x}{\Delta x}$ drückt das Verhältniss aus, in welchem sich y verändert, wenn der Bogen x grösser oder kleiner wird; da dieses Verhältniss aber selbst mit der Zunahme

oder Abnahme des Bogens ein veränderliches ist, so kann man das für den Punkt B gültige Gesetz nur dann erkennen, wenn man Δx unendlich klein, d. h. gleich Null nimmt; für $\Delta x = 0$ ist aber wieder

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\sin (x + \Delta x) - \sin x}{\Delta x} = \frac{0}{0},$$

eine unbestimmte Grösse, deren Werth auf einem anderen Wege ermittelt werden muss.

Nimmt man den Zuwachs des Bogens hinreichend klein, so kann man das kleine Bogenstück $BG = \Delta x$ als eine gerade Linie betrachten. Aus der Aehnlichkeit der Dreiecke DBC und FBG geht dann die Proportion hervor

$$GF : BG = CD : CB$$

oder

$$\Delta y : \Delta x = \cos x : 1,$$

woraus

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \cos x.$$

Diese Gleichung gilt jedoch nur dann in voller Strenge, wenn Δx unendlich klein, d. h. gleich Null angenommen wird, weil nur unter dieser Bedingung die Voraussetzung, dass der kleine Bogen BG eine gerade Linie ist, zulässig ist. Ersetzen wir aber die unendlich kleinen Δy und Δx durch ihre Differentialzeichen, so erhalten wir die Gleichung

$$\frac{dy}{dx} = \frac{0}{0} = \cos x.$$

Aus dieser Gleichung erkennen wir, dass das Verhältniss zweier Nichts eine endliche Grösse ist. Dieses mag in dem ersten Augenblicke unbegreiflich erscheinen, es hat aber seine volle Richtigkeit, und auf diesem Satze ist die ganze, höhere mathematische Analysis gegründet, an deren Zuverlässigkeit nicht gezweifelt werden kann.

Das Unendlich-Kleine wird häufig als eine Grösse definirt, die kleiner ist als jede andere gegebene Grösse; es darf aber eigentlich bei dem Unendlich-Kleinen von keiner Grösse geredet werden, denn wollte man dem Unendlich-Kleinen auch nur die geringste Grösse zuschreiben, so müsste sie eine endliche Grösse sein, und in diesem Falle liesse sich immer eine noch kleinere Grösse voraussetzen. Das Unendlich-Kleine ist also in der That Nichts. Der Quotient $\frac{dy}{dx} = \frac{0}{0} = \cos x$ drückt auch nicht das Verhältniss zweier Grössen zu einander aus, sondern ein Gesetz, das seine Gültigkeit nur für einen bestimmten Punkt des Kreises hat; dy und dx sind zwar beide $= 0$, darum aber keine absolute Nichts, sondern bestimmte Nichts, dy ist das Nichts des Sinus, dx das Nichts des Bogens, sie sind die unendlich kleinen Zunahmen des Sinus und des Bogens; diese haben aber die Tendenz, sich in einem Verhältnisse zu verändern, welches durch die Grösse des Cosinus ausgedrückt wird; deshalb ist auch der Quotient ihrer unendlich kleinen Zunahmen $\frac{dy}{dx}$ dem Cosinus gleich. Dieses Verhältniss hat für jeden Punkt des Kreises einen bestimmten Werth und wird, weil sich der Cosinus auch verändert, ein anderes, sobald nur der Bogen um die geringste Grösse zugenommen hat; da aber dx selbst diese Zunahme bedeutet, so ist der Quotient von dy und dx nur dann dem Cosinus gleich, wenn beide unendlich klein, d. h. $= 0$ angenommen werden.

Das Unendlich-Kleine ist Nichts; es ist jedoch kein absolutes Nichts, sondern ein bestimmtes Nichts, das Nichts einer bestimmten Grösse; das Nichts darf deshalb nicht immer gleichwerthig angenommen werden, sondern es ist sowohl gleich als auch verschieden: gleich, weil es $= 0$ ist, verschieden in seiner Bedeutung; deshalb ist auch das Verhältniss zweier bestimmter Nichts eine endliche Grösse. Das Nichts ist überhaupt zweierlei. Das eine Nichts entsteht durch Subtraction: wenn man von einer Grösse A eine gleiche Grösse A wegnimmt, so bleibt Nichts nach, ein absolutes Nichts, mit dem nichts weiter anzufangen ist und das auf keine andere Weise wieder au

gehoben werden kann, als wenn A wieder an seine frühere Stelle zurückversetzt wird. Anders verhält es sich damit, wenn man sich das Nichts durch eine unendliche Theilung einer endlichen Grösse entstanden denkt. Das Resultat einer unendlichen Theilung ist ebenfalls Nichts, denn wollte man den letzten Theilen auch nur die geringste endliche Grösse zuschreiben, so müsste aus der Wiedervereinigung der unendlich vielen endlichen Theile eine unendliche Grösse entstehen und nicht die endliche Grösse, aus deren Theilung sie hervorgegangen sind. Das Resultat einer unendlichen Theilung ist also Nichts, aber kein absolutes Nichts, sondern ein bestimmtes Nichts, das Nichts der getheilten Grösse, welche durch die Vereinigung der unendlich vielen Nichts wieder entstehen kann.

Diese Verhältnisse werden in der Mathematik durch folgende Gleichungen ausgedrückt:

$$\frac{a}{\infty} = 0.$$

eine endliche Grösse, dividirt durch Unendlich, ist gleich Null, d. h. Nichts. Aus dieser Gleichung geht unmittelbar hervor

$$0. \infty = a$$

unendlich Mal Nichts ist gleich einer endlichen Grösse und

$$\frac{a}{0} = \infty$$

eine endliche Grösse dividirt durch Null ist unendlich; was so viel bedeutet, dass eine endliche Grösse im Vergleich mit dem Nichts als unendlich gross betrachtet werden kann.

Diese Sätze erscheinen im ersten Augenblicke dem menschlichen Geiste, der an die Schranken der Endlichkeit gebunden ist, unbegreiflich, sinnverwirrend; man kann sie auch nicht erklären, sondern man muss sich damit begnügen, sie erkannt zu haben; sie sind gleichsam einer anderen Welt entnommen, der Welt des Unendlichen, in welcher die dem Menschen angestamm-

ten endlichen Begriffe und Vorstellungen keine Geltung mehr haben. Die Welt des Unendlichen kann man nicht sinnlich betreten, sie wird nur geistig, gleichsam transcendental, durch einen Uebergang aus der Endlichkeit in die Unendlichkeit erreicht.

Wenn eine endliche Grösse immer von Neuem getheilt wird, so erhält man als Resultat dieser Theilung, auch wenn man sich dieselbe weit über alle materiellen Mittel fortgesetzt denkt, immer noch messbare, d. h. endliche Theile. Entschliesst man sich aber die Voraussetzung zu machen, dass diese Theilung bis ins Unendliche fortgeführt worden ist, so geht man aus den Grenzen der Endlichkeit in die Unendlichkeit über und erhält auch sodann als Resultat einer solchen Theilung nicht mehr endliche Theile, sondern das Unendlich-Kleine, das Nichts.

Ebenso verhält es sich auch mit dem zweiten Satze: dass unendlich Mal Nichts eine endliche Grösse ist. Man mag Nichts zu Nichts hinzufügen, so oft man will, so lange diese Addition oder Multiplication eine endliche ist, bleibt der Satz: aus Nichts wird Nichts in seiner vollen Kraft bestehen. Wenn man aber die Zusammensetzung als eine unendliche betrachtet, so verliert dieser Satz seine Gültigkeit; man kehrt aus dem Unendlich-Kleinen auf einem unendlichen Wege in die Endlichkeit zurück und erhält als Product des Unendlichen mit dem Nichts eine endliche Grösse.

Das endliche Verhältniss zweier Nichts, $\frac{0}{0} = a$, lässt sich auch auf dieselbe Weise, als ein doppelter Uebergang aus der Endlichkeit in die Unendlichkeit und wieder zurück erläutern. Wenn man in dem Producte $0 . \infty = a$ das Unendliche ∞ durch $\frac{a}{0}$ ersetzt, so erhält man die Gleichung

$$0 . \infty = 0 \frac{a}{0} = \frac{0}{0} = a,$$

$0 . \infty$ ist gleich einer endlichen Grösse a; in dem anderen Theile der Gleichung $0 \frac{a}{0}$ heben sich die beiden Nullen gegenseitig

auf und das Resultat ist ebenfalls gleich a. In dem Quotienten zweier Nichts wird das Unendlich-Kleine in dem Zähler durch das Unendlich-Kleine in dem Nenner aufgehoben und das Verhältniss Beider ist deshalb einer endlichen Grösse gleich, sobald nur jedes Nichts eine bestimmtere Bedeutung hat oder als aus der unendlichen Theilung einer bestimmten Grösse entstanden gedacht werden kann.

Das Unendlich-Grosse wird häufig als eine Grösse definirt, welche grösser ist als jede andere endliche Grösse; eine sehr schlechte Definition, da man das Unendlich-Grosse nicht mit einer endlichen Grösse vergleichen kann. Wollte man diesen Vergleich ausführen, so müsste man das Verhältniss des Unendlich-Grossen zu einer endlichen Grösse angeben, und in diesem Falle wäre es kein Unendliches mehr, sondern auch eine endliche Grösse. Das Unendlich-Grosse kann durch keine andere Grösse und durch keine Einheit gemessen werden, sondern nur durch seine unbegrenzte Continuität. Setzt man endliche Grössen auf einander, thürmt man Millionen auf Millionen auf oder multiplicirt man sie mit einer beliebigen Zahl, so erhält man immer nur eine endliche, wenn auch sehr grosse Grösse. Um zu dem Unendlich-Grossen zu gelangen, muss man aus der Endlichkeit in die Unendlichkeit übergehen und alle Grenzen im Gedanken aufheben. Das Unendliche ist das Unbegrenzte und unterscheidet sich dadurch wesentlich von dem, was man unter einer Grösse versteht. Wie das Unendlich-Kleine, so ist auch das Unendlich-Grosse sowohl mit sich selbst gleich, weil es stets unbegrenzt ist, als auch verschieden, weil es eine unbestimmte Grösse ist.

Das Unendlich-Grosse kann grösser und kleiner gedacht werden; deshalb ist auch das Product des Unendlich-Grossen mit einer endlichen Grösse wieder unendlich

$$\infty . a = \infty .$$

Aus dieser Gleichung folgt sofort:

$$\frac{\infty}{a} = \infty$$

das Unendliche, dividirt durch eine endliche Grösse, bleibt unendlich, weil das Endliche neben dem Unendlichen ebenso verschwindet, wie das Nichts neben einer endlichen Grösse; wäre $\frac{\infty}{a} = b$, so müsste auch $ab = \infty$, das Product zweier endlicher Grössen gleich dem Unendlichen sein, was unmöglich ist. Man kann sich also das Unendliche in beliebig viele Theile zerlegt denken, ohne dass jeder Theil deshalb aufhört, unendlich zu sein; dieses kommt aber daher, dass man bei dem Heranwachsen einer Grösse bis zum Unendlichen aus der Endlichkeit in die Unendlichkeit übergegangen ist; will man in die Endlichkeit zurückkehren, so muss man den unendlichen Weg wieder zurückmachen und die Theilung des Unendlichen nicht auf ein endliches Maass beschränken, sondern als unendlich Mal vollbracht voraussetzen; aus obigen Gleichungen folgt auch sofort

$$\frac{\infty}{\infty} = a$$

das Verhältniss zweier Unendlichkeiten ist eine endliche Grösse.

§ 68. **Zeit und Raum.** Die Gesetze des Unendlich-Kleinen und des Unendlich-Grossen finden zunächst ihre Anwendung auf die Zeit und den Raum.

Wir unterscheiden an der Zeit drei Momente: die Vergangenheit, die Gegenwart und die Zukunft. Das wirklich Daseiende an der Zeit ist aber nur die Gegenwart, denn die Vergangenheit ist nicht mehr und die Zukunft ist noch nicht da. Trotzdem wird es Keinem einfallen zu behaupten, dass die Gegenwart eine bestimmte endliche Dauer habe; hätte sie eine Dauer, so würde sie nicht blos die Gegenwart sein, sondern auch einen Theil der Vergangenheit und der Zukunft in sich enthalten. Die Zeit schreitet nicht sprungweise vorwärts, sie besteht nicht aus kleinen untheilbaren Zeitabschnitten, sondern sie ist ein continuirliches Fliessen, eine fortwährende Aufeinanderfolge einer Gegenwart auf die andere. Die Gegenwart ist nur eine Grenze zwischen der Vergangenheit und der Zukunft;

als Grenze hat sie selbst keine Dauer, sondern, wie sie gekommen ist, ist sie auch sogleich vergangen. Die Gegenwart ist also in der That ein Nichts, aber ein bestimmtes Nichts, das Nichts der Zeit, und dennoch gehen aus ihrer Aufeinanderfolge die endlichen Zeitabschnitte, die Secunden, Minuten, Tage und Jahre hervor. Dass dieses Hervorgehen nicht auf endliche Weise geschieht, ist leicht einzusehen. Wäre die Gegenwart in einem Zeitabschnitte nur endliche Male enthalten, so müsste das Product aus Nichts und einer endlichen Grösse auch schon eine endliche Grösse sein, was unmöglich ist. Das Hervorgehen der Dauer aus dem Momente ist nur durch eine unendliche Aufeinanderfolge der Gegenwart in jedem einzelnen Zeitmomente möglich; erst dann wird das Unendlich-Kleine der Gegenwart durch das Unendlich-Grosse ihrer Aufeinanderfolge aufgehoben. Die Zeit giebt uns also in der That einen Beleg dafür, dass unendlich Mal Nichts eine endliche Grösse ist. Wie dieses möglich ist, ist zwar für die menschliche Vernunft unbegreiflich, findet aber nichts desto weniger statt; wir können zwar die unendliche Aufeinanderfolge einer Gegenwart auf die andere in jedem einzelnen Zeitabschnitte nicht mit den Sinnen verfolgen, wohl aber die einzelnen Zeitabschnitte messen und uns von ihrer Wirklichkeit überzeugen. Die Wirklichkeit schliesst aber die Möglichkeit in sich und deshalb müssen wir, obgleich wir das Hervorgehen der endlichen Zeitabschnitte aus der unendlichen Aufeinanderfolge der Momente nicht begreifen können, die Möglichkeit dieses Hervorgehens dennoch anerkennen.

In jedem endlichen Zeitabschnitte, wenn er auch noch so klein ist, müssen wir eine unendliche Aufeinanderfolge von Zeitmomenten annehmen. Das Unendliche ist aber selbst keine bestimmte Grösse, es ist das Unbegrenzte, das grösser und kleiner gedacht werden kann, ohne deshalb aufzuhören unendlich zu sein. Deshalb ist auch das Product $0 . \infty$ selbst eine unbestimmte Grösse. Versteht man unter 0 einen Moment, das Nichts der Zeit, so gehen aus ihr durch eine Multiplication mit Unendlich nicht allein die Secunden, sondern, da die Unendlichkeit unbegrenzt ist, auch die Minuten, Tage und Jahre hervor; das ∞ ist dabei gleichsam mit endlichen Grössen multiplicirt.

Die Zeit ist aber selbst unbegrenzt; einem jeden bestimmten Zeitmomente ist eine andere Zeit vorangegangen und so von Ewigkeit zu Ewigkeit. Die Ewigkeit geht also auch aus dem Momente hervor, man hat sich dabei in dem Producte $0 . \infty$ das Unendliche nur potenzirt zu denken, $0 . \infty^2 = 0 . \infty . \infty$; da das Product $0 . \infty$ schon eine endliche Grösse ist, so ist auch das Product $0 . \infty^2 = \infty$, auf die Zeit bezogen, der Ewigkeit gleich.

Die Zeit ist aus dem Grunde das beste Beispiel für den Satz, dass unendlich Mal Nichts eine unendliche Grösse ist, weil man sich nicht das Unendlich-Kleine an der Zeit durch eine unendliche Theilung eines endlichen Zeitabschnitts entstanden zu denken braucht, wobei leicht ein Zweifel an der Möglichkeit einer solchen Theilung entstehen kann, sondern die Gegenwart ist direct gegeben, sie ist sogar das an der Zeit allein Reelle, allein Daseiende und, obgleich selbst ohne Dauer, dennoch die Bedingung der Möglichkeit einer Zeit.

Wie die Zeit aus dem Momente, so geht der Raum aus dem Punkte durch eine unendliche Zusammensetzung hervor, mit dem Unterschiede nur, dass der Punkt, das Nichts des Raumes, uns nicht so unmittelbar gegeben ist wie die Gegenwart; wir müssen ihn erst im Gedanken durch eine unendliche Theilung eines endlichen Raumes aufsuchen. Es wird Keinem einfallen, die Möglichkeit einer unendlichen Theilbarkeit des Raumes bestreiten zu wollen, da man dabei nicht um die Erhaltung einer realistischen Materie besorgt zu sein braucht, sondern man im Gegentheil auf die Nothwendigkeit einer solchen Theilung beständig hingewiesen wird. So z. B. bei der Betrachtung einer Curve, bei welcher zwei anstossende, aber auseinander liegende Punkte nicht als auf einer geraden Linie befindlich angenommen werden dürfen, denn wäre eine solche Lage möglich, so könnte man zwischen diesen Punkten noch einen dritten auf derselben geraden Linie voraussetzen, und die Curve wäre somit an dieser Stelle keine Curve mehr, sondern eine gerade Linie. — Wenn aber jeder endliche Raum unendlich Mal theilbar ist, so besteht er in seinen letzten Theilen nicht aus endlichen kleinen Räumen, sondern aus Nichts, aus Punkten, die selbst ohne Ausdehnung, dennoch durch ihre unendliche

Continuität den ausgedehnten Raum bedingen. An dem Raume haben wir somit ein zweites Beispiel dafür, dass der Satz: unendlich Mal Nichts ist eine endliche Grösse, eine thatsächliche Gültigkeit hat.

Aus der Aneinanderreihung der Punkte oder aus der Bewegung eines Punktes geht die Linie hervor. Da ein Punkt bei seiner Bewegung in jedem Zeitmomente an einer anderen Stelle seiner Bahn ist und da er, um einen bestimmten Weg zu durchlaufen, einer Zeit bedarf, jeder endliche Zeitabschnitt aber eine unendliche Aufeinanderfolge von Zeitmomenten ist, so wird auch der Punkt bei seiner Bewegung zwischen bestimmten Grenzen nach einander eine Reihenfolge von unendlich vielen Oertern einnehmen. Es kann auch nicht anders sein; da der Punkt selbst keine Ausdehnung hat, sondern, als Grenze zwischen zwei Theilen einer Linie, zunächst das Nichts der Linie ist, so kann auch ein endlicher Linienabschnitt nicht aus einer blos endlichen Aneinanderreihung der Punkte, sondern nur aus einer unendlichen hervorgehen. Jeder endliche Abschnitt einer Linie ist also eine unendliche Aufeinanderfolge von Punkten. Die Linie ist aber selbst noch ein Nichts, sie ist nur die Grenze oder der Durchschnitt zweier Flächen, sie ist das Nichts der Fläche. Wie die Linie aus der Bewegung eines Punktes hervorgeht, so geht die Fläche aus der Bewegung der Linie hervor. Die Fläche ist aber immer noch ein Nichts, sie ist nur die Grenze zwischen zwei geometrischen Körpern, ihr fehlt noch die dritte Dimension, sie ist das Nichts des Raumes. Erst aus der Bewegung der Fläche geht der wirkliche, nach drei Dimensionen ausgedehnte Raum hervor. —

Wenn man in dem Producte $\infty . 0$ die Null einen Punkt bedeuten lässt, so muss man sie in die dritte Potenz erheben, denn das Nichts des Raumes muss dreimal mit Unendlich multiplicirt werden, damit aus dem Punkte nacheinander die Linie, die Fläche, der Raum hervorgehe. In dem Producte $\infty . 0$, auf den Raum angewendet, muss deshalb das Unendliche auch in die dritte Potenz erhoben werden. Wir erhalten demnach als Symbol des Raumes $\infty^3 . 0^3$. — Da das Unendliche unbegrenzt ist, so folgt aus diesem Symbol des Raumes, dass die end-

lichen Räume sehr verschieden an Grösse und Dimensionen sein können; der Raum kann sogar bis ins Unendliche anwachsen, indem man sich dabei in dem Producte $\infty^3 . 0^3$ das Unendliche nur noch weiter potenzirt zu denken braucht. Hinter jeder Grenze, welche man dem Raume zieht, kann man noch andere Räume und so weiter bis ins Unendliche voraussetzen; der Raum ist unendlich und unbegrenzt.

Raum und Zeit sind die einzigen Vorstellungen, welche, in dem menschlichen Geiste einmal geweckt, sich nicht mehr aus demselben verbannen lassen, von denen man nicht, wie von den übrigen Begriffen, abstrahiren kann. Man kann die Welterscheinung als nicht daseiend voraussetzen, man kann sein eigenes Dasein, wie es vor der Geburt ist und nach dem Tode eintritt, als aufgehoben betrachten; einen Nichtraum und eine Nichtzeit kann man nicht denken. Will man sich eine Nichtzeit vorstellen, so hat man den Moment, aus dessen unendlicher Aufeinanderfolge die Nothwendigkeit der Dauer sofort wieder hervorgeht. Will man vom Raume abstrahiren, so lässt man im Gedanken seine Grenzen sich zusammenziehen und zuletzt in einem Punkte verschwinden; im Momente aber, wo der Raum sich in seinem Nichts auflöst, springen seine Grenzen auseinander, und man hat wieder den unbegrenzten Raum in seiner ganzen Unendlichkeit vor sich. Deshalb ist es auch unmöglich, dass der Raum und die Zeit nicht wären, denn sie tragen ihren Gegensatz, aus dem sie hervorgehen, den Punkt und den Moment, den Nichtraum und die Nichtzeit in sich, sie haben ihre Ursache in sich, sie bestehen durch eine innere Nothwendigkeit, wenn überhaupt von einer Ursache und einer Nothwendigkeit bei ihnen die Rede sein darf, sie sind durch die Unmöglichkeit ihres Nichtseins. Deshalb ist auch die Zeit ewig und der Raum unendlich, weil die Zeit immer und der Raum überall sein muss.

Der Nichtraum und die Nichtzeit sind nur dort möglich, wo der Raum und die Zeit durch Gegenstände und Begebenheiten eingenommen sind. Im leeren Raume und in der leeren Zeit ist noch Platz für Alles. Der leere Raum und die leere Zeit sind auch nur ein Nichts; sie sind inhaltlos. Sie sind aber ein bestimmtes Nichts, das Nichts der Welterscheinung, welche

im Raume und in der Zeit enthalten ist. Wenn man von der Welterscheinung abstrahirt, so bleiben der leere Raum und die leere Zeit nach. Wie der Punkt das Nichts des Raumes und doch die Bedingung seiner Möglichkeit ist, wie der Moment das Nichts der Zeit und die Bedingung der Möglichkeit einer Dauer ist, so sind auch der leere Raum und die leere Zeit das Nichts und zugleich auch die Bedingungen der Möglichkeit einer Welt, weil die verschiedenen ausgedehnten Körper neben einander und die Veränderungen nach einander erscheinen. Der Raum und die Zeit erscheinen aber nicht selbst, sondern sie offenbaren sich erst an den Gegenständen und den Bewegungen, durch welche sie gemessen werden.

§ 69. **Die Welterscheinung**. Zwei Thatsachen stehen in unserer Erkenntniss fest:

1) Die sinnliche Wahrnehmung einer Welterscheinung, in welcher wir nur Bewegungen und Vibrationen erkennen,
2) der leere Raum und die leere Zeit, welche uns a priori durch die Unmöglichkeit ihres Nichtseins gegeben sind.

Unsere Aufgabe besteht darin, bei der Unmöglichkeit der realistischen Materie:

das Hervorgehen der Welterscheinung aus dem Nichts, d. h. aus dem leeren Raum und der leeren Zeit nachzuweisen.

Aus der Mechanik wissen wir, dass die Geschwindigkeit oder die Grösse einer Bewegung dem Quotienten aus dem durchlaufenen Raum und der dabei verflossenen Zeit gleich ist. Die Geschwindigkeit einer veränderlichen Bewegung ist dem Quotienten aus dem unendlich kleinen Wege dx und der unendlich kleinen Zeit dt gleich:

$$v = \frac{dx}{dt}.$$

Der Differentialquotient $\frac{dx}{dt}$ ist aber nur dann der Geschwindigkeit gleich, wenn dx unendlich klein, d. h. $= 0$ ist, denn bei

der geringsten endlichen Grösse von dx wird die Geschwindigkeit selbst eine andere. Die Geschwindigkeit einer veränderlichen Bewegung ist also in der That das Verhältniss zweier unendlich kleinen Grössen. Wie die Zeit und der Raum uns einen thatsächlichen Beleg dazu gegeben haben, dass unendlich Mal Nichts eine endliche Grösse ist, so erhalten wir an der Geschwindigkeit einen ebenso thatsächlichen Beleg dafür, dass das Verhältniss zweier Nichts eine endliche Grösse sein kann. Das Unendlich-Kleine des Raumes wird durch das Unendlich-Kleine der Zeit aufgehoben und das Resultat ist eine endliche Bewegung.

Raum und Zeit sind uns a priori durch die Unmöglichkeit ihres Nichtseins gegeben. Mit dem Raume und der Zeit ist uns auch ihr Verhältniss gegeben. Das Verhältniss des Raumes und der Zeit ist die Geschwindigkeit. Die Geschwindigkeit ist aber eine bestimmte Bewegung. Mit dem Raume und der Zeit ist uns also auch die Bewegung gegeben. Wie bei der Zeit und dem Raume das Unendlich-Kleine des Momentes und des Punktes durch deren unendliche Integration aufgehoben wird und daraus reelle Zeit- und Raumabschnitte hervorgehen; wie bei der veränderlichen Geschwindigkeit das Unendlich-Kleine des Raumes durch das Unendlich-Kleine der Zeit aufgehoben wird, so wird auch bei dem Verhältnisse des Raumes und der Zeit überhaupt das Nichts des leeren Raumes durch das Nichts der leeren Zeit aufgehoben, und das Resultat ist reelle Bewegung.

Da der Raum überall und die Zeit immer ist, so ist auch das Verhältniss Beider die Bewegung überall und immer. Diese Bewegung ist aber selbst im realistischen Sinne noch ein Nichts, es fehlt ihr die bewegte Masse. Wie aber zwei Nichts nicht gleichwerthig sind, sondern verschieden sein können, so ist auch das Verhältniss des Raumes und der Zeit, d. h. die Bewegung in verschiedenen Räumen und zu verschiedenen Zeiten verschieden. Mit der Verschiedenheit ist auch die Unterscheidung möglich. Die Wahrnehmung der Verschiedenheiten ist aber die Welterscheinung, in welcher wir die verschieden bewegten Räume als Körper erkennen.

Die Welterscheinung geht also in der That aus dem

Nichts hervor. Das Nichts schliesst den Punkt und den Moment nicht aus, denn Beide sind ebenso Nichts; der Punkt und der Moment erweitern sich zu Raum und Zeit; das Verhältniss von Raum und Zeit ist Bewegung; die Bewegung ist verschieden und die Wahrnehmung der Verschiedenheiten ist die Welterscheinung.

Die Welterscheinung ist also, wie es auch die sinnliche Wahrnehmung zeigt, nur Bewegung, d. h. das in Realität tretende Verhältniss von Raum und Zeit. Wollen wir demnach den Ausdruck Materie noch ferner für Das beibehalten, was allen Körpern zu Grunde liegt, so können wir die Materie als bewegte Ausdehnung definiren. In der That besitzt die bewegte Ausdehnung alle Eigenschaften und Merkmale, welche wir im Beginn unserer Untersuchungen der Materie zugeschrieben haben. Die blosse Ausdehnung ist wegen ihrer Inhaltlosigkeit gleichartig und unterschiedlos, als Ausdehnung ist sie selbstverständlich continuirlich ausgedehnt und als bewegte Ausdehnung ist sie bewegt. Die Materie haben wir aber ausserdem noch als elastisch bestimmt. Die Elasticität der Materie oder vielmehr, da die realistische, von der blossen Ausdehnung verschiedene Materie unmöglich ist, die Elasticität des Raumes beruht auch, wie die Welterscheinung überhaupt, auf den Gesetzen des Unendlich-Kleinen. Ist die Bewegung aller Punkte eines bestimmten Raumes eine gleiche, so bewegt sich dieser Raum gleichmässig nach einer Richtung hin; diese Bewegung ist dann eine äussere Bewegung, mit welcher wir uns nicht weiter zu beschäftigen haben. — Ist dagegen die Bewegung zweier continuirlich neben einander liegenden Punkte, wenn auch nach derselben Seite gerichtet, eine verschiedene, so kann, da alle Bewegungen nur relativ sind, die Differenz der Geschwindigkeiten als eine gegen einander gerichtete Bewegung der beiden Punkte betrachtet werden.

Wegen und trotz ihrer beiderseitigen Inhaltlosigkeit wirken dabei beide Punkte auf einander ein. Hätte der eine Punkt eine bewegte Masse in sich, wäre nur ein bewegtes Atom, wie man sich denselben in der atomistischen Theorie vorstellt, im unendlichen Raume vorhanden, so wäre die Bewegung aller

anderen Punkte ein absolutes Nichts und müsste, wie die Null neben einer endlichen Grösse, im Vergleich mit dem bewegten Atom verschwinden. So ein Atom existirt aber nicht, sondern die Punkte des Raumes sind alle gleich, gleich durch ihre Inhaltlosigkeit; das Nichts des einen Punktes wird durch das Nichts des anderen, wie bei einem Differentialquotienten das Unendlich-Kleine des Zählers durch das Unendlich-Kleine des Nenners, aufgehoben; die Punkte können sich deshalb gegenseitig durch ihre Bewegung einen Widerstand leisten. Durch diesen Widerstand wird bei gleichgerichteten Bewegungen die Bewegung des einen Punktes verzögert, die des anderen beschleunigt. Die Ursache der Beschleunigung und der Verzögerung bei den inneren Bewegungen der Körper haben wir als die Elasticität der Materie bezeichnet, in der Wirklichkeit haben wir es hier, bei der Unmöglichkeit einer realistischen Materie, nur mit einer Elasticität des Raumes zu thun, welche, wie die Welterscheinung überhaupt, auf der Verschiedenheit der Bewegungen beruht.

Indem die Bewegungen der einzelnen Punkte bald verzögert, bald beschleunigt werden, entstehen die periodischen hin- und hergehenden Bewegungen, die wir als Vibrationen bezeichnet haben; die Vibrationen können an Intensität und Schwingungsdauer verschieden sein. Durch die Beschleunigung und die Verzögerung, welche die continuirlich neben einander liegenden Punkte auf einander ausüben, wird die Bewegung des einen Punktes auf den anderen übertragen. Diese Mittheilung der Bewegung wird durch Wellen vermittelt, welche selbst dabei fortgepflanzt werden. Indem solche Wellen von allen Punkten des Raumes ausgehen und sich nach allen Seiten verbreiten, wird die Bewegung jedes Punktes allen anderen Punkten mitgetheilt, so dass auch umgekehrt die Bewegung jedes Punktes von der Bewegung aller anderen Punkte abhängig ist..

Da die Wellen von jedem Punkte des Raumes ausgehen und sich nach allen Seiten verbreiten, so treffen sie auch in allen Richtungen auf einander. Sind ihre Vibrationen von gleicher Dauer und Intensität, so verwandeln sie sich in stehende Wellen, wie wir es an den Wärmewellen der Körper kennen

gelernt haben. Indem die festen Knotenpunkte zwischen den stehenden Wellen sich zu geschlossenen Knotenflächen vereinigen, werden die Körper in Vibrationsatome getheilt. Innerhalb dieser Vibrationsatome gehen die inneren Vibrationsbewegungen der Körper vor sich. Diese Vibrationen haben wir als die Ursache der Wärme aufgefasst und auf die verschiedene Intensität, Dauer und Zusammensetzung der Wärmevibrationen alle an den Körpern beobachteten Eigenschaften und Erscheinungen zurückgeführt. Bei dem Widerstande, welchen sich die einzelnen Punkte des Raumes gegenseitig leisten, wird die Bewegung des einen Punktes ebenso viel verzögert, wie die Bewegung eines anderen Punktes beschleunigt wird, d. h. es wird durch die vollkommene Elasticität des Raumes die Quantität der vorhandenen Bewegung, so wie die Intensität der Wärmevibrationen und die Temperatur der Körper aufrecht erhalten.

Durch die verschiedene Geschwindigkeit der innerhalb einer Welle continuirlich neben einander liegenden Punkte wird die innere Gleichmässigkeit des Raumes gestört und dadurch ein Widerspruch hervorgerufen, welcher das Streben hat sich wieder auszugleichen, durch die Wellen aber allen anderen Punkten des Raumes mitgetheilt wird. Dieser Widerspruch, welcher durch das Ineinanderdrängen der ohne Zwischenräume continuirlich neben einander liegenden Punkte hervorgebracht wird, ist fast eine Unmöglichkeit, deshalb ist auch der Widerstand, den die Punkte sich gegenseitig leisten, d. h. die Elasticität des Raumes, eine fast unbegrenzte und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen eine fast momentane, wie wir es an den Lichtwellen beobachten und an den Wärmewellen voraussetzen können.

Die Körper bestehen aus Vibrationsatomen; innerhalb der Vibrationsatome gehen die Wärmevibrationen vor sich; sind die Wärmevibrationen in einem bestimmten Raume von gleicher Dauer und Zusammensetzung, so bildet dieser Raum einen Körper; in verschiedenen Körpern sind die Wärmevibrationen von verschiedener Schwingungsdauer. Wie die continuirlich neben einander liegenden Punkte durch ihre Bewegung sich

gegenseitig einen Widerstand leisten und dadurch die Elasticität des Raumes begründen, so üben auch die Körper durch ihre Wärmevibrationen einen Druck auf ihre Grenzfläche aus und beschränken sich gegenseitig in ihrem Volumen. Die Grösse dieses Druckes können wir der Intensität der Wärmevibrationen direct und, da dieser Druck um so grösser ist, je häufiger die Wärmevibrationen sich in der Zeiteinheit wiederholen, ihrer Schwingungsdauer umgekehrt proportional setzen. Bezeichnen wir also in zwei Körpern die Intensität der Wärmevibrationen mit v_1 und v_2, die Dauer der Wärmevibrationen dagegen mit T_1 und T_2, so ist der Druck dieser Körper oder ihre Spannung dem Quotienten

$$\frac{v_1}{T_1} \text{ und } \frac{v_2}{T_2}$$

proportional.

Die innere Bewegung der Körper ist aber im realistischen Sinne selbst noch ein Nichts; es fehlt ihr die bewegte Masse. Wäre in der Welt nur ein Körper vorhanden aus einer solchen Materie gebildet, wie man sich dieselbe nach der realistischen Ansicht vorstellt, so wären alle Bewegungen daneben ein Nichts, sie würden verschwinden, wie eine Null neben einer endlichen Grösse. So ein Körper existirt aber nicht, sondern alle Körper sind gleich, nur eine bewegte Ausdehnung, deshalb können sie auch einen gegenseitigen Druck auf einander ausüben und ihre Existenz gegen einander behaupten.

Aber auch die Körper selbst sind als bewegte Ausdehnung im realistischen Sinne immer nur ein Nichts; als Nichts sind sie aber sowohl einander gleich, als auch durch die Dauer ihrer Vibrationen von einander verschieden. Die verschiedenen Körper sind gleich durch ihre Inhaltlosigkeit, durch den Mangel jeder bewegten Masse. Das Nichts der Masse in dem einen Körper wird durch das Nichts der Masse in dem anderen Körper aufgehoben; kein Körper ist mächtiger als der andere, sondern sie sind alle gleich, Eins und Dasselbe, nur eine bewegte Ausdehnung; deshalb können sie sich auch durch ihre innere Be-

wegung einen Widerstand leisten, ihren Raum gegen einander behaupten und für einander undurchdringlich sein.

Die Körper sind aber auch verschieden von einander, sogar bei gleicher Intensität der Wärmevibrationen, wie bei den Gasen, durch eine verschiedene Schwingungsdauer. Erst durch diese Verschiedenheit wird die qualitative Unterscheidung der Körper möglich und geht die Welterscheinung aus der Wahrnehmung dieser Verschiedenheiten hervor.

Da die innere Bewegung der Körper verschieden ist, so können wir auch den Druck, den sie gegenseitig auf einander ausüben und den wir den Quotienten $\frac{v_1}{T_1}$ und $\frac{v_2}{T_2}$ proportional gesetzt haben, empirisch nur dann mit einander vergleichen, wenn wir diesen Quotienten bestimmte Coefficienten zufügen. Bezeichnen wir diese Coefficienten mit D_1 und D_2, so erhalten wir die Gleichung

$$\frac{D_1 v_1}{T_1} = \frac{D_2 v_2}{T_2}.$$

Diese Gleichung ist aber unsere Gleichgewichtsgleichung, von der wir bei der Erklärung fast aller Naturerscheinungen ausgegangen sind. Unter D_1 und D_2 haben wir bisher immer die Dichtigkeit der Materie in den Körpern verstanden. Da aber die realistische Materie unmöglich ist, so kann auch die absolute Dichtigkeit der Materie nur gleich Null sein. D_1 und D_2 sind also Beide gleich Null; damit ist aber noch nicht gesagt, dass sie nicht verschieden von einander sein können. Sie sind zwar Nichts, aber bestimmte Nichts, Differentiale einer realistisch gedachten Materie; sie haben deshalb einen bestimmten relativen Werth. Die Gleichgewichtsgleichung kann auch anders geschrieben werden:

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{\frac{v_2}{T_2}}{\frac{v_1}{T_1}}.$$

Es folgt aus dieser Gleichung, dass die relative Dichtigkeit der Körper ein Differentialquotient ist, dessen Werth durch das Verhältniss der inneren Bewegungen der mit einander verglichenen Körper bestimmt wird.

Mit der relativen Dichtigkeit der Körper verhält es sich, wie mit dem Zähler und Nenner eines Differentialquotienten. Wenn wir z. B. die Gleichung

$$\frac{dy}{dx} = \cos x$$

als Proportion

$$dy : dx = \cos x : 1$$

schreiben, so wird dy durch dx ebenso wie cos x durch die Einheit gemessen. Nehmen wir nun in einem unendlich kleinen Kreise den Zuwachs des Bogens dx gleich dem Radius, d. h. dx als Einheit an, so erhalten wir $dy = \cos x$, also scheinbar einer endlichen Grösse gleich. Genau dasselbe geschieht bei der Bestimmung der relativen Dichtigkeit der Körper. Die Dichtigkeit des einen Körpers, d. h. das Differential seiner im realistischen Sinne gedachten Materie, wird als Einheit genommen und mit ihm das Differential der realistischen Materie eines anderen Körpers, d. h. seine Dichtigkeit, verglichen, wodurch man für die Dichtigkeit dieses letzten Körpers eine endliche Zahl erhält. Es kann also in der That die Existenz einer realistischen Materie geleugnet und die absolute Dichtigkeit der Materie gleich Null angenommen werden, ohne dass deshalb die relative Dichtigkeit der Körper eine andere wird.

In der Gleichung

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{\frac{v_2}{T_2}}{\frac{v_1}{T_1}}$$

oder, wenn man, wie es beim normalen gasförmigen Zustande der Körper zulässig ist, $v_1 = v_2$, d. h. die Intensitäten der Wärmevibrationen einander gleich setzt, in der Gleichung

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

erscheint demnach das Verhältniss $\frac{D_1}{D_2}$ als ein Differentialquotient, dessen Werth durch das Verhältniss der inneren Bewegungen der Körper oder der Dauer ihrer Wärmevibrationen bestimmt wird. Will man die Dichtigkeit verschiedener Körper mit einander vergleichen, so setzt man die relative Dichtigkeit des einen Körpers, d. h. das Differential seiner realistisch gedachten Materie, z. B. $D_2 = 1$ und erhält dadurch für die Dichtigkeit des anderen Körpers eine endliche Zahl,

$$D_1 = \frac{T_1}{T_2},$$

die nichts Anderes bedeutet, als das Verhältniss der Dauer der Wärmevibrationen in dem einen Körper zu der Dauer der Wärmevibrationen in einem anderen, dessen Dichtigkeit zur Einheit gewählt worden ist.

Die Dichtigkeit der Körper ist also in der That nur die in der Erscheinung hervortretende Verschiedenheit der Dauer ihrer Wärmevibrationen, durch welche, wie alle anderen qualitativen Verschiedenheiten der Körper, auch die Grösse ihres Beharrungsvermögens bestimmt wird. Da die Dichtigkeit der Körper ihrer Trägheit und ihrem specifischen Gewichte proportional gesetzt wird, so ist sie allerdings nur ein empirisch gegebener Coefficient, der, mit dem Volumen der Körper multiplicirt, als Masse die verschiedene Fähigkeit der Körper anzeigt, bei gleicher bewegender Kraft eine grössere oder kleinere Geschwindigkeit anzunehmen, und der mit dem Wesen der Materie in keinem anderen Zusammenhange steht, als dass er in der Gleichgewichtsgleichung die Stelle der Masse vertritt und dadurch gestattet, die inneren Bewegungen der Körper auf die allgemeinen mechanischen Bewegungsgesetze zurückzuführen.

Wollen wir zum Ueberflusse noch eine Antwort auf die im Anfange dieses Abschnittes gestellten Fragen geben, so können

wir sie auf Grundlage der vorangehenden Betrachtungen auf folgende Weise zusammenfassen:

> Das Wesen der Materie ist bewegte Ausdehnung.
>
> Die innere Elasticität der Materie ist das Verhältniss der Geschwindigkeiten der continuirlich neben einander liegenden Punkte.
>
> Die absolute Dichtigkeit der Materie ist gleich Null; die Dichtigkeit der Körper ist dagegen das Verhältniss ihrer inneren Bewegungen oder, beim normalen gasförmigen Zustande, das Verhältniss der Dauer ihrer Wärmevibrationen und kann deshalb immer nur relativ und nie absolut bestimmt werden.

Wir haben somit die letzten Fragen, welche uns bei unserer inductiven Naturforschung entgegentraten, beantwortet; wir sind dabei auf speculativem Wege zu derselben Gleichgewichtsgleichung gelangt, wie im Beginn unserer Untersuchungen, als wir von den empirisch gegebenen Thatsachen ausgingen. Wie wir wissen, enthält diese Gleichung den Schlüssel zu der Erklärung aller Naturerscheinungen; wir könnten also, von ihr ausgehend, den in unserer Vibrationstheorie befolgten Weg wieder zurückmachen und durch Anwendung der Gleichgewichtsgleichung auf die verschiedenen Naturerscheinungen die Welt bis in ihre kleinsten Details auf deductivem Wege construiren. Hier ist es, wo Empirie und Theorie, Erfahrung und Speculation, Induction und Deduction, Naturtheorie und Naturphilosophie sich die Hand reichen, und von wo keine Hindernisse mehr Dem entgegenstehen, dass die verschiedenen Geistesrichtungen, sich desselben Zieles bewusst, gemeinschaftlich und in Frieden an dem grossen Werke der Naturerkenntniss mitarbeiten und mit vereinten Kräften zu ihrer Entwickelung beitragen.

In der That kommen in unserer Theorie, da wir nach vollendeter Erkenntniss keine Fragen mehr nach der Ursache und dem Entstehen dieser Welt zu stellen haben, solche Widersprüche, wie sie in den Systemen der Philosophen, Hegel ausgenommen, anzutreffen sind, nicht mehr vor. Wie die Bewegung stets die Wirkung einer ihr vorangehenden und die

Ursache einer nachfolgenden Bewegung ist, so ist auch die Welterscheinung, als die Gesammtheit aller Bewegungen, in jedem Augenblicke die Wirkung des ihr vorangehenden und die Ursache des nachfolgenden Zustandes. Die Welt entsteht und vergeht in jedem Augenblicke und begründet durch dieses ewige Werden ihr Bestehen von Ewigkeit zu Ewigkeit.

Die Welterscheinung ist ein Product der Bewegung. Indem die Bewegungen von allen Punkten des unendlichen Raumes ausgehen und sich nach allen Seiten verbreiten, treffen sie auch auf einen Gegenstand, der zwar selbst nur einen verschwindend kleinen Theil der Welterscheinung bildet, dem Menschen aber am nächsten steht und von Jedem als „mein Körper“ genannt wird. Die Theile dieses Körpers, welche als Sinne bezeichnet werden, nehmen die Einwirkungen der auf sie von allen Seiten eindringenden Vibrationsbewegungen auf und befördern sie als Empfindungen zu dem Bewusstsein des Menschen. Da die auf solche Weise von dem Menschen empfangenen Eindrücke je nach der Dauer und Intensität der sie hervorbringenden Vibrationen verschieden sind, so können sie von einander unterschieden werden. Das Bewusstwerden dieser Verschiedenheiten ist die Wahrnehmung der Welterscheinung. Somit ist die Welt an sich nur Bewegung; erst im Bewusstsein des Menschen tritt sie als Erscheinung hervor; an sich ist die Welt dunkel, kalt und lautlos, erst im Bewusstsein des Menschen wird sie zu Licht, Farbe, Wärme, Ton, Körperlichkeit, Geruch und Geschmack; an sich ist die Welt im realistischen Sinne Nichts, erst im Bewusstsein des Menschen wird sie zu einem Etwas.

Die Welterscheinung ist das in Realität tretende Verhältniss von Raum und Zeit. — Obgleich es uns niemals gelingen wird, uns dessen vollkommen klar zu werden, auf welche Weise dieses Hervorgehen der Bewegung aus Raum und Zeit, der Realität aus der Idealität möglich ist, so findet doch dieser Vorgang nichtsdestoweniger statt; das Werden ist ein gegenseitiges Sichneutralisiren des Unendlich-Kleinen und des Unendlich-Grossen, das wir weder mit den Sinnen beobachten, noch mit dem Geiste verfolgen können. Allein ebenso wenig,

wie wir daran zweifeln können, dass die Zeit aus dem Momente, der Raum aus dem Punkte hervorgeht, dass die veränderliche Geschwindigkeit das Verhältniss eines unendlich kleinen Raumes und einer unendlich kleinen Zeit ist, obgleich wir uns auch hier keine Vorstellung von dem Uebergange des Unendlich-Kleinen in die Endlichkeit machen können, ebenso wenig — sagen wir — kann darüber ein Zweifel erhoben werden, dass das nothwendigerweise überall und immer bestehende Verhältniss von Raum und Zeit als wirkliche Bewegung in die Realität tritt, indem das wirkliche Stattfinden der Bewegungen beständig von uns wahrgenommen wird. Die Wirklichkeit schliesst aber, wie schon früher gesagt, die Möglichkeit in sich, daher müssen wir auch die Möglichkeit des Hervorgehens der Bewegung aus Raum und Zeit anerkennen.

Sollte man dennoch gegen uns den Einwand erheben, dass die Bewegung nicht aus Raum und Zeit allein entstehen könne und dass eine Bewegung ohne Bewegtes unmöglich sei, so erwidern wir auf den ersten Einwand, dass das Verhältniss von Raum und Zeit das Wesen und nicht die Ursache der Bewegung ist; die Bewegung ist nicht aus Raum und Zeit entstanden, sondern sie besteht seit jeher und hat stets ihre Ursache in einer ihr vorangehenden Bewegung. Auf den zweiten Einwand erwidern wir dagegen, dass die Behauptung, eine Bewegung ohne Bewegtes sei unmöglich, wohl für die äussere Erscheinung der Körper, nicht aber in Bezug auf ihr Wesen gültig ist, bei dem andere Gesetze, die des Unendlichen, herrschen. Will man an diesem Einwande dennoch festhalten, so bleibt nichts Anderes übrig, als das Dasein einer realistisch gebildeten Materie anzunehmen. Von der realistischen Materie wissen wir aber weder, was sie ist, noch wie sie entstanden sein kann. Nur das Nichts ist nothwendig — durch seine Ursachlosigkeit; die realistische Materie ist dagegen unmöglich, weil sie einer Ursache bedarf, die nicht vorhanden ist. Im Gefolge der realistischen Materie kommen dann auch die unvermeidlichen Annahmen einer nur endlichen Theilbarkeit der Körper, der Atome, der Imponderabilien, der von aussen in die Materie eingepflanzten

Kräfte, lauter Hypothesen, deren Unhaltbarkeit wir erkannt und die sich durch unsere Vibrationstheorie als irrthümlich und entbehrlich erwiesen haben.

So sind wir denn durch die Erkenntniss, dass die Welterscheinung aus dem Nichts durch Bewegung hervorgeht, zu einem absoluten Ende oder, wenn man will, zu einem absoluten Anfange gelangt. Das Nichts als das Unbedingte setzt nichts weiter voraus, enthält aber durch eine unendliche Entwickelung Alles in sich. Die Vernunft hat keine Fragen mehr zu stellen und geniesst somit die Befriedigung, welche nur ein allendlicher Abschluss der Erkenntniss zu gewähren vermag.

Druck von C. Grumbach in Leipzig.









